BIBLIOTECA NAZ.
Vittorio Emanuele III
XXIII
E
31
NAPOLI

PHILOSOPHIA
LIBERA
SEU
ECLECTICA
RATIONALIS, ET MECHANICA SENSUUM

Ad Studioſæ Juventutis inſtitutionem accommodata, ac per lectiones digeſta.

AUCTORE
IGNATIO MONTEIRO
TOMUS III.

PHYSICÆ GENERALIS

PARS SECUNDA,

In qua continentur Menſura Virium, Theoria Gravitatis, & Virium Centralium, Statica, Mechanica, & Hydroſtatica Phyſicæ, &c. &c. &c.

Editio ſecunda Veneta ab Auctore ipſo correcta, aucta & illuſtrata.

BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

B. R. NEAPOLI

VENETIIS MDCCLXXV.

TYPIS ANTONII ZATTA.

SUPERIORUM PERMISSU, AC PRIVILEGIIS.

Digitized by Google

PHILOSOPHIA LIBERA

SEU

Eclectica, Rationalis, ac Mechanica Sensuum.

PHYSICÆ GENERALIS PARS SDCUNDA.

LECTIO PRIMA.

De virium corporum motorum æſtimatione, ac menſura; ſeu de viribus vivis, & mortuis.

ANNOTATIO HISTORICA.

1. Virium vivarum, *& mortuarum nomen, & diſcrimen eſt penitus in Philoſophia novum: utrumque a ruſtico agricultore Germano didicit* Leibnitius, *qui ea poſtmodum in Phyſicam induxit omnium Philoſophorum primus* (a). *Quare celebre hoc hujuſce ſæculi inventum (ſi ita appellare liceret) ruſtico homini deberemus. Corpora vel moveantur, vel quieſcant, propriam vim*

(a) Wolfius Mechanicæ cap. 7. Acta Eruditorum Lipſiæ anno 1688. pag. 161.

vim habent, qua vel alia corpora premunt, dum quieſcunt, vel transferuntur ipſa & in alia corpora impingunt, dum moventur. Utramque hujuſcemodi vim una, eademque menſura, & nomine appellabant, & dimetiebantur philoſophi uſque ad Leibnitium, *ea, inquam, menſura, quam ſuperius tradidimus, & impræſentiarum magis explicabimus. Unus erat omnium ſenſus, vires ſcilicet corporum eſſe factum ex eorum maſſis in velocitates ductis, ſeu per ejuſmodi factum recte, & ſemper exprimi.* Leibnitius *ruſticani magiſtri doctrinam amplexus vires corporum quieſcentium a viribus corporum motorum diſtinxit: primas nuncupavit mortuas; ſecundas autem vivas: vim mortuam antiquo more, & regula dimetiri, & exprimere docuit, ducendo nimirum velocitatem in maſſam: vivas tamen vires contendit eſſe non factum ex maſſa in velocitatem, ſed factum ex maſſa in velocitatis quadratum ducta.*

2. *Sit v. g. Corpus* A (Fig. 4. Tab. I.) *cujus maſſa* 8. *velocitas, ſi moveretur*, 4. *illius vires erunt* 32, *factum ſcilicet ex maſſa* 8 *in velocitatem quatuor ducta: in hoc omnes conveniunt: moveatur vero ipſummet corpus* A *velocitate* 4 : *illius vires in hoc ſtatu vivas appellant, ſuntque ſecundum* Leibnitium, 128, *factum nimirum ex maſſa* 8, *non in velocitatem*, 4, *ſed in velocitatis quadratum*, 16: *at ſi oppoſitam opinionem audiamus, ſunt vires etiam in hoc ſecundo caſu factum ex* 8 *in* 4, *hoc eſt*, 32.

3. *Nova hæc* Leibnitii *opinio undique fere profligata poſt auctoris mortem pene jacuit, quoad eam anno* 1724. *Bernoulli ſuſcitavit, & magnopere illuſtravit* (a). *Poſt Bernoulli eamdem ſententiam ſunt amplexi, & ratione, aut experimentis confirmarunt* Muſchembroek (b), Graveſande (c), Hermannus (d) Bulfinger (e), Po-

(*a*) Diſcours ſur les loix de la Comunic. du mouvement. Saverien. Diction. v. *Force*.
(*b*) Elementa Phyſic. cap. 6.
(*c*) Element. Philoſoph. T. 1. n. 757.
(*d*) De menſura virium in actis Acad. Petropol.
(*e*) De virib. corpori moto inſitis.

Polenus (a), VVolfius (b), & *alii: Immo Domina* de Chatelet *eamdem opinionem in ſuis inſtitutionibus propugnat* (c). *Priorem, & antiquam ſententiam, quæ erat omnium Philoſophorum opinio*, *tenuit* Carteſius (d), *a quo etiam nomen accepit, Carteſiani omnes*, Nevvton *cum diſcipulis* (e): *communiter omnes* Angli, & *aliarum gentium quamplurimi: nominatim vero* Galilæus, Catalani, Louville, Papin, Maclaurin, Pemberton, Jurin, Crouſſats, Clarke, Martini, Scherffer &c. *Eam egregie contra Bernoulle propugnavit D. Mairan* (f). *D. d' Alembert eam quæſtionem de voce, & puro nomine eſſe pronunciavit* (g), & *jam antea Deſagulliers non parum æquivoci in ea latere exiſtimavit; licet ipſe Carteſianam opinionem teneat, & non parum illuſtret* (h).

4. *Poſt ſupradictos omnes rem in Italia eſt aggreſſus P. Riccati Jeſuita, Geometra quidem egregius, & vir plurimis aliis nominibus commendabilis, qui integro volumine de hujuſmodi controverſia in lucem edito (in quo tamen plurima alia ſparſim tractat) aliorum induſtriam ſuperavit, reque penitus enucleata, plurima antiqua argumenta cum pro una, tum pro alia parte adhiberi ſolita, ſophyſmata, aut petitiones principii eſſe demonſtravit, aliaque ex ſuo produxit, quibus* Leibnitianam *ſententiam ulterius confirmat, & veram eſſe contendit* (i) *Hic igitur unus auctor circa virium vivarum menſuram, omnium inſtar eſſe poteſt.*

5. *Primo igitur ſtabilienda nobis eſt virium vivarum vera, & genuina idea, & quid eo nomine intelligamus: plures enim ſunt, qui cum vera utrinque experimenta, & argumenta afferri animadvertant, rem æquivoco laborare, & non omnes in eadem idea convenire*

(*a*) Tract. de Caſtellis.
(*b*) Elem. Matheſ. T. 2.
(*c*) Inſtitutions de Phyſique.
(*d*) Princip. Part. 2., & alibi paſſim.
(*e*) Phil. nat. Princ. Matth. Lib. I.
(*f*) Diſſert. ſur l' Eſtimation, & la meſure &c.
(*g*) Apud Saverien. Diction. T. I. v. *Forces*.
(*h*) Curſus Exper. T. 2.
(*i*) Dialogo di Vinc. Riccati 1749.

nire autumant (a) *Secundo*: *Aliqua præterea ſunt*, *de quibus omnes conveniunt*, *& veluti axiomata in præſenti controverſia ab omnibus accipiuntur*.

Primo. *Nullum eſt diſſidium circa* vires *mortuas*, *quæ ſecundum antiquam*, *& novam opinionem ſunt factum ex maſſa in velocitatem ducta*, *ſenſu paulo ante expoſito*. *Mihi tamen vis mortua abſolute in ſe ſpectata*, (*ſi tamen eſt aliqua in rerum natura vix mortua*, *pura*, *ſeu gravitas*, *aut preſſio ſine vero motu*, *quod a pluribus negatur*, *neque contrarium demonſtrari poteſt*, *ut infra notabimus*; *ſuppoſito tamen*, *quod aliqua ſit preſſio*, *& gravitatio ſine ullo omnino motu*) *mihi*, *inquam*, *vis mortua eſt pura maſſa corporis gravitantis* (*de gravibus enim ſolummodo loquimur*): *Corporis enim plane quieſcentis pondus eſt illius maſſa*, *non vero velocitas*, *quam non habet*. *In machinis tamen v. g. in bilance*, *ubi unius corporis actio*, *& vis eſt ad aliud relativa*, *ea vis mortua per maſſam*, *& velocitatem initialem exprimitur*; *ut in mechanica exponimus*. *Hac etiam ratione omnes vires mortuas abſolute* (*ut ſit*) *exprimere per me licet*; *vel quod nulla ſit preſſio ſine vero motu*, *vel quod initialis velocitas infinite parva errorem in calculum non inducat*. *Vires mortuæ corporum elaſticorum*, *quæ in puro niſu conſiſtere exiſtimantur*, *per maſſam*, *& velocitatem eorum corporum*, *quibus motum communicant*, *ab omnibus exprimuntur*, *& dimetiuntur*. *Circa quod iterum noto*, *incertum plane eſſe*, *an hæc elaſticorum preſſio ſit ſine omni motu*: *id enim pendet a natura cauſſæ elaterii*, *quæ eſt ignota*.

6. Secundo. *Ab omnibus tamquam axioma admittitur*, *quod cauſſa ſit proportionalis*, *& æqualis ſuo effectui integro*; *prout effectus ab illa cauſſa peragitur*. *Id tamen diſcriminis eſt inter utramque opinionem*, *quod in antiqua ad computandum effectum habeatur ſemper ratio temporis*, *in quo effectus eduntur*; *ita ut cauſſæ dignoſcantur ab effectibus eodem tempore editis*: *in nova autem opinione ad tempus non attendatur*, *ut poſtea explicabimus*.

Tertio. *Quamcumque opinionem amplectaris*, *parvum*

(*a*) Deſagul. loc. cit.

vum in mechanicis rebus explicandis erit diſcrimen ; idem ſemper modus applicandi machinis potentiam ſubſiſtet ; eademque eſt in utraque Mechanicæ theoria : licet ſimpliciori ratione in priori , quam in poſteriori ſententia iſta omnia exponantur .

7. Quarto. *Calculi , & experimenta , quæ pro utraque parte afferuntur , vera eſſe deprehenduntur , & obſervationibus conformia : aut igitur in æquivoco laboramus , aut plurima ex iis experimentis ad rem non ſpectant , aut a peculiaribus , atque ignotis cauſſis deducuntur , quarum naturam , vires , & leges non ſatis perſpectas habemus .*

Quinto. *In motu æquabili etiam nova opinio cum antiqua convenit . actioneſque , ſeu vires corporum motu æquabili translatorum per velocitates exprimi , fatentur fere omnes . Verum P. Riccati in hujuſmodi motibus neque actionem , neque affectum agnoſcit* (a) *: Si ergo duo hæc demonſtrentur , in motu æquabili & cauſſam , & effectum reapſe eſſe , eamdemque virium menſuram , naturam , energiam , vel æquabilis ſtatuatur motus , vel inæqualem ponamus ; tota ſecundum antiquam opinionem dirimetur controverſia .*

Sexto. *In durorum corporum percuſſionibus novam virium menſuram non obſervari conveniunt illius aſſertores ; eoque de capite plurimi eorum dura corpora exiſtere , aut in hoc rerum ordine eſſe poſſibilia negant ; quia ſcilicet neque ſtabilitam naturæ legem de nova virium menſura , neque alias notas leges obſervarent* (b).

8. *Controverſiam igitur proprie reducunt ad corpora elaſtica , & mollia , ad motus acceleratos & retardatos , ad motus pendulorum , & alia ſimilia . Antiqua tamen regula , ſeu Carteſiana opinio nulli exceptioni dat locum , ſed omnia generatim corpora & caſus comprehendit , eandem ubique menſuram adhibet . Denique cum de virium menſura loquimur , illas tantum actiones , & effectus conſideramus , & attendimus , quæ ex mobilis energia , & viribus oriuntur . Aliæ enim , quæ intervenire poſſunt , motuum , & effectuum cauſſæ , a præſenti virium diſcuſſione ſeparari omnino debent .*

DE-

(*a*) loc. cit. giornata prima .

(*b*) Deſagul. Cours de Phyſ. t. 2. Riccati giornata 10.

DEFINITIO.

9. Vis vivæ nomine intelligo illam vim, energiam, efficaciam, & impetum in corpore motô reſidentem, cujus beneficio corpus ipſum movetur. *P. Riccati* eam definit, *vim corporis moti in illud tranſfuſam, & productam ab actionibus vis mortuæ, & iiſdemmet actionibus proportionalem*. Hujus definitionis ſenſum minime rejicio: licet transfuſionem non ea celeritate percipiam, quam ad definitionem aliqui forſitan requirant. Alii aliter virium vivarum ideam proponunt. Demus modo duo mobilia æqualia inæquali velocitate moveri; primum quidem velocitate 4; ſecundum velocitate 2; quæritur, quænam ſit proportio inter eorum corporum impetus atque energias? Ictus ab hujuſmodi corporibus inflicti, qualem inter ſe habebunt proportionem, quidve erit eorum menſura?

PROPOSITIO I.

10. *Velocitas corporum per eorum maſſam ducta, eſt virium vivarum menſura, ac proinde vires corporis cujuſcumque dati creſcunt, aut minuuntur in eadem ratione, qua creſcit, aut minuitur ejus corporis velocitas.*

Clarior, & veroſimilior mihi apparet antiqua hæc *Carteſii* atque *Nevvtoni* opinio & regula, quamvis argumenta *P. Riccati*, imprimis vero Auctorem, plurimi faciam. Propoſitio multiplici de capite probari ſolet, ex theoria ſcilicet motus æquabilis, ex corporum durorum, aut elaſticorum percuſſionibus, ex compoſitione, & reſolutione virium, atque aliis ſimilibus argumentis. Primo tamen ad quæſtionem de nomine rem poſſe facile reduci mihi videtur, ſi celeritatem corporis cujuſcumque moti appellamus effectum integrum immediatum, & proprium virium, & impetus eo in corpore reſidentium: cum enim notum aliunde ſit, cauſſas eſſe effectibus ſuis integris, & propriis æquales, ac proportionales; ſi velocitatem, effectum virium voco, regulam, & menſuram virium vocando aſſignavi. Si tamen rem ulterius promovere velimus; in id quæſtio reducitur, & rei cardo

do vertitur, ſitne velocitas corporis moti verus, proprius & integer ejus virium effectus; quod quidem eſſet quæſtionem de nomine movere; aut unam in aliam controverſiam mutare, ſed ad motum æquabilem hæc ratio nos conducit.

MOTUS ÆQUABILIS.

11. Ponamus igitur duo corpora ex gr. æqualia A, B motu æquabili tranſlata, & ſeſe moventia; primum tamen velocitate dupla celeritatis B: effectus virium, & impetus, quibus hæc corpora deferuntur, ſunt eorum motus, & ſpatia ab iis percurſa, eaque eſt inter impetus proportio, atque inter illa ſpatia: ſpatia autem ſunt, ut celeritates: vires igitur corporum motu æquabili tranſlatorum ſunt, ut corporum celeritates, ſi corpora ſint æqualia: ſi vero ſint inæqualia; erunt factum ex maſſis in celeritates ductis. Paulo aliter: ſupradicta corpora, quorum pondus ſint 2 libræ, adducantur, A quidem per 8, B vero per 4 pedes eodem tempore: vires duplo majores inſumuntur in A per 8, quam in B per 4 pedes eodem tempore adducendo: adducere enim B per 4 pedes, eſt adducere duas libras per 4 pedes; adducere autem A per 8. pedes, eſt adducere duas libras per 4 pedes, & eaſdem per alios 4 pedes inſimul movere: tranſlatio igitur corporis A eſt effectus duplus tranſlationis corporis B: ſi autem cauſſæ ſunt, ut effectus, vis in A eſt dupla virium in B: ſunt igitur vires ut celeritates.

12. Huic argumento claro, ſimplici, omnibus obvio, & notiſſimo aliud opponunt a *Leibnitio* ex eademmet motuum æquabilium theoria deductum: Actio, quæ agit duplum tempore dimidio, eſt dupla actionis, quæ agit idemmet duplum tempore integro, ſeu duplo: v. g. iter duorum milliarium intra unam horam eſt duplum itineris duorum milliarium duabus horis.

Actio, quæ agit duplum tempore duplo, eſt dupla actionis agentis ſubduplum tempore ſubduplo; v. gr. iter duorum milliarium duabus horis agere, eſt duplo majus, quam unum milliare unica hora conficere.

Ergo actio agens duplum tempore ſubduplo, eſt quadru-

drupla actionis agentis ſubduplum tempore ſubduplo, hoc eſt, duorum milliarium iter hora conficere, eſt quadruplo majus, quam iter unius milliarii in una hora abſolvere: Si loco dupli ſubſtituatur triplum, quadruplum, quintuplum &c. infertur in conſequentia actio novem, ſexdecim, viginti quinque vicibus major. En totum Leibnitii argumentum.

13. Hæc duo *Carteſii*, & *Leibnitii* argumenta aliquibus adoleſcentibus acuto ingenio præditis ſeorſim aliquando propoſui, qui neque rem, de qua agebatur, neque præſentem controverſiam, neque ſcopum, quo tenderem, aut quas partes agerem, ſuſpicabantur; eorumque de propoſitis ſibi argumentis judicium cum deinde quæſiſſem, eadem omnium fuit reſponſio, quaſi ſecum invicem contuliſſent; primum (quod Carteſii eſt, & ſemel tantummodo iis a me fuerat expoſitum), & clarum ſibi videri, & eos perſuadere: Secundum (quod *Leibnitii* eſt), ter, aut quater a me repetitum, cum parumper perpendiſſent, non ſatis a ſe intelligi aperte dixerunt, præmiſſas ſatis obſcuras, & æquivocas: inter ipſas, & conſequentiam obſcuram eſſe connexionem. Hanc ego reſponſionem ab hominibus acuto ingenio præditis atque ab omni præjudicio liberis datam, quaſi ſincerum naturalis rationis judicium, veram eſſe exiſtimo. Secundæ propoſitionis v. g. hic debet eſſe ſenſus. Impetus, vis, & energia, cujus beneficio duo milliaria duabus horis decurruntur, eſt dupla illius impetus, cujus beneficio unum milliare in hora una conficitur, quod quidem eſt falſum, eadem enim eſt vis in primo, atque in ſecundo caſu. Aliæ argumenti propoſitiones ad ſimilem ſenſum adducantur: eoque uno earum falſitas liquido apparet; quin opus ſit in iis explicandis amplius immorari.

14. *Secundo:* Reſpondent, in motu æquabili nullum eſſe effectum, neque ullam actionem virium vivarum: nihil ibi eſſe, ex quo dignoſcere poſſimus impetum, vim, & energiam in corpore moto reſidentem. Vis viva eo in caſu ſimiliter ſe habet, ac magna vis pecuniæ, quam per plures annos collegeram, & cui tandem confiſus longum iter aggredior, & perago: neque in itinere longo, aut brevi, a me beneficio pecuniæ, aut a mobili ope virium, aut impetus facto, aliquid eſt, ex quo dignoſcam quantum pecu-

niæ

niæ, aut impetus habeat viator, aut mobile; neque ullus eſt effectus, aut actio a pecunia, aut ab impetu proveniens, quæ & pecuniæ, & impetus poſſit eſſe menſura: actio, & effectus pecuniæ, aut impetus, ex quibus hæc dignoſcere poterimus, erunt tantummodo illa obſtacula, ad quæ removenda pecunia, aut impetus impenduntur. In hunc modum *Carteſii* argumento reſpondet *Riccati* (*a*).

15. Verum ego longe aliter rem concipio, & primo quidem dico, quod jam ſuperius notavi, ad quæſtionem de nomine nos hic maxime reduci: res enim ab eo pendet, an velocitas vocetur effectus virium, ſeu impetus in corpore moto reſidentis. Enim vero (ut ex ipſamet reſponſione patet, & argumenti ipſius expoſitio conficit) ſi velocitas alicujus corporis, cui impetum impreſſi, ſit, & ab utraque diſſidentium parte nuncupetur ejuſdem illius impetus, ſeu virium effectus; cauſam vicimus. De voce igitur ſi conveniamus; acta res eſt: de re autem ipſa, quod corporis velocitas ſit effectus virium, inter nos convenire oportere, ſequentia demonſtrabunt. *Secundo*. Longiſſimum eſt diſcrimen inter pecuniam, & impetum: pecunia ad ſummum eſt tantummodo aliqua occaſio, aut potius conditio ad iter agendum movens, aut obſtacula removens; illius effectus alii non ſunt, quam permutationes cum aliis rebus, quæ, vel iter agamus, vel domi vivamus, neceſſariæ nobis ſunt; quid enim phyſice intercedit inter pecuniam, & motum? Ex adverſo nullum alium video virium, & impetus effectum, præter motum: in motum phyſice influit, eumque phyſice producit: ubicumque eſt impetus, eſt etiam motus ab impetu productus; motus ſcilicet eſt aliquid vere exiſtens in natura; quæ tamen eſt illius cauſſa præter impetum? Rurſus quem alium effectum habet impetus niſi motum, ac proinde velocitatem, quæ eſt ipſemet motus cum relatione ad tempus? Corpus æquabili motu delatum in alia corpora incurrat: quid in illis agit? ea deturbat, & loco pellit; hoc autem eſt motus; ipſummet corpus in aliud incurrat, in illudque totum ſuum impetum transfundat, & poſt transfuſionem quieſcat: a quo habet hoc ſecun-

(a) *loc. cit. giornata prima*.

cundum corpus, quod & moveatur, & certa cum velocitate moveatur, niſi ab impetu in ſecundum corpus translato? at motus, qui modo eſt in ſecundo mobili, erat prius in primo: modo ab impetu, in primo mobili hactenus exiſtente, ſed jam in ſecundum translato provenit; hactenus igitur dum in primo exiſtebat corpore, erat etiam effectus illius impetus, qui eo in corpore exiſtebat.

16. Attamen, opponis, tum ſolummodo effectum aliquem producit cauſſa, cum mutatio aliqua in ſtatu corporum ab ea cauſſa inducitur; ea enim tantum ratione agere intelligitur corpus, aut cauſſa, atque actionem exercere: at ſtante, ſeu perſeverante motu æquabili, nulla in corporum ſtatu fit mutatio ab eo impetu corporis æquabiliter moti: ergo hujuſmodi impetus neque actionem, neque effectum producit, aut exercet, nullamque proinde eo in ſtatu habemus virium menſuram. Reſp. Aliud eſt actionem, & effectum fieri, & incipere; aliud vero effectum, & actionem factam conſervari: cum cauſſa movens impetum corpori quieſcenti, motum, & determinatam velocitatem imprimit, illudque corpus a quiete ad certam velocitatem determinat, actionem exercet, effectum producit: actio eſt impreſſio virium, tranſituſque, & determinatio corporis ad motum: effectus eſt illa determinata velocitas mobili impreſſa: quamdiu igitur maneat in corpore determinatus ille impetus, & velocitas, manet effectus non tum primo factus, ſed conſervatus: manet in corpore quidquid in illud a cauſſa movente translatum, aut productum fuit; nihil enim periit: ſi ergo nihil periit, ſi omnia manent, manet effectus productus: ſi ergo effectus, cum producebatur, erat menſura cauſſæ producentis, hoc eſt, virium vivarum; effectus conſervatus, eſt conſervata menſura earumdemmet virium.

17. Omnia hæc ſatis clara mihi eſſe videntur. Corpus grave in vacuo poſitum, & libere deorſum cadens, motumque ſuum ob actiones gravitatis accelerans, velocitates ſuas continue creſcentes a quiete uſque ad terminum ultimum accelerationis ab actionibus vis mortuæ, nempe gravitatis ſemper inſtantibus, ac prementibus accipit: effectus harum actionum ſunt celeritates gradatim acquiſitæ, quas gravitas cadenti corpori imprimit, illius inertiam ſemper ſupe-

ran-

rando ; in termino accelerationis ſunt omnium actionum effectus ſimul collecti : fac, ut ex eo puncto corpus motum ſuum via ad horizontem parallela per medium non reſiſtens proſequatur: habebimus motum æquabilem, & conſervatam illam omnem velocitatem, quam actiones vis mortuæ produxerant. Singulæ ſcilicet actiones ſingulas produxerunt celeritates, tanquam effectus proprios, atque menſuras: ſingulæ iſtæ celeritates conſervantur : conſervantur igitur cauſſarum menſuræ.

18. P. *Riccati* regulam illam Nevvtonianam, *actio, & reſiſtentia ſemper ſunt æquales* &c. in pluribus cauſſis veram eſſe, recte negat: eandem mihi ipſi ſemper negavi, & falſam reapſe exiſtere ſuperiore volumine demonſtravi; quantumvis non ignorarem, male a *Wolfio* carpi, quaſi rem non intelligant, qui prædictam legem in omnibus caſibus veram eſſe non admittant. Ex vera tamen auctoris doctrina arguo: In corpore motu æquabili delato, in aliud incurrente, illudque poſt ictum ad motum determinante, vis agens ſeu actio ſuperat reſiſtentiam: pars actionis, reſiſtentiæ æqualis, tollet omnem reſiſtentiam, & impedimentum ad motum; cum ob æqualitatem ſint in æquilibrio cum reſiſtentia : ex vi hujus partis actionis nullus eſt motus; pars reliqua actionis, ſeu exceſſus actionis ſupra reſiſtentiam aliquid agit: ſi enim non agat, non eſt motus: quid tamen agit, niſi motum purum, hoc eſt, motum ſine ulla reſiſtentia ad motum, cum hæc jam ſublata ſit: motus igitur purus eſt effectus virium vivarum, atque proinde earum menſura (*a*).

19. Eſt ergo, inquis, determinata vis, & impetus in corpore motu æquabili, & determinata velocitate delato? (*b*). Ita quidem, reſpondeo: Erit ergo ibi etiam determinatus effectus: concedo. Ecquis tamen eſt, amabo, determinatus ille effectus? Gradus ille determinatus velocitatis, reſpondeo, quem determinatus ille impetus in moto corpore reſidens producit. Quid tamen eſt, pergis, determinata illa velo-

citas?

(a) *Loc. cit. giornata nona pag.* 300.
(b) *Loc. cit: giorn. prima pag.* 46.

citas? Ratio determinata inter ſpatium, & tempus, repono. Quale tamen ſpatium, quale tempus pro menſura & rationis terminis mihi aſſignas? Reſp. liberum nobis eſt, tempus quodcumque aſſignare; eo tamen determinato, aut a nobis aſſumpto, ab ipſa impetus energia determinatur ſpatium eo tempore peragrandum. Aſſignare igitur poſſumus, dices, minutum primum, & quodcumque aliud tempus: ergo effectus non eſt determinatus: impoſſibile autem eſt, quod exiſtat aliquis effectus, & tamen non ſit determinatus. Reſp. ſemper eſſe determinatam rationem inter tempus, & ſpatium in motu quocumque dato æquabili: hæc ratio conſtans, hæc velocitas determinata eſt effectus impetus, ſeu virium vivarum in corpore reſidentium. Quid enim intereſt, poſſe me aſſumere duo, tria, quatuor minuta, ſi ratio inter hæc minuta, & ſpatia illis reſpondentia, hoc eſt, velocitas ſemper eſt eadem? Idem proculdubio eſt, agere dimidium A in dimidio tempore A, atque agere totum A in integro tempore A.

20. Meo igitur judicio integra vis argumenti Carteſiani de motu æquabili conſtat: in eo motu habemus impetum, ſeu vires vivas determinatas: earum virium beneficio moveatur corpus cum data velocitate: is motus, velocitas, & ſpatium peragratum, eſt propriiſſimus effectus virium, & impetus, ac proinde propria, atque genuina menſura. Recte vero, & ſolide probat laudatus Geometra, veram fore in omnibus aliis motibus regulam Carteſianam, ſemel dato, quod in motu æquabili valeat; ſunt enim ex adverſariis aliqui, qui id negant. Vis enim acceleratrix, aut retardatrix quæcumque illico fit vis conſtans, ſi acceleratio, aut retardatio finiatur, & mobile ſpatium liberum deinde ingrediatur.

21. Motus igitur, quem Corpus in ſe ipſo habet, eſt ſola menſura, & conſtans effectus illius impetus, quo ipſum corpus defertur. In motibus vero, quos mobile in aliis corporibus efficit, videndum, an hujuſmodi motus a nulla alia particulari cauſſa etiam oriantur, aut efficiantur.

THEO-

THEORIA PERCUSSIONIS IN CORPORIBUS DURIS.

22. Theoria motus, & percuſſionum in corporibus duris, ſecundum argumentum nobis ſupeditat. Corpus durum quodcumque A motu uniformi delatum incurrat ſeorſim in alia corpora dura: Primo in aliud ſibi æquale. 2. in aliud ipſius duplum: 3. in aliud, quod ſit ejus dimidium, tertia, aut quarta pars &c. Sit illius corporis maſſa 8; velocitas 24: poſt percuſſionem in primo caſu eſt velocitas, 12, in ſecundo, 8, in tertio, 16, in quarto, 18: &c. hac ſemper lege ſervata, ut velocitas decreſcat in eadem ratione, qua augetur maſſa, idemque ſemper maneat factum ex maſſa in celeritatem: hoc factum ante percuſſionem erat, 192, id autem ſemper manet poſt percuſſiones quaſcumque: modo ſic: vires in percuſſione non deſtruuntur, ſed quæ ante percuſſionem in impingente corpore tantum exiſtebant, poſt percuſſionem per alia etiam corpora diſtribuuntur, ut ab omnibus tamquam principium admittitur: id autem juxta *Carteſii* regulam exactiſſime procedit, ut modo diximus, minime vero in nova opinione; nam ante percuſſionem erant vires, 4608, factum ſcilicet ex maſſa, 8, ducta, in 576, quadratum velocitatis, 24; poſt percuſſionem in primo caſu erunt vires, 2304, duo nimirum facta ex maſſa 8. in quadratum, 144, cujus radix eſt velocitas, 12; pereunt ergo in percuſſione vires: denique ſimiliter in aliis caſibus fiet.

23. Qui dura corpora exiſtere non inficiantur, in iis exceptionem regulæ Leibnitianæ agnoſcunt: aliqui tamen, ut argumentum fugiant, ea corpora non modo exiſtere, verum etiam eſſe poſſibilia in præſenti rerum ordine negant. Verum ego hujuſmodi impoſſibilitatem minime video. Probabiliſſimum eſſe non negabunt, ultima elementa phyſica materiæ, eſſe phyſica puncta (licet geometrice ſint ſemper diviſibilia): unde enim demonſtrabimus eſſe impoſſibilia, aut etiam non exiſtere puncta phyſica extenſa, qualia ſuperius tradidimus? ex demonſtrationibus Geometrarum, hoc eſt, ex ideis noſtris? Quam infirma ſit hæc ratio, in loco demonſtravimus: ea autem ele-

men-

menta ſunt perfecte dura, in iiſque proinde tota vis argumenti conſtat: ſi exiſterent corpora dura, inquies, rumperetur lex continuitatis in percuſſionibus (a), cum velocitates, & impetus non per gradus, ſed ſimul communicarentur: præterea in eorumdem corporum occurſibus vires vivæ ſeſe mutuo deſtruerent, quin aliis corporibus communicarentur, aut ulterius exiſterent in natura.

24. Reſp. Admitto utrumque, neque in eo video aliquid Phyſicæ legibus contrarium: legem continuitatis univerſalem non exiſtere in natura, neque efficaci aliquo argumento probari, inferius conficiam. Circa virium deſtructionem etiam mihi planum eſt, vim mortuam a mortua, mortuam a viva, vivam a viva penitus multoties deſtrui. Primum ab omnibus admittitur, & locum habet in actionibus corporum quieſcentium, & ſe mutuo ſuſtentantium, in tractionibus æquabilibus, & ex diametro oppoſitis, ut dicitur in mechanica: Secundum eſt per ſe evidens in omnibus percuſſionibus, quibus corpora quieſcentia ad motum ab aliis determinantur, & concitantur, ac proinde Inertia, ſeu vis mortua corporis quieſcentis a viribus vivis corporis incurrentis ſuperatur: vim etiam vivam a mortua deſtrui in corpore gravi ſurſum ad perpendiculum per medium non reſiſtens projecto, v. g. per vacuum demonſtrari aliquibus videri poteſt; impetus enim, qui procul dubio eſt vis viva, a vi mortua, qualis eſt gravitas, deſtruitur; id tamen non affirmo, cum ſatis perſpectum mihi hactenus non ſit, quænam gravitatis cauſſa, & natura exiſtat. Tertium deique locum habet in percuſſionibus contrariis durorum corporum: in quo igitur ſenſu verum ſit, *vires corporum per communicationem ſolummodo deperdi*, ſuperius diximus, cum hanc legem ad corpora tantum mota, & in quieſcens incurrentia in præſenti rerum ordine extendimus.

25. Attamen, contendis, hæc duo ſunt naturæ leges

(a) *Naturam hujus Legis, & argumenta, quibus ejus exiſtentia probatur, vide in lectione ad calcem hujus voluminis adjecta.*

ges; primum, quod nulla vis deſtruatur, quin prius effectum contuſionis, aut alium ſimilem producat: ſecundum, quod nullus eſſe poſſit novus motus ſine cauſſa determinante: at ex prima lege ſequitur, duo corpora dura æqualia, ſibi mutuo occurrentia eadem velocitate, poſt percuſſionem reflecti; cum neque contundantur, neque rumpantur: vireſque idcirco ſecundum datam illam legem non pereant: ex ſecunda vero deducitur, ejuſmodi corpora in percuſſione omnem ſuum motum amittere; cum nulla exiſtat cauſſa motus reflexi: impoſſibilia igitur ſunt corpora dura, ex quibus illa duo oppoſita, & naturæ legibus contraria inferuntur (*a*).

26. Reſp. Nego primum eſſe naturæ legem: concedo ſecundum: facta igitur corporum durorum æqualium percuſſione, ea corpora vel penitus ſiſterent (ſuppono etiam habere velocitates æquales, aut maſſis reciprocas), vel a ſe invicem reflecterent, juxta diverſas philoſophorum opiniones, quas dedimus in lectionibus de motu reflexo, illiuſque legibus, atque de colliſione corporum durorum, quo in loco priorem ſenſum probamus ob rationes ibi expoſitas. Si ſecundum teneas; cauſſa ſufficiens (determinans, non producens) reflexi motus, ſunt ipſamet corpora dura, & impetus contrarii, qui ſibi invicem ſunt mutui obices, atque ad reflectendum determinantes cauſſæ. Niſi igitur alio de capite oſtendatur corporum durorum impoſſibilitas; indubium mihi eſt, ea in præſenti rerum ordine eſſe poſſibilia: quin immo prima elementa corporum meo, & communiſſimo aliorum judicio ſunt perfecte dura.

THEORIA MOTUS IN CORPORIBUS MOLLIBUS.

27. Tertium argumentum a corporum mollium natura, & phænomenis deſumitur. Experimenta in corporum durorum percuſſionibus facta non facile in nova opinione exponuntur: ea propter corpora perfecte dura aut impoſſibilia dicunt, aut in iis regulam Leibnitianam ſeu

(*a*) *Ita arguit laud. A. loc. cit. giorn.* 10.

non obſervari fatentur. Corporum mollium percuſſiones, aut theoriam experimentis confirmatam, in nova opinione Leibnitiani aliquorum Carteſianorum judicio ſatis explicant (a). Aliud tamen mihi videtur. En rei ſummam paucis expoſitam. Sibi mutuo occurrant duo corpora mollia A, B, (Fig. 4. Tab. I.), triplexque ſtatuatur caſus: in primo velocitates ſint in ratione inverſa maſſarum, v. g. pondus A, 2 unciæ, velocitas 8; pondus B. 4, velocitas item 4. 2.o ſit quantitas motus A major, quam B, v. g. ſingulorum pondus ſit 2. unciæ; velocitas A 8, velocitas B duo 3.o ſit pondus A 8; pondus B 1, velocitas A 1. velocitas B 3.

28. In primo caſu in utraque opinione ſunt quantitates motus æquales, nempe 16, & poſt percuſſionem utrumque corpus ſiſtet, ut experientia demonſtrat: in veteri opinione etiam vires ſunt 16, ac proinde æquales, & mutuo deſtruuntur: in nova opinione vires A ſunt 128, vires B ſunt 64: ſunt igitur vires inæquales: nihilominus tamen ſiſtunt corpora; quia vires in mutuis contuſionibus faciendis impenduntur integræ (b), quin tamen vires vivæ ſe unquam elidant (c). In ſecundo caſu quantitas motus A 16, quantitas B 4: effectus eſt, quod poſt percuſſionem moveantur per directionem corporis A velocitate communi 3: in veteri opinione vires oppoſitæ ſunt 16, 4; 4 ex B, & 4 ex A eliduntur per actionem, & reſiſtentiam oppoſitam æquales: remanent 12, quæ diviſæ per totam maſſam 4, relinquunt velocitatem communem 3.

29. In nova opinione vires A ſunt 128, vires B 8: ſumma 136: poſt percuſſionem remanent vires 36; vires 100. in compreſſionibus, & contuſionibus faciendis impenduntur. In tertio caſu ſunt quantitates motus in A 8, in B 3: in veteri opinione ſunt etiam vires 8, 3, ac proinde mobile A (Fig. 4. Tab. I) eſt fortius: in nova opinione vires A ſunt 8, vires B 9;

(a) *Vide Deſaguliers t. 2. lib. 6. in notis.*
(b) *Ita poſt Muſchemb. communiter reſpondet. Elem. Phyſic.*
(c) *Riccati giorn.* 10 *p.* 339.

B 9; B igitur fortius: experientia docet, quod in percuſſione vincit A, & per ſuam directionem ſecum defert B, hoc eſt, major vis ſuperat minorem in veteri ſententia: minor ſuperat majorem ſecundum novam opinionem, eo quod, inquiunt, integra vis major in contundendo alio corpore impendatur.

30. Hæc experimentorum expoſitio in nova opinione non leve mihi ad veterem confirmandam ſuppeditat argumentum. Et primo quidem A cum maſſa 9. velocitate 1. occurrat corpori B, cujus maſſa 1., velocitas 3: habes in nova opinione duas vires perfectiſſime æquales: prima tamen ſuperat, & ſecum defert ſecundam: ſubſtitue ſecundo aliud ſibi omnino quoad vires æquale, nempe maſſam 9, velocitatem 1; hæc duo ſibi occurrentia ſiſtunt: quare igitur non ſiſtunt in primo caſu, cum ſint & inter ſe, & aliis in ſecundo caſu ſubſtitutis æqualia? quare non eaſdem in utroque caſu contuſiones, & contuſionem ſummam efficiunt? Preſſius ad rem veniamus.

31. Ponamus duo mobilia mollia A, B, (Fig. 4. Tab. I.), ut in primo caſu, quæ ſint ex una ſaltem parte plana, ſecundum quam ſibi mutuo occurrant, A quidem cum viribus 128, B vero cum viribus 64: ſunt igitur vires inæquales, & majores in A: cur tamen non vincit A? quia majores illius vires in contuſione, & compreſſione facienda impenduntur: Bene eſt: Eæ tamen vires vivæ oppoſitæ non eliduntur, non deſtruuntur, aut pereunt: remanent ergo etiam poſt compreſſionem, contuſionem, & percuſſionem factam: at vires vivæ ſine motu eſſe non poſſunt, idemque eſt non exiſtere motum, atque non exiſtere vires vivas; Modo ſic: vires vivæ impenduntur in contuſione, ac compreſſione facienda: contuſio, compreſſio, complanatio fit per impreſſionem motus, & virium in primis ſuperficiebus corporum occurrentium, & gradatim deinceps in aliis, quoad per totam maſſam diffundatur, ut alibi expoſuimus (*a*): primæ partes NV v. gr. in aliud corpus impingentes, vim, & impetum ex CD recipiunt, quo vel regrediuntur, vel tardius moventur, dumque inte-

(a) *Vide lectionem* 19. *&* 18. *tom.* 2.

terea partes RX, IS priori velocitate procedunt, fit denſatio partium in RX, & in tota maſſa corporis. (Pono experimentum fieri in recipiente evacuato). Hæc compreſſio, hoc eſt, motus incipiens ab NV diffunditur tandem per totum corpus NT, motuſque, & vis corporis A tranſit in NT, & viciſſim: permutatis igitur viribus pergent moveri corpora motu reflexo. Uno verbo, vires vivæ ſemper manent, non deſtruuntur, non transfunduntur in alia corpora; cum ea in vacuo non exiſtant: compreſſio, & contuſio non eſt expenſa, eſt transfuſio virium mutua: vires transfuſæ perſeverant: ergo manet ſumma virium antecedentium, vel vires vivæ ſe deſtruunt, contra atque ii contendunt.

32. Eodem argumento deſumpto a diſtributione virium probabitur, quod in caſu expoſito mobile A non ſiſtet, ſed ſecum deferet B, cujus minores ſunt vires; etiamſi admittas, vires vivas mutuo ſe elidere: cum enim contuſio non ſit deſtructio aut amiſſio virium, ſed transfuſio; vires corporis B ſolum deſtruent impetum corporis A ſibi æqualem, præcipue cum major adverſariorum pars æqualitatem inter actionem, & reſiſtentiam admittant: parte ergo virium, quæ ſupereſſet in A, utrumque corpus poſt percuſſionem moveretur.

33. Id tandem manifeſtius videbitur, ſi ponamus globos A, B æquales, quorum alter B quieſcat, alius vero A (Fig. 4. Tab. I.) cum 8 gradibus velocitatis in quieſcentem incurrat (maſſa utriuſque ſint 2. unciæ); ante percuſſionem eſt velocitas 8, maſſa 2, quantitas motus 16; poſt percuſſionem uterque globus ſimul cum velocitate 4 progreditur; maſſa item eſt 4, quantitas motus 16; in veteri igitur opinione eadem eſt ante, & poſt percuſſionem vis, & impetus; in nova opinione vis A erat 128, ante percuſſionem; poſt illam vero eſt 64; alia virium medietas in contuſione facta ab A in B inſumpta eſt. Experimentum in vacuo ponamus. Contuſio fit in B per communicationem virium A in priores partes B contactui propiores, quæ hujuſmodi viribus acceptis ad motum per directionem corporis A ſollicitantur, immo & motum accipiunt: quæro, hujuſmodi vis, ſeu motus partibus corporis B communicatus, in illis receptus, eaſque movens, quo tandem

dem abiit? cui tandem corpori partes priores B illum motum communicant? Sunt utrumque corpus in vacuo conſtituta; nihil eſt, cui vires, impetus, motus communicentur: non eliduntur, aut deſtruuntur, ut fatentur adverſarii: neque partes corporis B aliud agunt, niſi reſiſtendo per vim mortuam, inertiæ vires, impetus, & motum in ſe recipere: motus, & vires per communicationem non deſtruuntur, aut pereunt abſolute in rerum natura, ſed ſolum relative in corpore communicante: manent ergo eædem vires in illis duobus corporibus A B. Hæc ratio mihi videtur efficax.

COMPOSITIO VIRIUM.

34. Compoſitio, & reſolutio virium ad earum naturam, proportionem, menſuram definienda non parum inſerviunt: compoſitionem alibi expoſuimus, cum motum compoſitum explicavimus (*a*). Ex ibi dictis, & modo circa reſolutionem addendis, ita argumentamur. Compoſitio, & reſolutio virium antiquam opinionem confirmat, novam evertere videtur: priorem partem vide inferius probatam num. 53: Exiſtit in rebus compoſitio, & reſolutio virium, ut ii, quibuſcum agimus, fatentur, hoc eſt, corpus quodcumque A (Fig. 23. Tab. 4.) duabus viribus A R, A B angulum quemcumque B A R efficientibus actum, percurrit lineam A C diagonalem ejus figuræ quadrilateræ cujuſcumque, cujus prædictæ vires ſecundum earum proportionem, & directionis angulum, latera extiterint, vireſque A R, A B componunt vim A C, immo ſunt vis A C, aut illius cauſa. Rurſus vis quæcumque A C reſolvitur in duas quaſcumque A R, A B, quæ ſint latera figuræ cujuſcumque, cujus recta A C ſit diagonalis: A C igitur producit, aut eſt vis duplex A R, A B.

35. Modo ſic: A R, A B, A C repræſentant velocitates mobilis, ſeu virium; cum eodem tempore omnes & ſingulæ illæ lineæ a viribus componentibus, aut compoſita, ſeu potius a mobilibus percurrantur: quo-

(a) *Tomo primo Phyſicæ lect. 16.*

quoniam autem cauſſæ ſuis effectibus ſunt æquales; erunt vires A R, A B generatrices, aut componentes, vi A C generatæ, aut compoſitæ æquales, & viciſſim: ea autem æqualitas viſitur, & demonſtratur inter quadrata rectarum A R, A B, & A C (*a*), minime autem inter diagonalem A C ex una parte, & latera duo ex alia, ut eſt per ſe evidens. Hoc ratiocinium quantumvis ſpecie verum, ex ſuperius dictis & ex inferius dicendis, demonſtrabitur falſum.

36. Rem promoveamus; Si unum illum adductum excipias caſum, in quo virium componentium directiones efficiunt angulum rectum in omnibus aliis caſibus, qui infiniti ſunt, erit ſemper cauſſa major aut minor effectu, nunquam vero æqualis ſecundum novam opinionem expoſito ratiocinio fundatam. Sint vires A E, A D (fig. 2. tab. I.) angulum obliquum E A D efficientes; componitur ex his vis A B: eſt autem quadratum A B majus, quadratis A E, A D, ſeu A E, E B: ergo in omni compoſitione ſub angulis acutis quibuſcumque eſt cauſſa minor effectu: in omni reſolutione erit cauſſa effectu major. Rurſus eædemmet vires A E, A D, mutatis directionibus in A F, A G, A I, A H angulum paulatim & continue majorem efficiant F A I, G A H &c., perfectiſque parallelogramis, ut figura demonſtrat, eædemmet vires A E, A D, quæ modo ſub angulo E A D vim producebant, aut componebant A B, effectum ſe ipſis majorem; diſpoſitæ poſtea ſub angulo F A I, vim aliam efficiunt A M, priori quidem A B minorem, ſe ipſis tamen majorem; angulo ulterius creſcente, effectus ſeu vis compoſita ſemper erit continue minor; ſemper tamen major, quam cauſſa, dum angulus fuerit acutus. In reſolutione vero vires reſolvendæ A B, A M, A L, gradatim decreſcentes eumdem ſemper effectum, ſeu vires componentes producent; atque vis illa compoſita A B, ſimplices A E, A D producens, effectu ſuo erit ſemper major, dum anguli fuerint acuti.

37. Cum

(a) *Geometr. Elem. ſecun. n.* 110.

37. Cum angulus a recto tranſit in obtuſum, res penitus invertitur: in compoſitione eſt ſemper cauſſa major effectu, vires nimirum componentes A P, A Q majores, quam vis compoſita A C; in reſolutione eſt ſemper cauſſa minor, quam effectus, hoc eſt, diagonalis quadratum A C (Fig. 3. Tab. I.) minus, quam duo quadrata, ſeu vires reſolventes A P, A Q. Niſi igitur ſtatuatur, vires componentes, quemcumque angulum efficiant, ſeſe ex parte deſtruere, compoſitio, & reſolutio exponi non poterunt: at poſita etiam illa mutua deſtructione, & impedimento, adhuc nova opinio a compoſitione demonſtratur falſa: tunc enim non amplius dabitur æqualitas, cum virium directiones angulum rectum formaverint: cum ſit quadratum A C (Fig. 23. Tab. IV.) æquale duobus A B, A R integris, non vero ex parte diminutis, & viciſſim.

38. Præterea compoſitio, & reſolutio virium etiam in viribus mortuis locum habet, ut mille exemplis explicari, & demonſtrari poteſt; perinde in mortuis, atque in vivis locum habere debet æqualitas inter cauſſam, & effectum. Si igitur & iſtud principium, & illa compoſitio, atque reſolutio in viribus mortuis locum habent, quin tamen hujuſmodi vires per aliqua quadrata exprimantur; idem pariter dicendum eſt de viribus vivis: atque ſi compoſitio, & reſolutio in utroque virium genere eodem modo exprimi poſſint, ut fieri in veteri opinione probavimus; is proculdubio modus, & ratio præferenda eſt.

39. Gravitas, ſeu vis mortua corporis C recte exprimitur per C R; eam componunt vires C I, C S (Fig. 7. Tab. IV.) ſibi invicem normales, quæ latera ſunt illius rectanguli, cujus C R eſt diagonalis, & quarum prima C I exprimit preſſionem corporis in planum inclinatum; Secunda C S niſum corporis ad deſcendendum ſupra planum. Sit etiam aliud corpus S (ut ipſomet exemplo, & caſu a P. *Riccati* allato utamur) ſupra duo plana D B, D C (Fig. 5. Tab. I.) diverſe inclinata ſuſtentatum in punctis E F, ad quæ ex centro globi S ducantur rectæ S E, S F ad prædicta plana perpendiculares, ducto inſimul radio S X ad horizontem perpendiculari, ex puncto infimo X ducantur X V, X T normales ad radios S E, S F. Repræſentet S X vim gravitatis corporis S, quam e-

xercet ſupra ſuſtentaculum A, a quo antea pendere concipiatur corpus: hæc vis abſoluta SX componitur ex duabus TS, SV, & in illas reſolvitur, plaňaque DB, DC, ſolam vim gravitatis SX penitus ſuſtinentia, eam ſuſtentant in ratione SV ad ST; preſſio nimirum in E eſt SV; preſſio in F eſt ST; utraque hæc preſſio ſimul æquatur preſſioni in X a vi SX.

40. Ad hoc ultimum, quod ideo attuli, ut exponendo ſtatim argumento locum darem, reſpondent, ſecundum novam opinionem locum etiam habere in viribus mortuis compoſitionem, & reſolutionem virium, nullum tamen ibi dare effectum (effectum enim ſolummodo vocant mutationem ſtatus in corpora inductam); opus proinde non eſſe proportionem, & æqualitatem inter cauſſam, & effectum adductis in exemplis quærere. Hæc reſponſio ad quæſtionem de nomine rem iterum reducit. Duo plana DB, DC preſſionem modo a corpore S patiuntur, quam antea non patiebantur: hujuſmodi preſſiones in corporibus DB, DC receptas, veros effectus nuncupamus, cum ſit aliquid, quod antea non erat: in hoc igitur etiam caſu obſervari debet principium æqualitatis inter cauſſam, & effectum.

41. Plurima ingenioſe cogitata, & fuſiſſime tractata proponit P. *Riccati*, ut compoſitionem virium in antiqua opinione impoſſibilem, ex nova neceſſario conſequentem eſſe demonſtret (*a*): omnia expendere, integrum volumen requireret. Si virium compoſitionem in Carteſiana ſententia expoſuero, & vindicavero; ſatis conficiam Leibnitianam ex hoc etiam capite eſſe falſam; id quod ex hactenus dictis, & ex inferius adjiciendis confirmabitur.

42. Velocitates aut vires quæcumque perfectiſſime conſpirantes, hoc eſt, per eandem directionem tendentes in quocumque corpore A (fig. 6. tab. I.) receptæ nullo modo deſtruuntur, cum nullam habeant oppoſitionem: vires, aut velocitates quæcumque in eodem corpore receptæ, & perfecte oppoſitæ, perfecte deſtruuntur, ſi ſunt æquales; imperfecte, ſi ſint inæ-

(a) *Giornata 7. a pag. 202. ad 244. loc. cit.*

inæquales; & remanet ſolum exceſſus majoris ſupra minorem: vires, aut velocitates quæcumque in eodem corpore A receptæ, & partim perfecte oppoſitæ, partim perfecte conſpirantes, deſtruuntur ſecundum partem, conſervantur ſecundum aliam. Si corpus A urgeatur velocitate A B 3, & velocitate B C 2. ſecundum eandem directionem, ambabus ſimul velocitatibus 3, & 2, hoc eſt, 5. movebitur. Si corpus A velocitate 3 verſus B urgeatur, & alia æquali verſus D directe oppoſitum; corpus ſubſiſtet, & vires ſe mutuo deſtruunt, quoad motum producendum.

43. Si corpus A duabus viribus, ſeu velocitatibus A E, 3, A I, 3 urgeatur, ſub angulo E A F quocumque acuto, recto, aut obtuſo; earum velocitatum pars deſtruitur, pars altera conſervatur: vires A E, A F, ſeu velocitates ſpectari poſſunt tanquam diagonalis rectangulorum M B, N B, ac proinde prima reſolvitur in duas A B, A M, ſecunda in alias duas A B, A N: idem igitur eſt, corpus A duabus viribus A E, A F impelli, ac quatuor viribus ſeu velocitatibus A M, A B, AB, A N: ex his quatuor duæ AM, A N ſibi directe omnino oppoſitæ, & in hoc caſu æquales, ſe mutuo deſtruunt, & nihil in corpore agunt, ut evidens mihi apparet; reliquarum beneficio M E, N F, cum ſibi nullo modo opponantur, & perfecte conſpirent ob parallelismum rectarum M E, N F, nullo modo deſtruuntur, ſpatiumque A H earum ope percurrit corpus, ſpatium, inquam, æquale duobus ſimul M E, N F: idem pari ratione erit in viribus A O, A P æqualibus, aut inæqualibus, angulum rectum, aut obtuſum quemcumque efficientibus. Uno verbo, vires A E, A F ſub quocumque angulo reſolvuntur in quatuor A M, A N, A B, A B, ſecundum adverſarios: duæ autem A M, A N evidenter ſe deſtruunt; corpus enim quodcumque A duabus viribus æqualibus ſecundum directiones oppoſitas tractum, neutri morem gerit, & quieſcit: in omni igitur compoſitione virium aliquid deperditur.

44. Id etiam ratione phyſica ſatis manifeſta, & ſenſibili evinci poteſt. Sint A E, A F duo canales, per quos a puncto A viribus A E, A F impellantur duo corpora æqualia, ſecum tamen ligamine elaſtico, quod ſine magna difficultate diſtendatur: canales eas aperturas habeant, quæ ſibi mutuo ſecundum longitudi-

nes

nes reſpondeant, & per quas elaſticum ligamen pertranſeat: cum & corpora, & velocitates ponamus æqualia, mobilia per canales A E, A F pariter deſcendentia, ligamen, ſeu funem elaſticam ita progrediendo diſtrahent, ut ligamen ſibi ipſi ſemper ſit parallelum, & magis ſemper, & magis diſtractum, magis ſemper, & magis ulteriori diſtractioni continue reſiſtet: diſtrahitur ligamen verſus utramque partem æqualiter tantum ab X, quantum a Z: vires igitur diſtrahentes, & æquales ſunt, & ex contraria directione opponuntur; ac proinde ſe omnino deſtruunt, ſeu potius pereunt in duobus mobilibus a quibus proveniunt: imminuuntur igitur vires in mobilibus: neque enim eandem celeritatem habebunt, aut idem ſpatium percurrent corpora ligamen diſtrahendo, atque antea cum libere movebantur, ut nemini dubium eſſe poterit: ligamen ſcilicet in corpora agendo, atque ad ſeſe trahere conando, raſionem corporum in canalibus auget, & motum, vim, velocitatem minuit: vires igitur A E, A F ſeſe ex parte deſtruunt.

45. Exiſtit quidem virium compoſitio, & reſolutio Phyſica, & Geometrica. Si compoſitionem phyſice attendamus; partes aliquæ virium phyſice deſtruuntur, partes reliquæ ſimplicem vim componunt: reſolutio vero phyſice dat ſolummodo eas partes componentium, quæ ſimplicem compoſuere, non vero partes deſtructas: exemplo res fiet clarior: corpus B. (fig. 7. tab. I.) actum viribus B F, B D percurrit, & habet vim, ac velocitatem B G: pars B M provenit a vi B F; pars B L, hoc eſt, M G naſcitur a vi B D: reliquæ componentium virium partes deſtruuntur, & vim B G non componunt: in reſolutione vis B G dat eaſdemmet partes, quas accepit, non vero deſtructas, hoc eſt, vi B F dat, & reſtituit B M, ſeu B N; velocitati B D reſtituit B O æqualem B L, aut M G. Eſt dicere, ſi ſint 4 corpora æqualia A B Q P, duo corpora A Q velocitatibus A B, Q B impingentia in corpus B, in illo efficiunt velocitatem B G: Corpus vero P velocitate P B, aut B G impingens oblique in duo corpora A Q in B poſita, eaque movens ſecundum directionis B D, B F, iis imprimit velocitates B N, B O, quarum ſumma ſit velocitas B G.

Geometrice ad proportionem ſolummodo, qua in reſolutione vires diſtribuuntur, & in compoſitione con-

ſtan-

ſlantur; & uniuntur, attendi debet. Si tamen hoc ultimum non probes, in priorem reſolutionem, ac compoſitionem res omnis devolvitur.

47. Tandem unum, aut alterum ex Elaſticis etiam attingamus, licet argumentis eo ex fonte hac in controverſia deductis, ob indicandam ſtatim rationem, non parum diſſidam: arguo tamen ex communiter admiſſis ab ipſis etiam Leibnitianis. Sint laminæ elaſticæ tenſæ P (Fig. 8. Tab. I.) æquales, utrimque verſus duo corpora A B æqualia, ſibi oppoſita, & laminis adjacentia vim, & actionem producturæ, cum primum laxentur: planum M N O, cui omnia ſunt impoſita, ab M verſus N celeritate, ut 1, ſimul cum laminis, & corporibus A B deferatur: uterque igitur globus ab M verſus N celeritate, ut 1, moventur, caſdemque habent vires; cum ſtatuantur æquales: ea inſuper laminarum actio, utrique corpori celeritatem, & vim, ut 1,, communicet; dum moveri pergunt ellatere utrimque laxato, globus A ſiſtit, quia duplici impulſione directe oppoſita, atque æquali, nempe ut 1. urgetur; B autem velocitate, ut 2, pergit verſus N: modo ſic: ſi vera eſt nova opinio; ergo in A poſt laminarum reſtitutionem ſunt vires nullæ, in B autem vires, ut 4; cum antea vires utriuſque eſſent 1: ergo elater corpori B vim addidit, ut 3; eandem igitur corpori A impreſſit; ac proinde A cum viribus, ut 2, retrogredi deberet: quieſcit tamen: ergo elaterium vires non imprimit, ut 3; neque B vim habet, ut 4, ſed ut 2, factum ſcilicet ex maſſa in ſimplicem celeritatem ducta; & imprimuntur vires, ut 1. ſingulis corporibus A B: cum vero corporis A directio ſit corporis B, & plani directioni oppoſita, mutuo deſtruuntur æquales vires in A, duplicantur in B, ob oppoſitam rationem.

48. Ponamus 2.° planum immobile, corpora vero A B inæqualia, primum v. g. duplum alterius: laxatis laminis percutiuntur, & impelluntur A B velocitatibus, quæ ſunt maſſis reciproce proportionales; modo ſic: ponantur æquales in elaterio vires verſus utramque partem: hæ vires laxatis laminis, effectus producunt, nempe mutationes ſtatus in corporibus A B, hoc eſt, determinatos illos motus, quos accipiunt ab elaſticis laminis: ſi igitur exiſtit ſemper æqualitas inter cauſſam, & effectum; ſunt etiam in hoc caſu ef-

fectus

fectus æquales: effectus autem ſunt vires, quas A B in ſe habent, & a laminis acceperunt: ſunt igitur æquales hujuſmodi vires: at cum ſint velocitates inverſe, ut maſſæ, æqualia ſunt facta ex maſſis in velocitates, inæqualia tamen facta ex maſſis in quadrati velocitatem, ut omnibus notum eſt.

Argumenta oppoſita.

49. Plurima in nos opponuntur, tum ab experimentis, tum etiam a ratione petita: eorum partem omittemus, quia, ut recte demonſtravit P. Riccati, ſunt puræ petitiones principii: hujuſmodi eſt argumentum a theoria deſcenſus corporum accelerati petitum, quod in utraque opinione pariter exponitur, & in utraque principium ſupponit. Dixi etiam ſuperius, non ſatis me iis argumentis in præſenti controverſia fidere, quæ a corporibus elaſticis deducuntur, idemque ulterius extendo ad foſſarum excavationem, & alia phænomena, atque effectus, quos in corporibus fluidis, mollibus, mobilia corpora efficiunt: eoſque effectus tamquam juſtam, ſinceram, atque exactam virium menſuram aſſumi non poſſe vehementer ſuſpicor. Quod ego ut conjecturam Phyſicis propono, ipſi examinabunt, rejicient, aut probabunt.

50. Incertum ſcilicet eſſe exiſtimo, proveniant necne ii effectus a ſola vi, & impetu impingentis corporis: quamdiu autem non conſtet, nullam aliam cauſſam illic intervenire, perperam eos aſſumam, velut virium impingentis corporis menſuram. Primo fluiditas in motu inteſtino particularum ſecundum plurimos conſiſtit; in omnibus fluidis corporibus occultum, neſcio quod, motus principium latere videtur; immo illud principium ad omnia corpora plurimi philoſophi extendunt, atque in iis agnoſcunt: vel id in univerſali, & elementari materia ignis, vel in alia quacumque cauſſa conſiſtat. Extra dubium eſſe, in multis ſaltem corporibus, videtur, id principium ejus eſſe conditionis, ut quamdiu ab externa cauſſa non excitetur, iners maneat, atque ſine actione; quamprimum vero excitetur; tum vero in actionem cum externa excitante cauſſa concurrat, eamque adjuvet: integerque proinde effectus exteriori cauſſæ, illiuſque impulſui tribui non debeat. 2.° Id principium corporibus etiam

etiam mollibus, præcipue vero elaſticis commune eſt: ignis enim univerſalis ubique diffuſus exiſtit: mollia præterea corpora aliquid de fluiditate participant pro majori, vel minori mollitiei gradu.

51. 3.o Præter illam materiam univerſalem, aliud etiam interni motus principium, non ſatis hucuſque nobis notum in elaſticis exiſtit. Hæc omnia plurimis phænomenis paſſim obviis firmantur: ſcintilla ignis in pulveris pyrii cumulum illapſa immenſum producit motum: qui effectum illum unico ſcintillæ motui tribueret, a vero aberraret: illius cauſſa in interno particularum elaterio atque elementaris ignis in pulvere pyrio latentis indole conſiſtit. Idem eſt in omnium corporum combuſtione: ignis domui, arbori, navi applicitus, integram civitatem, ſylvam, claſſem, comburit, & in motum vehementiſſimum excitat. Radii ſolares per vitrum tranſmiſſi, in ejuſque foco congregati, vehementiſſimum ignem, hoc eſt, motum in applicatis foco corporibus producit: cum corpus elaſticum minus in aliud majus impingit, major eſt motus quantitas poſt percuſſionem, quam ante, ut alibi diximus (*a*), & experientia demonſtrat. Ex his, & plurimis aliis, quæ afferri poſſunt, certum ſaltem mihi eſt, minime conſtare, effectus illos, quos in corporibus mollibus, elaſticiſque obſervamus, ab impingentium corporum impetu unice provenire, eamque ſolum habere cauſſam. Video quid conjecturis hiſce meis ab effectuum ſimilitudine in diverſis corporibus mollibus, fluidis, elaſticis obſervata opponi poteſt: id tamen expoſitum ratiocinium, argumenta, aut conjecturam non convellit.

Et hinc quamdiu mihi non probabitur, omne illud, quod in corporibus mollibus, fluidis, elaſticis poſt aliorum corporum lapſum, aut percuſſionem obſervamus, ab impetu externo tantum provenire; iis argumentis ſemper diffidam. Et hinc præcipua cadunt oppoſitæ opinionis fundamenta, ab ipſomet *Riccati* allata, quæ ex effectibus in corporibus elaſticis, mollibus, compreſſis ducuntur: aſſumi illa neque debent, neque poſſunt, niſi id prius conſtet, motus in elaſticis,

(a) *Tom. 1. Phyſic. lect. de legib. mot. elaſticor.*

tis, & mollibus corporibus ab impellentis corporis viribus tantummodo eſſe: quod demonſtrari numquam poterit, & in quamplurimis caſibus evidenter falſum deprehenditur. Ex iis igitur argumentis unum tantum, aut alterum doctrinæ gratiæ adducam.

52. Opponitur 1.° In compoſitione virium nulla eſt earum oppoſitio, neque deſtructio; tenetque proinde allatum ſuperius argumentum contra Carteſianam opinionem pro Leibnitio: vires enim, quas dicimus ex parte oppoſitas, reducuntur ad perfecte conſpirantes: ſi autem perfecte conſpirant, nullo modo opponuntur, aut deſtruuntur: Sit corpus S, ut ſupra, duobus planis inclinatis DB, DC ſuſtentatum in punctis E F: SX (Fig. 5. Tab. I.), gravitas abſoluta, ST, SV gravitates relativæ in planis, in quas reſolvitur, & quæ componunt vim SX: producto XS in A, per A ducantur tangentes AB, AC concurrentes cum planis DE, DF productis: ſunt igitur BA, BE æquales, ſicuti etiam CA, CF: Si igitur ponamus duo puncta BC immobilia, erunt EBA, & FCA duo vectes æqualium brachiorum circa B, C girantium: fulcro conſtituto in R, quod vectum impediat motum, corpus ſphæricum S intra plana conſtituo, ut figura demonſtrat: modo ſic: Quoniam vis SX reſolvitur in duas ST, SV; eæque ſunt normales ad duo brachia EB, FC; iiſdemmet viribus premetur fulcrum R: vires igitur SV, ST ſpectari poſſunt in puncto R adunatæ: hujuſmodi autem vires in fulcro ſpectatæ non amplius opponuntur, ſed perfectiſſime conſpirant.

53. Hoc argumentum, quantumvis ingenioſum, meam opinionem, & compoſitionem virium a me ſuperius expoſitam non infringit, & potius ab adverſariis ſolvendum eſt. Primo enim agimus de viribus mortuis, in quibus, niſi de nomine diſputemus, & veram cauſſam, & verum effectum habemus, ut ſuperius dixi, veramque proinde æqualitatem inter effectum, & cauſſam: cum igitur circa vires mortuas omnes conveniamus, ſolvendum eſt ab adverſariis propoſitum argumentum. Omiſſis igitur plurimis, quæ circa reductionem vectium curvorum ad rectos dici poſſent, Reſpondeo ex ſupradictis, vim gravitatis corporis S, vim SX, preſſionem in X abſolutam, vim SA, preſſionem in A, aut in R idem omnino eſſe.

omni a

omnia autem hæc, hoc eſt, vim SX v. gr. neque componi, neque reſolvi in integras SV, ST, ſed in vires, ſeu rectas, quarum ſumma ſit æqualis SX. In R, ſicut & in X agit ſola gravitas corporis, ſeu vis premendi: hæcmet vis neque diminuta, neque aucta, ſed diſtributa non ſecundum quantitates SV, ST, ſed in ratione SV, ST agit, & premit in punctis E, F.

54. At, inquis, principium petimus, aut deſtructionem virium ex ratione oppoſitionis deſerimus: vires enim SV, ST ſeſe ex parte deſtruunt, inquimus, quia opponuntur: ſi ergo in R, aut A nullo modo opponuntur, nullo modo ſe deſtruunt. Reſp., vires SV, ST componentes opponi, & ſe ex parte deſtruere ſuperius demonſtravi; neque igitur integræ SV, ST ſimplicem SX componunt, neque SX in integras SV, ST reſolvitur: probari igitur prius deberet, non vero aſſumi, vires *integras* SV, ST premere in A. Attamen, pergis, preſſio in A eſt ſumma preſſionum in E, F: eſto; ſed ſumma preſſionum in E, F non eſt ſumma rectarum SV, ST, ſed ſumma rectarum proportionalium ad SV, ST æqualis rectæ SX. Adde, etiam in A ob vectum diſpoſitionem eſſe virium oppoſitionem, licet recta AX ſit gravitatis directio, & communis tangens utriuſque circuli, qui efformarentur, ſi vectes BA, CA circa puncta B, C, tamquam centra, convolvi concipias: fac enim volvi vectes circa puncta B, C: ex creſcenti ſemper peripheriarum diſtantia virium oppoſitionem agnoſces (a).

55. Opponitur 1.° ex *Leibnitio*, & *VVolfio* (b). Duo mobilia AB (fig. 11. & 6. tab. 4.) ob vim gravitatis deſcendentia, primum quidem per AB, 4 pedum, ſecundum vero per NM, unius tantum, motumque ſuum accelerando, eas uſque ad M, & B, deſcenſuum terminos, vires acquirunt, quibus ad eaſdem altitudines MN, BA, unde cadunt, aſcendere poſſunt; ſuntque hujuſmodi aſcenſus, atque percurſa ſpatia virium in M, & B acquiſitarum effectus inte-

(a) *Hoc argumentum invenies apud Riccati giorn. 7.*
(b) *Elem. Matheſ. Mechan. cap. 7.*

integri: quoniam igitur cauſſæ ſunt effectibus proportionales; erunt vires, ut 1. ad 4: velocitates tamen ſunt, ut 1. ad 2: ſunt igitur vires vivæ in ratione duplicata velocitatum, ſeu in ratione ſpatiorum. Hoc argumentum pendulis etiam applicari poteſt, meo tamen judicio rem ſupponit. Proportio velocitatum, & virium in argumento aſſerta inferius demonſtrabitur, cum gravitatis effectuum theoriam exponemus.

56. Reſp. Corporibus A N ad deſcenſuum terminos B M allapſis, ſublata concipiatur omnis reſiſtentia ad motum a gravitate vel a medio proveniens, ſpatiumque ſit, per quod libere moveri poſſint: in eo caſu illa duo corpora viribus acquiſitis in B, & M motu uniformi per ſpatia indefinita movebuntur, ut eſt evidens: quinam in hoc caſu erunt virium vivarum effectus? ſpatia, inquies: at, non ſpatia abſoluta, atque ſine ulla determinatione accepta, repono; hoc enim modo accepta ſunt effectus indefiniti virium definitarum: menſuræ igitur virium erunt ſpatia iiſdem temporibus percurſa, hoc eſt, determinata velocitas: velocitas igitur conſtans, & determinata, quæ ex viribus vivis in B, & M acquiſitis oritur, eſt earummet virium effectus, & menſura. In caſu argumenti ad aliud præter ſpatia attendere opus eſt, ut earum virium effectus, & menſuras habeamus. Suppono motum fieri in vacuo: Si nullæ eſſent reſiſtentiæ, motus eſſent indefiniti, indefinita etiam ſpatia a viribus acquiſitis, & ſemper conſervandis percurrenda; ſola velocitas eſſet determinata, & definita: in eo igitur caſu non motus, neque ſpatia ſunt menſura virium, ſed actiones reſiſtentiæ, ex quibus provenit, quod ſpatia non percurrantur indefinita, quod vires, & velocitate diminuantur, & quod vires vivæ acquiſitæ deſtruantur: Sola autem gravitas, illiuſque actiones unica illa cauſſa ſunt, & reſiſtentia, quæ integram vim vivam acquiſitam in B, aut M deſtruit: per illas igitur reſiſtentias ſuperandas, quas corpus, & vis viva aſcendendo ſemper offendit contrarias, dignoſci, & dimetiri debet vis viva: per quid enim melius dimetiri debet vis, quam per id, quod exactiſſime illam deſtruit, & deſtruendo viciſſim deſtruitur? Actiones autem gravitatis in aſcenſu per B A eduntur ſecundum tempus, an ſecundum ſpatia? Primum

mum dicit *Carteſius*, ſecundum *Leibnitius*: argumentum igitur in utraque opinione proponi poteſt, & in utraque eſt petitio principii.

57. Opponunt 3.o Experimentum *Ricciolii* ab aliis deinceps paulo immutatum. In tabulam O P Q S (Fig. 9. Tab. I.) profunda butyri, aut ſebi cruſta obductam libere dimittantur gravia corpora ſphærica A B, mole quidem paria, pondere autem inæqualia, hac lege, ut altitudines B V, A N, ex quibus demittuntur, ſint eorum ponderibus reciproce proportionales: in caſu autem noſtro ſit A corporis B pondere quadruplum, ac proinde altitudo B V erit etiam quadrupla altitudinis A N. Prædicti globuli rotunda veſtigia, ſeu foveas O N M, R V S ſebo imprimunt, & excavant exactiſſime æquales: hæ autem foveæ, cum ſint virium effectus, ſunt, ut ipſæ vires: vis igitur in B eſt eadem, atque in A: ſunt igitur vires, ut maſſæ per altitudines multiplicatæ: cum ſit A . B :: BV. AN; ſeu A . B :: 16. 4: hoc eſt, 16. 4:: 16. 4; ſunt autem hæc facta 16 ⋈ 4 prorſus æqualia: at altitudines A N, B V ſunt ſpatia, ſeu celeritatum quadrata: id quod inferius demonſtrabitur, cum corporum gravium deſcenſus leges ſtatuemus: ergo vires ſunt maſſæ in quadrata celeritatum ductæ: nam velocitates ſunt in ratione ſubduplicata altitudinum A N, B V, ſeu ut 4 ad 8: ſi igitur vires ſtatuantur, ut maſſæ in celeritates ductæ, erit vis A = 16⋈4, ſeu 64; vis autem B = 4⋈8, ſeu 32; ergo A vim habebit duplo majorem, quam B: duplam igitur foveam excavabit, quod eſt falſum.

58. Reſp. primo conſtare, & probari debet, eas foſſas non aliam habere cauſſam, quam decidentium globulorum impetus, de quo, quamdiu non probabitur, dubitandum nobis eſt, ob rationes ſuperius expoſitas: hoc igitur argumentum ab incerto principio petitum nullius plane momenti exiſtit. 2.o Corporum AB motus, & celeritates in N, & V acquiſitas ex acceleratis fieri æquales ſupponamus eo modo, quem ſuperius diximus; deinde corporibus eo motu translatis eorum quantitates motuum, atque percuſſiones tam in duris, quam in mollibus, atque elaſticis perpendamus, ſeu potius ea corpora A B eo motu æquabili translata ſibi occurrere: vel ponantur mollia, vel dura, vel elaſtica, ſemper vincet A, & ſecum deferet

ret B ; quod poſita virium æqualitate, impoſſibile eſſe ſuperius probavi : dicendum proinde eſt, vires in A eſſe majores, quam in B, foſſarumque æqualitatem ex alia cauſſa petendam.

59. Tertio igitur reſpondetur communiter; mollia corpora, in quibus foſſæ excavantur, conſideranda ſunt, tamquam fluida imperfecta; in iis autem ex peculiari ratione fluidorum, reſiſtentiæ, ſive effectus ſunt in ratione duplicata velocitatum, ut ſuo loco clarius explicamus: duo corpora A B in materia molli N V velocitates imprimunt, quibus moventur in fine deſcenſus, B ſcilicet duplam, A vero ſubduplam: B imprimendo velocitatem duplam expellit dupla velocitate duplam materiam eodem tempore, quo A expellit ſubduplam materiam velocitate ſubdupla: & hinc foſſæ excavatæ ex ratione fluidorum ſunt in ratione duplicata velocitatum, ac proinde æquales.

60. Addo ergo inſuper, adverſarios, velint, nolint, hæc etiam probaturos, & parum illis favere argumentum. In tubo C B aqua pleno ſit C P quadrupla altitudinis C D, apertiſque in D, & P æqualibus foraminibus, exiliet per P aqua dupla illius, quæ exilit per D (Fig. 12 tab. 6.) habebitque celeritatem duplo majorem in P, atque in D, ut experientia, & calculo inferius demonſtramus: modo ſic: vires agentes in P, & D ſunt vires mortuæ, gravitates nimirum aquæ: vis tamen in P eſt quadrupla virium in D, ut ex ſe patet: effectus igitur etiam erit quadruplus: ergo licet vis mortua agens in P illic velocitatem tantummodo duplam imprimat, ex indole, & ratione fluiditatis efficitur, ut & virium mortuarum actio effectum quadruplum efficiat. Rurſus ſi vera eſſet nova opinio, vis atque effectus productus in P eſt maſſa 2, in quadratum, 4, velocitatis, 2, hoc eſt, 8; effectus autem, ſeu vis aquæ ſalientis in D eſt 1, hoc eſt, factum ex maſſa 1. in velocitatem 1; effectus igitur in P eſt octuplus effectus in D; cauſſa autem eſt ſolum quadrupla, ut omnes in Hydroſtatica demonſtrant: cauſſam inſuper quadruplam producere non poſſe effectum octuplum, hoc eſt, cauſſam debere eſſe ſuo effectui proportionalem, eſt axioma ab omnibus ſtabilitum: inde autem ſequitur evidenter, vires non eſſe quadrata velocitatum. Non parum huic argumento tribuendum mihi videtur: quod ab adverſariis

ſariis in nos productum, & penitius examinatum nobis quidem minime opponitur, eorumque ſententiam evertit.

61. Opponitur 4.° Experientia demonſtrat, & nos etiam alibi ſtabilivimus, quod multoties in elaſticorum corporum preſſionibus major ſit virium ſumma, & motus quantitas poſt percuſſionem, quam ante illam, ſi vera eſſet Carteſiana opinio, cum tale quidpiam in nova ſententia locum non habeat: ne igitur illud abſurdum admittatur, antiquam opinionem deſerere opus eſt. In corpus A v. gr. elaſticum, & quieſcens, cujus maſſa, 9, incurrat aliud B (Fig. 4. Tab. I.), cujus maſſa, 3, velocitas 8, quantitas motus, ſeu ſumma virium, 24; poſt percuſſionem tota quantitate motus B translata in A, regreditur B velocitate 4, hoc eſt, viribus 12: major igitur eſt poſt percuſſionem, quam ante illam, virium ſumma, ſecundum antiquam opinionem, cum in nova ſententia eadem ſemper virium ſumma ſervetur, ut facili calculo demonſtrari poſſet.

62. Reſp. ex ſupradictis poſt hujuſmodi percuſſiones major eſt ſecundum utramque ſententiam quantitas motus: hæc non impulſui directo impingentis corporis B (cujus vim, & virium menſuram quærimus), ſed elaſticitati corporum tribuitur: niſi enim corpora eſſent elaſtica, & impingens quieſcente minus; motus quantitas non augeretur: exceſſus igitur, atque argumentum quantitatis motus peculiari cauſſæ ab impetu impingentis corporis diſtinctæ tribuendum eſt: mutato igitur nomine quantitatis motuum in quantitatem virium, res illa, quæ ſecundum omnes eſt cauſſa primi augmenti, ſecundum nos etiam eſt cauſſa ſecundi, cum unum ab alio non diſtinguamus. Uno verbo, prædictum virium augmentum elaſticitati tribuitur, non impingentis corporis impulſui: quamdiu autem non probabitur nullam aliam cauſſam hic intervenire præter impulſum prædictum, nihil contra nos. Eadem reſponſio ſimilibus aliis argumentis adhibenda eſt. In nova vero ſententia ſummam etiam virium poſt elaſticorum corporum percuſſiones majorem in quamplurimis paſſim caſibus eſſe, quam ante percuſſionem exiſteret, caſibus, & calculis productis in prima Phyſicæ generalis parte demonſtravimus: quod alii exiſtant caſus, in quibus virium æqualitas modo

ſecundum antiquam, modo ſecundum novam ſententiam æſtimata deprehendatur, nihil alteri præ altera favet, aut opponitur ſententiæ.

63. *Opponitur Quinto Argumentum* Bernoulli: *concipe corpus* C *oblique moveri in elaſtrum* L *velocitate* CL, *ut* 2, *& angulo inclinationis* CLP, 30 *graduum, cujus nempe ſinus* CP, *eſt ſemiſſis radii* CL (Fig. 10. Tab. I.): *ſuppono autem, eam eſſe reſiſtentiam in elaſtro, ut ad illud tendendum requiratur præciſe unus velocitatis gradus in illo corpore, ſi perpendiculariter impingeret. Quid ergo fiet poſt incurſionem obliquam corporis* C *in elaſtrum* L? *Quoniam motus per* CL *componitur, ut notum eſt, ex collateralibus* CP, *&* PL: *& cum* CP, *ſecundum quam corpus impingit in elaſtrum* L, *exprimat dimidiam celeritatem corporis per* CL; *conſumatur hic motus per* CP *tenſo elaſtro* L, (*perinde enim eſſet, ac ſi corpus* C *celeritate* CP *perpendiculariter incurreret in elaſtrum, quod per hypotheſim eam celeritatem deſtruere poteſt*) *remanente corporis celeritate, & directione* PL. *Producta igitur* PL *in* M, *ita ut* LM *ſit æqualis* PL, *æqualis radici* 3 (*ponitur enim* CL = 2), *& applicato in* M *alio ſimili elaſtro, faciente cum* LM *angulum* LMQ, *cujus ſinus* LQ *æqualis* BP = 1. *Per eandem rationem manifeſtum eſt, corpus* C *poſt tenſionem elaſtri tenturum eſſe elaſtrum* M, *amiſſo motu per* LQ *& ſervato motu per* QM. *Prolongata utique* QM *ad* N, *ut fiat* MN = QM = *radici* 2, *ibique ſubſtituto elaſtro ſimili tertio conſtituente cum* MN *angulum* MNR *ſemirectum, quo ſcilicet* MR *iterum ſit æquale* CP = 1. *Patet ſimiliter motum per* MR *totum impendi in tenſionem elaſtri* N, *corpore interim moveri pergente directione, & celeritate* RN = 1. *Denique ſi hac celeritate reſidua impingat perpendiculariter in elaſtrum* O, *huic flectendo totam ſuam vim reliquam dabit: ipſum itaque corpus ad quietem redigetur. Hiſce ita præmiſſis, patet nunc, potentiam corporis* C *tantam fuiſſe, ut per ſe ſolum tendere poſſit præciſe quatuor elaſtra talia, ad quæ ſingula ſeorſim tendenda requiritur dimidia velocitas corporis æqualis ipſi* C: *ideoque cum effectus illius quadruplo major ſit, quam effectus hujus; evidens eſt quoque, vim corporis velocitate* 2 *graduum quadruplam eſſe vis corporis ejuſdem, vel æqualis velocitate unius gradus; haud abſimili modo demonſtrarem, corpus* C *velocitate* 3 *graduum tendere poſſe* 9 *elaſtra*,

ſtra, ad quorum unum tendendum unus velocitatis gradus in eo corpore requiritur, & tandem in genere numerum elaſtrorum tenſorum ſemper eſſe quadruplum numeri graduum velocitatis (*a*). Hoc argumentum propriis auctoris verbis expoſitum appellat *VVolfius* demonſtrationem; noſtram vero ſententiam *errorem*: appellaſſe tamen licuit, demonſtraſſe oportebat: quorſum doctum aliquando hominem ſua adducunt præjudicia!

64. Reſpondeo. Ne demonſtrationis quidem umbram in allato argumento agnoſcunt communiter, aut antiquæ aut novæ opinionis fautores. De elaſticitate iterum, atque de motuum compoſitione, & reſolutione res agitur. Probari igitur prius debet, 1.o corpus C velocitate C L in elaterium impingens, illud directe ferire tota vi C P, & ſervare totam vim PL. 2.o nullum hic intervenire effectum, elaterii proprium, atque virtuti elaſticæ ſolummodo, aut principaliter ſaltem tribuendum: primum eſſe falſum ſuperius demonſtravimus: Quid vero de ſecundo judicemus, jam expoſuimus. Tota igitur illa prætenſa demonſtratio ex principiis falſis deducta, iiſque innixa ab homine docto in medium produci non debebat.

65. Opponitur Sexto. Univerſalis gravitas, ſi qua exiſtit, aut ſaltem gravitas corporum terreſtrium, creſcit, aut decreſcit in ratione inverſa quadratorum diſtantiæ a centro terræ, ut inferius dicemus; corpora igitur deſcendentia ad terram, & motum ſuum accelerantia vim acquirunt, non in ratione temporum deſcenſionis, ſed ſecundum rationem ſpatiorum, hoc eſt, non ſecundum tempus, quod deſcendendo impendunt; ſed ſecundum ſpatia, per quæ tranſeunt: fluxus enim per ſpatia, non fluxus temporis vires auget: cum igitur tempora ſint velocitates, ſpatia ſint velocitatum ſeu temporum quadrata; ſunt vires corporum cadentium, ut quadrata velocitatum in maſſam ducta. Hoc argumentum, tanquam valde probabilem conjecturam ex ſuo etiam protulit, aut ſaltem in hanc formam redegit P. *Riccati*.

66. Reſpondeo. Primo argumentum viribus etiam mor-

(a) *Apud VVolfium elem. mechan. cap. 7.*

mortuis, ſeu corporibus plane quieſcentibus, & in diverſa a telluris centro diſtantia poſitis convenit: Si enim illa gravitatis regula eſt vera, de qua late in loco diſputabimus; unum idemque corpus, lapis ſupra altiſſimi montis verticem quieſcens, & poſtea ad montis radices poſitus gravitates habet diverſas ex indicata ratione quadratorum diſtantiarum petendas, & dimetiendas: ſi ergo argumento non obſtante, vires mortuas etiam Leibnitiani per ſimplicem velocitatem dimetiuntur; nihil ex illo etiam contra vires vivas concluditur. 2.o Non extenditur etiam argumentum ad motus æquabiles, ad vires conſtantes, ad percuſſiones temporis momento factas: cum igitur vires acceleratæ, aut retardatæ ab æqualibus non differant, ipſius etiam P. *Riccati* confeſſione; eaſque vires ſatis efficaciter hactenus per ſimplicem velocitatem exprimi, atque dimetiri confecerim: concludendum pariter eſt, vires non accelerari, neque retardari, non produci, neque deſtrui ſecundum ſpatia, ſed ſecundum tempora. Dico igitur actiones gravitatis augeri, ipſamque gravitatem agere ſecundum tempora: gravitas enim eſt cauſſa neceſſaria ſemper inſtans, & urgens. Dum igitur non eſt impedita, actiones ſuas ſecundum tempus multiplicat. Duobus corporibus gravibus decidentibus, diverſo tamen tempore idem ſpatium v. g. 50 pedes prope terram percurrentibus, unum quidem in illis peragrandis duo minuta ſecunda impendat; aliud vero impendat unum: in illo ſpatio percurrendo plus aget gravitas primi quam ſecundi, idque in ratione temporum; aliter gravitas, vis & cauſſa neceſſaria, in dimidio tempore nihil ageret, ſed ſtaret otioſa, & iners; cum tamen nihil eſſet, quod eam impediret: hocque pacto in antiquum, & exploſum *morarum* ſyſtema incideremus; & cum velocitas ſemper augeri poſſit, & imminui; corporaque gravia minori ſemper, & minori tempore datum illud ſpatium percurrere; ſequeretur inde, gravitatem, vim neceſſariam, ſemper inſtantem, & prementem, per 20, 100. 1000 milliones partium temporis ſui deſcenſus nihil agere, omneſque actiones ſuas exerere in minima parte temporis. Dicamus igitur potius cum omnibus Philoſophis, & cum communi hominum ſenſu, ea lege naturalibus cauſſis vim agendi fuiſſe a Deo datam, ut ſecundum temporum ratio-

rationem effectus ſuos agerent. cæteris tamen paribus. Alia etiam argumenta a Leibnitianis proponuntur, quæ quidem omnia longum eſſet referre, neque neceſſarium; cum vel parum differant ab hactenus expoſitis, vel ipſorum etiam adverſariorum judicio parum habeant ponderis. Legi poteſt P. *Scherffer* (a), & *Riccati* in laudato hactenus opere, in quo nihil modeſtiæ, ſublimioris Geometriæ, & medietationis deſiderabis.

L E C T I O *II.*

De viribus Centralibus, Centripeta nimirum, & centrifuga.

D E F I N I T I O.

67. Infinita fere ſunt corpora, quæ vel humana induſtria, & machinis, vel a primitiva rerum conſtitutione in lineis curvis, circulo, ellypſi, parabola moventur. Hæc etiam affectio omnibus univerſim corporibus, ſolidis, fluidis convenit: & mille paſſim phænomena, & phyſici effectus ab hujuſmodi motu pendent. Cælum, & aſtra ſuſpicientibus mirabiles illico mentem ſubeunt tantorum corporum per immenſas fere orbitas motus. Quænam vero, a nobiſmetipſis taciti percontamur, quænam vero mirabilium ejuſmodi motuum cauſſa, effectus? quænam vires vaſtiſſima illa corpora ad compoſitos adeo motus determinant? Ut difficillima hæc quæſtio in Aſtronomia, aliæque non diſſimiles tentari, atque examinari alibi poſſint; motum, & vires corporum in curvis conſideremus. Lapis funda circumactus, & a manu in revolutionum a lapide deſcriptarum centro retentus, ſi excutiatur, aut libere abire permittatur, per rectam circuli revolutionis tangentem projicitur, & a manu ſeu revolutionis centro fugit: dum vero manu retinetur, ſemper a centro recedere conatur, manum trahere nititur, funem diſtendit, & phyſicæ in manu vires opus ſunt, ut circumactum lapidem, recedere ſemper affectan-

(a) *Tom. 1. Phyſicæ.*

ſtantem retineat, ac ad ſeſe trahere adnitatur. In quocumque igitur corpore in funda, ſicut & in curva alia quacumque acto, duo ſaltem niſus inveniuntur, unus, quo ad centrum corpus retrahitur, alius, quo per tangentem idemmet corpus abiret. Sit v. g. corpus A (fig. 11. tab. I.) quod vis quædam A S ad punctum determinatum X ſemper, & ubique trahat: alia autem potentia A B cum priore A S angulum v. g. rectum efficiens, idem corpus per A B projiciat; mobile igitur motu compoſito in C deferetur: in puncto C ſecunda potentia per tangentem CT ſemper deſignata, & prima C V ad centrum ſemper tendens, corpus iterum per diagonalem C Z promovebunt, & ita deinceps. Hujuſmodi vires communi vocabulo *centrales* nuncupantur, habita nimirum ad punctum illud X revolutionum centrum, relatione.

Diſtinctionis tamen, & muneris gratia, prior *Centripreta* appellatur, quia corpus ad centrum ſemper, & ubique trahit: poſterior vero *centrifuga*, quia mobile a centro ſemper removet. Suntque proinde hujuſmodi vires inter ſe contrariæ; cum prima ad centrum, ſecunda a centro corpus moveat, aut movere adnitatur. Licet autem vis centrifuga mobile A non per radium X A directe a centro removeat, ſed illud per rectam tangentem A B dirigat; vi tamen centripetæ opponitur: corpus enim per tangentem A B P delatum a centro X magis ſemper & magis recedit quantitatibus C B, Z M, R N, O P &c. rectaque DX ſenſim circa centrum X girante, per eandem directe a centro recederet Corpus A ea in recta, tanquam in canali delatum: directe igitur prædictæ vires opponuntur, ſaltem in effectibus, & menſuris, licet una per tangentem A B corpus impellat, alia autem per A X illud a tangente deturbare, & ad centrum adducere adnitatur.

DEFINITIO.

68. Cum ejuſmodi virium beneficio, non recta aliqua, ſed curva linea A C O (Fig. 11. Tab. I.) deſcribatur, ut infra demonſtrabimus, hujuſce curvæ centrum X, aut focus, ſi illa ſit ellypſis, centrum virium dicitur. Ipſa autem curva A C O mobilis *orbita*, aut *trajectoria* nuncupatur. Recta X A a centro orbi-

orbitæ ad periphæriam ducta dicitur virium, ſeu *orbitæ radius*, alio nomine *radius vector*: ſi tamen curva non ſit circulus, ſed ellypſis, aut alia curva; tum vero recta illa non a centro ſed a foco figurá ducta, *radius vector* & *virium* appellatur, non tamen radius figuræ exiſtit. *Tempus periodicum* eſt illud, quod mobile in orbita percurrenda inſumit.

69. Vires centrales, quibus hæc orbita percurritur, potiſſimum tamen vis centrifuga, aliud non ſunt, quam ipſemet impetus corporis per curvam circumducti, ſed per lineam rectam ſemper moveri, & recedere conantis, ab ipſius corporis inertia conſervatus. Hujuſce virtutis effectus, & veluti menſura relativa ad centrum X eſt pars CB, ZM, RN lineæ ſecantis AP a centro ad tangentem ductæ, inter arcum, & ipſam tangentem comprehenſæ: per illa enim ſegmenta receſſus corporis a centro, & illius retractio ad centrum exhibetur, hoc eſt, quantum corpus recederet a centro, & curva, ſi ſola vis centrifuga urgeretur, & quantum valeat etiam vis centripeta, quæ mobile tantumdem retrahit, ne prædicta ſegmenta recedendo percurrat. Uno verbo, dum corpus A in orbita AO revolvitur, conatur ſemper a centro recedere, & ſemper ad centrum retrahitur: Conatus & vis recedendi a centro, qua ſcilicet corpus manum X ſecum trahere nititur, exprimitur per CB, ZM &c. per quæ recederet corpus, niſi perpetuo ab alia vi in X reſidente, aut ad X tendente impediretur; per eadem igitur ſegmenta rectæ ſecantis CB, ZM &c. exprimitur vis centripeta, ſeu vis illa, quam in manu X reſidere opus eſt, ut illum recedendi conatum impediat, & corpus ab orbita recedere non permittat.

70. Hujuſmodi recedendi conatus & vis receſſioni obſtans, eamque impediens, ſeu vis centripeta, ac centrifuga aliud ſunt a velocitate, ſeu quantitate motus corporis per orbitam; ſeu potius non ſemper eandem ſervant proportionem, ac velocitates corporis in orbita, ut ſtatim dicemus.

71. In arcubus inſenſibilibus, & minimis linea CB ſenſibiliter non differt ab alia CH perpendiculari ad tangentem, parallela ad AS, & parallelogrami SH latere. Et hinc atque ex modo dictis plures ſunt, qui vim centripetam per AS, vim centrifugam per CH ex-

exprimant; atque inde deducant, hujuſmodi vires in corpore per curvam quamcumque delato ſemper eſſe æquales. Quidquid de hujuſmodi expreſſione, aut æqualitate ſit, aut intelligatur; mihi certum eſt, vires centripetam, ac centrifugam corporis per circuli circumferentiam delati eſſe æquales: in aliis tamen curvis eam æqualitatem ita intellige, ut nonnunquam alia aliam vim ſuperet, & corpus modo ad centrum magis accedat actione vis centripetæ ſupra centrifugam, modo a centro magis recedat beneficio vis centrifugæ. Ponamus ſcilicet corpus circa focum A ellipſeos XDSM Fig 22. tab. 4.) virium centralium beneficio convolvi: manifeſtum eſt, ab apſide X ad focum A magis vicino ad apſidem uſque S corpus magis ſemper, & magis a foco A virium centro recedere; a puncto autem S ad aliud oppoſitum X iterum regrediendo magis ſemper, & magis ad centrum virium accedere: jam vero primus receſſus vi centrifugæ tantummodo tribuitur, ſicut etiam ſecundus acceſſus centripetam omnino habet cauſam. Quoties igitur in curva non ſervatur eadem diſtantia a centro virium; opus omnino eſt, ut vires viciſſim alia ſupra aliam agant: alia aliam alterne ſuperet. Interim tamen oppoſita latera MX, NO (Figura 21. tab. 4.) parallelogrami XMNO, cujus duo latera MX, MN vires centrales repræſentant, ſunt æqualia; ſed ea duo oppoſita latera MX, NO proprie ſolum repræſentant vim centripetam MX, & illius effectum NO, ſeu quantum ejus virtutis beneficio corpus a tangente retrahitur, aut ne abeat, impeditur. Uno verbo, AB, AS (fig. 11. tab. I.) ſunt vires centrales; utrinſque ſimul agentis effectus eſt arcus AC: AS, ſeu HC eſt actio vis centripetæ, CB actio vis centrifugæ (*a*).

72. Sunt etiam, qui in caſu revolutionis corporum tres vires diſtinguant, *Centripetam*, *centrifugam*, *tangentialem*: at cum poſita projectione corporis A per tangentem AP, & gravitate verſus centrum X, nullaque alia vi accedente, corpus A per curvam moveatur; duplicem tantummodo deſcriptam vim agnoſcimus,

(a) *Vide quæ diximus in aſtronomia phyſica.*

mus, earum actiones, & actionum menſuram diſtinguimus juxta ea, quæ diximus de compoſitione & reſolutione virium (*a*): vires ſcilicet ex parte ſe deſtruere, ex parte item ſe mutuo juvare. Si quis tamen eas vires, aut earum effectus, & menſuram aliis nominibus ſignificet, id minime refert.

OBSERVATIO.

73. *Duo corpora ſolida æqualia, atque ejuſdem maſſæ v. gr. duo globi eburnei, tenui filo ita invicem ſint commiſſa, & diſpoſita, ut alio in motus centro quieſcente, alìud circa ipſum impellatur; impulſus globus circa primum quieſcentem revolvitur, ſenſim tamen a centro recedit, & quieſcentem globum a centro extrabit, & ſecum abripit.*

Experimentum fieri facile poterit, ſi tabula aliqua circularis, tenuis craſſitiei, & ſatis lævigata ita borizontalis aptetur, ut circa ejus centrum parallela ad borizontem magnaque velocitate convolvatur. In rotæ enim centro, puncto ſcilicet immobili, alter globus conſtituitur, alius vero ope fili cum primo commiſſus in media inter centrum, & peripheriam diſtantia poſitus, una cum rota convolvitur. Hac, inquam, ratione prædictus effectus obtinebitur.

OBSERVATIO.

74. *Quod ſi globi quidem in dictis jam locis locentur, filum tamen illos priori in experimento committens, antequam rotam convolvere incipias, rumpatur; facto iterum periculo, boc eſt, rota lignea ad borizontales revolutiones acta; primus quidem globus perſtat immobilis in centro; ſecundus libere ab illo recedit. Si tamen ejuſmodi globi filo iterum commiſſi, in æqualibus a centro diſtantiis diſpoſiti ad motum circularem concitentur:*

(a) *Lectione antecedenti; t. 1. lectione de motu compoſito.*

tur: in eadem ſemper diſtantia circa centrum revolvuntur (*a*).

OBSERVATIO.

☞ 75. *In vitreis duobus tubulis, ab una ſui extremitate* C *apertis, eaque ex parte tubo ſeu vaſi* A, *aqua, aut quibuſcumque aliis liquoribus pleno, commiſſis, atque communicantibus, ab alia autem extremitate* B *hermetice clauſis, & capitatis, oblique inſuper ad horizontem diſpoſitis, & circa tubum* A *circumactis, aqua a vaſe* A *ſenſim per tubos* C B, C H (fig. 12. tab. I.) *aſcendit, & ſphærulas concavas* D, H *replet. Prædicti tubi, aut alii quicumque ſimiles ad horizontem etiam inclinati, atque ſibi invicem inferius communicantes, diverſæ gravitatis ac denſitatis liquores contineant: immotis quidem tubis, denſius fluidum eorum in fundo quieſcit, leviora ſupra denſiora, & graviora gradatim exiſtunt: tubis autem in orbem actis circa commune commiſſuræ punctum* C, *ordo, & ſitus fluidorum penitus invertitur: gravius enim fluidum ſenſim ab infimo loco, ac revolutionum centro recedendo, perque tubum, & medios alios liquores aſcendendo, ſupremum, & remotiorem a centro locum occupat, in eoque deinceps perſeverat, dum in orbem aguntur tubi: alii ſuo etiam ordine graviores ſupra leviores aſcendunt, & circumvolvuntur.*

OBSERVATIO.

76. *Id etiam alia ratione obtinere poſſumus: tubum vitreum oblongum, & parum amplum puta* B A (Fig. 11. tab. 6.) *pluribus liquoribus diverſa ſpecifica gravitate præditis imple, ut graviores deorſum verſus* B, *leviores ſuperius exiſtant, dum tubus quieſcit: manu poſtea tubum ab extremo infimo* B *prehendens, illum vel parallelum, vel rectum, vel obliquum ad horizontem rapide convolve, ita ut extremum* C *circulationum peripheriam deſcribat. Obſervata antea phænomena hac iterum ratione obſervabis; qui liquores ob majorem gravita-*

(a) *Experimenta Nollet t.* 2. *pag. mihi* 44.

vitatem erant in B, *ſenſim ad aliud extremum* C *aſcendent*; *& alios ſecundum gravitatis rationem deorſum ad centrum detrudent*.

Quodſi ambo tubi eundem contineant liquorem, puta aquam; Subereæ corticis globus, aqua levior, in altero cupreus aqua denſior, ac gravior, includantur: Stantibus quidem tubis, ſuber ſupra aquam; infra illam tubulorum in fundo quieſcit cuprum: circum actis tamen tubis, cupreus globus ſenſim ad tubi extremitatem elatiorem aſcendens, ſupra aquam circumvolvitur, eamque aſcendendo deorſum detrudit; ſuber e contrario a tubi extremitate deorſum paulatim ab aqua ſurſum aſcendente protruditur, quoad infra aquam penitus rejecta in infimo loco circumvolvitur. Et hæc quidem experimenta facillime ab omnibus inſtituuntur, nominatim vero apud Nollet *videri poſſunt* (*a*).

PROPOSITIO II.

77. *Corpus quodcumque tam ſolidum, quam fluidum circa punctum aliquod in curva circum volutum, expoſitis modo centralibus viribus movetur, quarum ſcilicet una per tangentem agit, altera vero ad centrum, ſeu ad punctum aliquod intra curvam poſitum dirigitur*.

Primo enim corpus quodcumque A motu ſolummodo compoſito poteſt curvam deſcribere (*b*). Si enim motu ſimplici promoveretur, lineam rectam deſcriberet: duabus igitur ſaltem urgetur viribus. Ejuſmodi autem vires ſunt centrifuga & centripeta: nam omne corpus circa punctum revolutum, & ſibi derelictum per rectam tangentem a centro fugit (*n.* 73.): vi igitur centrifuga urgetur, ut ex allatis obſervationibus conſtat. *Secundo*. Qui manu lapidem in funda circumagit, vehementem in manu ipſa lapidis conatum, ac vim experitur, qua a manu, ſeu revolutionum centro recedere ſemper nititur, manumque una ſecum trahere. *Tertio*, Aqua etiam, fluida omnia, ac quæcumque gravia corpora con-

(a) *Experimenta Nollet loc. cit. pag.* 47. 57.
(b) *Tom.* 1. *Lect.* 13.

contra gravitatis indolem aſcendunt, dum circumvolvuntur: eſt igitur in iis omnibus vis, & conatus recedendi, ac proinde eſt etiam vis impediens diſceſſionem, dum in curva moveri pergunt corpora; aliter enim ſublata vi impediente, curvam illico deſererent.

Satis igitur prædicta utraque vis demonſtratur: niſi enim lapis A v. g. funda circum actus, & circa manum, aut centrum X revolutus a vi aliqua verſus ipſum centrum perpetuo retraheretur, lapis per arreptam ſemel viam rectam A P (Fig. 11. tab. 1.) progrederetur, atque a X in infinitum diſcederet: quia igitur non diſcedit, ſed curvam A C O circa punctum X deſcribit a ſemitis rectis ubique recedendo; a vi aliqua verſus X perpetuo detinetur, & protruditur. Hujuſmodi vis in lapide a manu funda circum acto eſt vis retrahens manus, quæ lapidem abire ſemper conantem detinet: in aliis autem corporibus circa centrum aliquod revolutis v. g. aere circa centrum telluris in copernicana hypotheſi, eſt ipſorum corporum gravitas, ſeu gravitatis effectus.

78. Vis centrifuga corporum ex vi etiam inertiæ pendet, atque probatur, ſicut ex generali motus lege ut modo inſinuavimus: corpus enim A ſecundum directionem aliquam A P impulſum, ex vi propriæ inertiæ, atque ex citata lege motus per eandem rectam ſemper moveretur: at per rectam A P progredi nequit, quin a centro X ſemper magis, & magis recedat: ſtante igitur virtute inertiæ, & univerſali motus lege, quas ſupra ſtabilivimus, inficiari nullus poterit, corpora omnia circa centrum quodcumque acta virtute centrifuga donari.

79. Vim etiam centrifugam innumera paſſim experimenta, & obvia phænomena demonſtrant: curruum, & machinarum quarumcumque rotæ, dum circumvolvuntur, aquam, pulverem, platearum lutum, ac cænum viſcoſitate ſua rotarum periphæriæ aliquantulum adhærens, per lineas rectas tangentes rotam ipſam projiciunt. Hujus etiam virtutis beneficio frumentum ſub molendini rota contritum, atque in pulverem redactum, ſenſim a molæ, ſeu potius revolutionum centro diſcedit, quoad illius periphæriam attingens per tangentes a circumvoluta rota projicitur. Hoc pacto plura alia phænomena virtuti corporum cen-

centrifugæ accepta referimus. Et hinc vis centr. fuga non eſt aliquid in phyſica novum; homines enim numquam latuit, lapidem funda circumactum, cum primum demittatur, impetu a manu recedere. Ex quo igitur homines, atque pueri fundis lapides projiciunt, mulierefque triticum clibano purgant, vim centrifugam agnoſcunt; neque aliud agimus, quam rei antiquæ nomen novum tribuere, illiuſque leges, atque effectus explorare.

Expoſitam propoſitionem experimentis, & ratione ſatis probatam non leviter confirmabimus, ſi motum ex hujuſmodi viribus compoſitum exponamus quo inſimul propoſitio converſa demonſtrabitur.

PROPOSITIO III.

80. *Omne corpus* A *duplici vi ad motum ſollicitatum, quarum una ad punctum aliquod determinatum* X (Fig. 11. tab. 1.) *perpetuo corpus trahat, altera ſecundum directionem* A P *v. g. ad priorem* A X *perpendicularem dirigatur, curvam circa datum punctum* X *deſcribit*.

Corpus A per rectam A P ita projiciatur, ut tempore inſenſibili ſpatium A B percurreret: inſimul autem alia potentia ad X trahatur, ita ut eodem tempore, ſi huic virtuti ſolummodo morem gereret, ad S perveniret: mobile igitur neque A B, neque A S deſcribet, ſed per A C incederet. In C exiſtens, iiſdemque iterum viribus per C T, C V ſollicitatum lineolam C Z deſcriberet, & ita in omnibus aliis punctis, quæ ſequuntur. Jam vero lineolæ A C, C Z, Z R &c. inſenſibiles, & ſibi continuæ curvam A O componunt, ad quam a tangentibus per vim centripetam corpus continue retrahitur. Non tamen dicimus curvam a corpore duabus prædictis viribus acto deſcriptam, in ſe ipſam ſemper redire, & ſpatium comprehendere; plurimæ enim ſunt curvæ in ſe non redeuntes, v. g. parabola, hyperbola &c. eæ tamen a viribus centralibus deſcribi poſſunt. Quod igitur corpus lineam curvam in ſe redeuntem deſcribat, a ratione inter vires centrales intercedente dependet. Vide dicenda in aſtronomia phyſica lectione 17.

PHÆ-

PHÆNOMENA.

81. *Plurima, quæ paſſim obvia ſunt, phænomona per ſupradictas vires explicantur. Primo enim, ſi vas aquæ plenum, & aperto ore, manu v. gr. prehenſum circumducas per aerem in plano ad horizontem perpendiculari; in ſuperiore circuli parte, converſo in terram ore, aqua non diffluit, ſed concepta vi centrifuga propriam gravitatem ſuperans, vaſis potius fundum, ac latera premit. Etenim ſi interea, dum vas ſuperiorem circuli arcum deſcribit, terramque aperto ore deſpicit, foramen in fundo, aut latere aperiretur; aqua illico gravitati ſuæ minime cedens, per apertum foramen ſurſum, aut per tangentes proſiliret. Neque id ſolummodo in aqua, aut in cæteris fluidis, verum etiam in corporibus quibuſcumque ſolidis, quæ tamen facile in prædicto caſu ruerent, paſſim obſervamus.*

PHÆNOMENON II.

82. *Quod ſi idemmet vas ore ſurſum verſo motu ad horizontem parallelo circa centrum aliquod rotetur; aqua per averſum a centro labium ſecundum circuli tangentes diffluit; magnam enim vim centrifugam acquirens aqua, prædictum vaſis labium fortius premit, in illudque tota confluens, aut confluere adnitens ex ea parte ſupra vas ipſum aſſurgit, atque a vaſe ad motum centrifugum libera per tangentes recedit. Quod ſi illudmet vas non circa externum centrum extra vas poſitum, ſed circa ſe ipſum, ut quotidie fit, convolvamus; aqua, aut liquores cæteri, dum circumvolvuntur, cavam ſuperficiem ſuperne efficiunt, a cujus centro in vaſis axe poſito verſus omnia vaſis latera ſeſe circumquaque attollunt. Vi enim centrifuga a revolutionis centro, aut axe verſus periphæriam circumquaque fugiens liquor, & in vas ubique impingens attollitur a ſubſequente æque ſemper impulſus.*

PHÆNOMENON III.

83. *Pueri etiam aliquando ludendi gratia pedibus erecti velociter circa ſe ipſos vertigine convolvuntur; at paucis volutionibus abſolutis ſiſtentes, horizontem circa*

ſe

ſe ipſos circum volvi, videre ſibi videntur; perturbato cerebro vix ſeſe a lapſu immunes ſuſtinent, nec niſi aliquantulo temporis interjecto priſtinum ſtatum recuperant. Spiritus ſcilicet animales, omneſque corporis humores impetu, ſeu vi centrifuga concepta & acquiſita, dum in vaſibus quiſque ſuis convolvuntur, ad corporis ſuperficiem contendunt, rectumque ſpirituum ordinem, ac functiones perturbant, hominemque vix ſui compotem, & ad hujuſmodi functiones aptum relinquunt.

Iidemmet ſpiritus in fundo oculi, & prope retinam circumvoluti, moveri adhuc pergunt, & fluctuant, ſiſtente jam corpore (id quod omnibus fluidis in vaſe circumvolvente commune eſt) receptamque proinde externorum objectorum impreſſionem ſecum circumferunt; atque ex diverſis retinæ partibus ad cerebrum emittunt; puer tamen hujuſmodi motum non animadvertens, neque perſentiſcens, eum ad externa corpora refert: ſed hæc clarius ſuo loco explicabuntur.

PHÆNOMENON IV.

84. *Innumera porro ſunt, quæ paſſim obſervamus ab hujuſmodi viribus pendentia. In omnibus machinis, in quibus rotæ cum impetu convolvuntur, molendinis, torcularibus, & aliis inſignia hujuſmodi virium phænomena, & effectus obſervamus. Molendinorum, & ſimilium machinarum rotæ aqua velociter convolutæ aquam ipſam per lineas tangentes cum magno impetu projiciunt.*

Frumenti grana intra molas prope axem cadentia vi centrifuga infra ipſam molæ maſſam trahuntur; eademque vis efficit, ut, dum rota convolvi pergit, ipſa in farinam paulatim comminuta, & redacta ad molæ periphæriam magis ſemper, & magis accedant, quoad peripheriam attingentia per tangentes a molis ipſis protruduntur. Alia ſane machina opus eſſet ad commune hoc hominum beneficium obtinendum, niſi in rebus vis centrifuga exiſteret.

Triſtiſſima nonnumquam earundem virium exempla aerei turbines edunt: hujuſmodi ſcilicet ventus in vorticem rapidiſſime actus homines, armenta facillime abripit in gyros, in altum attollit, ad magnas diſtantias per lineas tangentes projicit, arbores eradicat, domos ſubvertit, & diſſipat, milleque alia, dum circa axem

ſuum rapidiſſime convolvitur, inſimulque ab uno ad alium locum tranſit; ruinarum veſtigia poſt ſe relinquit.

Dum etiam feſtivi ignes grata nobis ſpectacula noctu exhibent, id ſemper obſervamus, igneas ſcilicet rotas, cum inceduntur, & ardendo circa axes ſuos rapidiſſime convolvuntur, perennem ſcintillarum torrentem per tangentes tamdiu emittere; quamdiu & inflammatio, & vertigo perſeverat.

Vis tandem centrifuga, ut mille alia omittam, atque conſtans illa omnium corporum lex, ut per revolutionum tangentes abeant, efficit funditorum artis fundamentum, ut facile ex dictis demonſtratur.

PROPOSITIO IV.

58. *In plurimorum corporum gyrantium ſyſtemate, ſi alia aliis ſint denſiora, alia item aliis ad motum aptiora, partes denſiores majorem vim centrifugam acquirunt; eaque majori virtute acquiſita longius, quam rariores, a centro recedunt, & recedendo debiliores ad centrum detrudunt, aut detrudere nituntur.*

Utraque propoſitionis pars ex allatis hactenus obſervationibus demonſtratur. Nam graviores, ſeu denſiores partes quorumcumque fluidorum, alias minus denſas ad centrum repellunt, dum majori conatu ab illo recedunt. Idem in fluidis reſpectu ſolidorum, in ſolidis relatu ad liquida verum habet. Præter obſervationes, & experimenta, a quibus propoſitionis veritas deducitur, ipſam & moventium corporum ratio, & virium theoria rem demonſtrat. Corpora enim volumine æqualia per eamdem orbitam v. g. pari cum velocitate delata viribus a centro recedere conentur, quæ ſint maſſis proportionales, ſi cætera ſint paria: quod igitur plus maſſæ contineat, longius a centro recedet, quam levius: ſi igitur eo in ſpatio eaque ratione convolvantur, ut eorum ſolummodo alterum recedere a centro poſſit; denſior materia rariorem ad centrum detrudet. Ut tamen hæc propoſitio, ex qua corporum gravitas juxta plurimos philoſophos dependet, magis enucleetur, altius repetenda virium centralium theoria.

PRO-

PROPOSITIO V.

86. *Vires centrifugæ duorum, aut quorumcumque corporum eadem velocitate in eadem a centro diſtantia circumvolventium; ſunt in ratione directa maſſarum corporum.*

Id ex motuum theori - eſt evidens: pone enim maſſas æquales, aut eaſdem; ſunt igitur omnia elementa virium æqualia, ſeu eadem, ac proinde etiam vires. Si ergo ſola maſſa corporum variatur, augetur aut minuitur, reliquis elementis manentibus iiſdem; variantur etiam, augentur, aut minuuntur vires corporum in ratione variantis elementi, ut eſt per ſe, & ex motuum, aut virium theoria manifeſtum.

E pluribus igitur corporibus quibuſcumque in eadem a centro diſtantia, eadem cum velocitate circa commune aliquod centrum circumvolutis, quæ denſiora ſunt, ad majorem diſtantiam recedunt, & ab iis leviora ad centrum detruduntur. Si vero corpora, ſeu particulæ corporum ſint æque denſæ, & magnæ; eadem in omnibus erit vis centrifuga, neque aliæ alias ad centrum projicient.

PROPOSITIO VI.

87. *Si duo, aut plura corpora quæcumque æqualia in orbitis inæqualibus circa centrum iiſdem temporibus volvantur, ſervatis iiſdem a centro diſtantiis; erunt illorum vires centrifugæ, ut orbitarum radii; ſeu, ut diſtantiæ corporum a centro.*

Duo corpora æqualia ſint D A, eodem tempore arcus ſimiles A C, D E (Fig. 11. tab. 1.), hoc eſt, integras orbitas percurrentia: vis centrifuga corporis D eſt F E; corporis A eſt C B (n. 69.): ſunt autem F E, B C, ut D X, A X: Nam F X eſt ad B X, ut D X ad A X (*a*), hoc eſt, ut E X d C X: quoniam ergo tota F X, B X ſunt inter ſe, ut ab-

 lata

(a) *Elementum Geometriæ* 3. (n. 125.)

lata EX, CX; etiam reliqua FE, BC ſunt inter ſe, ut tota FX, BX, ſeu, ut diſtantiæ DX, AX (*a*).

COROLLARIUM I.

88. Ponantur duo corpora D A in duabus fundis inæqualibus XD, XA (Fig. 11. tab. 1.) a manu X circumduci eodem tempore; erit niſus lapidis D, ut a manu recedat, ſeu niſus in manu neceſſarius, ut lapidem retineat, ad alios ſimiles niſus corporis A, ut fundarum longitudines DX, AX: erunt igitur etiam in hoc caſu, ut circumferentiæ orbitarum, immo & ut velocitates; circumferentiæ enim circulorum ſunt, ut radii; velocitates autem, cum tempora periodica ſint eadem, ſunt ut ſpatia, hoc eſt, circumferentiæ, hoc eſt, radii circulorum.

COROLLARIUM II.

80. Si duo corpora D, A, diverſis in orbitis eodem tempore circumvoluta, ſint inter ſe inverſe, ut illorum diſtantiæ a centro, ſeu orbitarum radii; erunt inter ſe æquales eorum vires centrales. Generatim enim vires corporum centrifugæ ſunt factum ex corporis maſſa ducta in FE, v. g. aut BC, niſum recedendi a centro: dum igitur maſtæ, & niſus FE, BC fuerint reciproce proportionales, vires erunt æquales, ut ex Geometria eſt manifeſtum (*b*).

Et hinc etiam ſequitur, quod ſi denſitas corporis A ſit ad denſitatem corporis D in majori ratione, quam diſtantia DX ad diſtantiam AX; major erit vis centrifuga corporis A, quam vis corporis D; ac proinde A revolvi pergens, ſenſim & paullatim ſemper magis a centro X recedet, quam D, illudque poſtremum corpus ad centrum ab illo repellendum.

PHÆ-

(a) *Elem. Geom.* 3. (*n.* 122.)
(b) *Elem. Geom. introd.* (*n.* 43.)

PHÆNOMENA.

90. *Hinc manifeſte jam adductarum ſuperius obſervationum ratio deducitur: quare ſcilicet 1.° circumducto circa unam ſui extremitatem tubo in quo plures liquores diverſarum denſitatum, ac gravitatis ſpecificæ continentur, qui denſiores ſunt, & prius inferiora loca occupabant, majoribus viribus centrifugis acquiſitis verſus tubi ſummitatem aſcendant, alioſque deorſum verſus centrum impellant.*

Secundo. Qui triticum a paleis, lolio, arenis, & aliis ſimilibus purgare volunt, triticum in clibanum injectum una cum clibano ipſo in orbem acto convolvi compellunt; uſu enim, & experientia docente, paleæ, lolium, & alia ſimilia corpora triticeis granis leviora in clibani centro adunantur, impulſa nimirum a majori granorum, quæ denſiora ſunt, virtute centrifuga: ex adverſo arenæ tritico ſolidiores ad clibani periphæriam recedunt; fitque idcirco ut facillime virtutis centrifugæ beneficio, & legibus triticum, & omnia alia grana, quin immo innumera fere corpora a fæcibus liberentur. In hoc præterea obvio paſſim exemplo, id etiam obſervamus, quod ſinceriora, & graviora grana non ſolum ad circumferentiam abeant, ſed paleas, & leviora alia purgamenta ſurſum ad ſuperiorem ſuperficiem more fluidorum detrudant. Innumera ſcilicet frumenti grana perturbato illo motu, quo intra clibanum cientur, fluidorum indolem aliquantulum imitantur.

91. *Unde etiam manifeſtum eſt, quod ſi ponatur congeries & veluti chaos, plurimorumque corporum ſyſtema in denſitate imparium & nullo ordine ſpatium quodcumque occupantium; eaque omnia circa commune aliquod centrum circumvolvi adigantur; denſiora omnia a minus denſis ſuo ordine ſegregabuntur, & gradatim diſponentur. Eo enim pacto, ut dixi, omnia fluida purgari poſſunt. Et hinc etiam patet ratio, qua liquores quicumque diſſimilaris naturæ, atque diverſæ gravitatis ſpecificæ, ſi forte permixti ſint, a ſeſe invicem ſeparentur. Si enim tubum, in quo ſunt permixti, velociter circa aliam ejus extremitatem circumvolvas; fluida, & partes denſiores ſecundum gravitatum rationem ſeparabuntur, & ad diverſas in tubo ipſo a centro diſtantias collocabuntur. Hoc tamen ita intelligas, niſi mu-*

mutua particularum diverſorum liquorum catenatio, & commiſſorum angulorum, atque ramorum implexio talis ſit, quam virium centrifugarum diſcrimen ſuperare nequeat: quod in aqua, & ſale marino, atque in quamplurimis aliis liquoribus obſervari poteſt.

92. *Tertio. Paſſim obſervamus, paleas, ligna, cortices, atque ramos arborum, & id genus alia, ſi in aquam vorticoſo motu circumactam appellant, ab aqua in vorticis centrum detrudi, & per ipſius vorticis axem deorſum præcipitari: id quod expoſitis virium centralium legibus referendum eſt. Unde etiam patet, quam merito navigiorum gubernatores viſos a longe, aut in hydrographicis tabulis notatos hujuſmodi vortices, ſeu immenſas voragines ſedulo vitent. Si enim propius incauti accedant; navigium a prolabentibus in vorticem aquis abreptum, vorticem ipſum ingrediens, huc, illuc contortum, ad voraginis centrum tandem conjicitur, atque ob multiplices, contrarioſque motus diſciſum, non amplius emerſurum abſorbetur.*

COROLLARIUM III.

93. Si vorticis, aut ſyſtematis partes non in eodem plano circumvolvantur, ſed circa eundem axem AB, in diverſis tamen planis NM, RS, XF (Fig. 14. tab. 2.); leviora, ſeu rariora corpora a denſioribus quidem non ad unum omnia centrum, aut punctum v. g. C in medio ſyſtemate poſitum detruduntur, ſed ad puncta quædam F, C, E in iis, in quibus revolvuntur, planis exiſtentia, ſingula impelluntur: quæ quidem puncta ſunt ſuarum revolutionum centra. Superius, & rarius corpus M non ad punctum C, ſphæræ centrum in diverſo revolutionis plano RS exiſtens, ſed ad punctum E in eodem ſuarum revolutionum plano conſtitutum detruditur: idemque de aliis omnibus dicendum. Unde non ad vorticis centrum, idemque punctum ſyſtematis, ſed ad illius, & communem revolutionum omnium axem corpora omnia circumvoluta, vorticem componentia, & in diverſis planis acta diriguntur, atque ab aliis impelluntur. Id vero ex lege univerſali motus, & naturæ oritur; corpus enim in plano quocumque determinato motum, niſi ab externa aliqua cauſa determinetur, numquam ad aliud planum deflectit: corpus

igitur

igitur in circulo circumductum per illiuſmet circuli tangentes in eodem plano recedere conatur; & corpora leviora, quæ offendit, in eodemmet plano ad centrum deſcendere compellit.

94. Opponitur tamen. Si intra globum vitreum aqua plenum, & lente circa axem revolutum, globulus cereus ob admiſſum intra ſe plumbi granum, aqua aliquantulum gravior, in exigua ab axe diſtantia diſponitur ac circumfertur; poſtea tamen duplo majore velocitate vas vitreum, & contenta in ipſo aqua circumvolvitur; cereus globus præter expectationem ad axem detruditur, ut periculo facto didicit *Nollet* (*a*): corpora igitur graviora, & denſiora in fluido vortice circumvoluta, non ad peripheriam, ſed ad centrum propelluntur, minorique virtute centrifuga donantur. Reſpondeo admiſſo experimento, deductam inde conſequentiam nego. Vis centrifuga, ut jam indicavimus, & ulterius modo demonſtrabimus, non tantum ex majori maſſa, ſed etiam ex majori velocitate augetur: Si igitur globulus cereus aqua gravior eandem, atque aqua, velocitatem habeat; majori utique vi centrifuga præditus ad peripheriam evaderet: at cum duplicata repente in aqua velocitas non illico cereo globo communicetur; fit, ut major aquæ velocitas majorem cerei globi gravitatem ſuperet; majorique proinde vi centrifuga circumvolvatur, ac globum ad axem detrudat. Quod fluida corpora ſolidis fluido immerſis, non momento quidem temporis, ſed ſenſim totam ſuam communicent velocitatem, res eſt experimentis, & rationibus certa.

COROLLARIUM IV.

95. Quoniam jam ſupra demonſtravimus, corpora æqualia in diverſis a centro diſtantiis circa centrum eodem tempore circumvoluta vires centrifugas habere in ratione diſtantiarum, aut velocitatum; ſequitur inde, quod ſi globus ſolidus, aut vortex fluidus ſphæricus circa axem rotetur, ita ut omnes partes ſimiles, ejuſdemque molis, figuræ, maſſæ eodem tempore

(a) *Leçons t. 2. pag. 65.*

pore vertiginem ſuam abſolvant; vim centrifugam longe majorem habebunt partes, quæ in æquatoris DS (Fig. 14. tab. 2.) periphæria convolvuntur, quam quæ propiores ad polum exiſtunt: immo ab æquatore DS verſus polos vires centrifugæ gradatim ſemper decreſcunt; decreſcentibus enim periphæriis eodem tempore percurſis, decreſcunt etiam velocitates, & cum velocitatibus vires centrifugæ. Corpus igitur in æquatore fortius a centro, ſeu axe recedere nititur, quam reliqua omnia extra æquatorem poſita. Corpora in polis nullas habent vires centrifugas, cum nullum habeant motum vertiginis; quod ſi corpora diverſis temporibus vertigines ſuas conficiant, eorum vires exponendam mox rationem habebunt.

PROPOSITIO VII.

96. *Corporum æqualium ſeu ejuſdem maſſæ, diverſis celeritatibus circumvolutorum in eadem orbita vires centrifugæ, ſeu centrales ſunt inter ſe in ratione quadratorum velocitatum.*

Revolvantur duo corpora æqualia in orbita AO (Fig. 11. tab. 1.), primum quidem celeritate AZ, ſecundum autem celeritate dupla AO: erit vis centrifuga ſecundi mobilis quadrupla virium primi. Moveatur tertium aliud mobile æquale in orbita DI radii dupli DX, eodem tamen tempore orbitam ſuam percurrat, quo primum conficit orbitam AO: eodem igitur tempore arcus ſimiles AZ, DI percurrent; habet igitur D velocitatem duplam velocitatis AZ, ac proinde æqualem velocitati AO: vis autem centrifuga IG corporis D eſt dupla virium ZM primi corporis, ut ſuperius demonſtravimus: at OP eſt dupla lineæ IG: nam ſunt æquales arcus DI, AO; ſecundus tamen ob duplo majorem curvaturam a tangente ſua duplo magis recedit, quam arcus DI: eſt igitur OP dupla lineæ IG, & quadrupla lineæ ZM.

Id minime miraberis, ſi animadvertas vires, de quibus loquimur, ſuperius jam expoſitas, eſſe niſum OP recedendi a curva, & vim retrahentem PO eſſe vim impedientem illius receſſum; hujuſmodi autem receſſus OP, IG corporum in inæqualibus orbitis revolutorum,

torum, licet habeant eandem velocitatem, non ſunt, ut velocitates ipſæ, ut eſt manifeſtum (3).

COROLLARIUM.

97. Corporum igitur in inæqualibus orbitis eodem tempore revolutiones agentium vires centrales exprimuntur per maſſas in velocitates ductas; in iiſdem autem orbitis, diverſis temporibus, ſeu velocitatibus circumvolutorum vires ſunt, atque exprimuntur per maſſas in velocitatum quadrata ductas. Ictus tamen, & percuſſiones corporum ſecundum tangentes, in quibuſcumque orbitis revolvantur, ſunt ſemper factum ex maſſa per velocitates multiplicata, juxta ea, quæ lectione ſuperiore demonſtravimus.

Rurſus, ſi corpora ſunt inæqualia, & in iiſdem orbitis circumvolvuntur, quibuſcumque velocitatibus diverſis; erunt illorum vires centrales in ratione compoſita ex ſimplici maſſarum, & duplicata velocitatum. (4)

PROPOSITIO VIII.

98. *Si corpus aliquod* M *in curva circa punctum aliquod* A *vi ad illud tendente retineatur, eamque lineam viribus centralibus deſcribat: erunt areæ* AMO, AOS, *quas radius* AM *a centro curvæ ad corpus ductus deſcribit, proportionales.*

Demonſt. Circa punctum aliquod A (Fig. 21. tab. 4.), quod ſtatuamus Terram, in curva aliqua quodcumque corpus M, v. g. luna, per ſpatium omnino liberum, nulloque reſiſtente medio impeditum volvatur: quæ quidem ſpatii vacuitas ſupponi in caſu debet, ne centrales vires, earumque effectus perturbentur: corpus igitur M dato tempore per MO delatum, æquali etiam tempore per rectam OR priori MO parem moveretur: interim tamen quoniam vi centrali tendente ad punctum A ad curvam ſemper detruditur, ea vis erit RS priori radio OA parallela, cujus beneficio poſt datum tempus erit corpus in S. Jam vero duo triangula AMO, AOR inter eaſdem parallelas, & ſupra æquales baſes RO, OM conſtituta exiſtunt: baſes MO, OR æquales, & in eadem linea eſſe, hypotheſim poſuimus: cum vero triangu-
la

la A M O, A O R habeant præterea communem verticem A, ſi per A ducatur recta baſibus M O R parallela; liquido conſtat inter eaſdem parallelas exiſtere: ſunt igitur æqualia: triangulum autem A O R ob eaſdem cauſas eſt æquale triangulo A O S; cum & baſim communem A O habeant, & inter parallelas A O, S R conſtituatur: triangula igitur A M O, AOS, hoc eſt, areæ a revoluto corpore, ſeu potius a radio vectore deſcriptæ, ſunt omnino æqualia. Quod vero de primis duobus triangulis, ſeu areis demonſtratur, de ſequentibus verum etiam exiſtit.

Propoſitio etiam hujus theorematis converſa, nimirum, *ſi corpus curvam aliquam circa datum punctum deſcribendo areas ſemper efficiat temporibus proportionales; vires, quibus curvam deſcribit, ad datum illud punctum tendunt*, ſimili ratione demonſtratur: quoniam tamen eam in aſtronomia phyſica lectione 17., ubi de ſyſtemate planetario agitur, demonſtramus, eo lectorem remittimus.

PROPOSITIO IX.

99. *Si corpora* R D (Fig. 4. tab. 4.) *fuerint inæqualia, & diverſis celeritatibus in æqualibus orbitis convolvantur; erunt vires eorum centrales in ratione compoſita ex ſimplici ratione maſſarum, & duplicata velocitatum.*

Propoſitio ſequitur ex jam demonſtratis; generantur enim vires centrales ex maſſis, & celeritatibus, & ex orbitarum amplitudinibus: propius tamen ad rem noſtram, ſi ſola corpora ſunt inæqualia, velocitates autem, & orbitæ ſint æquales; vires corporum centrales ſunt inter ſe in ratione maſſarum (n. 83.): ſi autem ſolæ velocitates ſint inæquales, corpora, & orbitæ æquales; ſunt vires centrales in ratione duplicata quadratorum velocitatum (292.): ſi ergo & maſſæ, & velocitates ſint inæquales, ſolæ autem orbitæ ſint æquales; vires centrales ex duplici capite creſcunt, aut diminuuntur, ſuntque in ratione compoſita ex ratione maſſarum ſimplici, duplicata velocitatum.

SCHO-

SCHOLION.

100. *Plures alias propoſitiones circa vires centrales invenies demonſtratas apud Huighens, qui primus omnium theoriam hujuſmodi virium dedit,* Wolfium, Keill, Graveſſande *& alios: eas in præſentiarum ommitto, quia, cum puram ſapiant matheſim neque alias ad naturalis philoſophiæ cognitionem neceſſariæ exiſtant, non parum faſtidii phyſicarum, atque amænarum rerum curioſis afferrent. Satis mihi ſit in Tyronum gratiam præcipuas, quæ rei ſumma continent, indicare, ſi quis tamen calculo initiatus earum demonſtrationes ignorare omnino nolit; adjectas notas per otium legat. Facile etiam eſſet, eaſdem propoſitiones, tamquam pura corollaria, ex ſupradictis deducere, & citra calculum demonſtrare.*

1. *Si corpora quæcumque æqualia, inæqualibus a centro diſtantiis, atque temporibus periodicis etiam inæqualibus revolvantur; erunt illorum vires centrales in ratione compoſita ex directa diſtantiarum, ſeu radiorum, & inverſa quadratorum temporum periodicorum.* (5)

2. *Vires centrales quorumcumque corporum æqualium æquali celeritate in circulis inæqualibus circumvolutorum ſunt inter ſe in ratione inverſa radiorum, ſeu diſtantiarum a centro* (6).

3. *Corpora quæcumque inæqualia inæquali celeritate in circulis inæqualibus revoluta vires centrales habent, quæ ſunt in ratione compoſita ex rationibus maſſarum directa, radiorum ſeu diſtantiarum inverſa, & celeritatum duplicata directa* (7).

4. *Si corpora æqualia ita revolvantur, ut quadrata temporum periodicorum ſint inter ſe, ut diſtantiarum cubi; erunt vires centrales hujuſmodi corporum in ratione inverſa quadratorum diſtantiarum* (8).

NOTÆ.

Supradicta omnia, & quamplurima alia virium centralium theoriam ſpectantia, aut conſtituentia, facillime;

limè, & breviſſime ope calculi demonſtrantur, at paucis hic indigitabimus..

Lemma.

(1) Vires centrifugæ, ſeu centrales corporis cujuſcunque L in circulo D L P revoluti recte exprimuntur per quadratum DL^2 arcus infinite parvi D L per diametrum D P diviſi, hoc eſt, per $\frac{DL^2}{DP}$ (Fig.4. tab.4.)

Quoniam enim arcus D L ſupponitur infinite parvus, pro recta haberi poteſt, & cum recta D C, aut Y L ejuſdem arcus ſinu, confundi: rurſus arcus D L ſupponitur infinite parvus; etiam P Y non differet a P D: cum igitur ſint P Y. Y L :: Y L. Y D; etiam erunt P D. D L :: D L. D Y: ergo DL^2 diviſum per D P dabit in quotiente DY, hoc eſt, $\frac{DL^2}{DP} = YD$: quoniam igitur Y D æqualis eſt L C, quæ vim centrifugam exprimit, erunt vires centrifugæ, ſeu centrales $\frac{DL^2}{DP}$, quod erat demonſtrandum.

(2) Quoniam ſpatia a mobili motu æquabili percurſa ejus celeritatem exprimunt; arcus D L a circumvoluto corpore deſcriptus ejus celeritatem deſignabit: vires igitur centrales corporis cujuſcunque per curvam ſeſe volventis recte exprimuntur per quadratum celeritatis, ſeu ſpatii diviſum per diametrum. Vires autem corporum vocentur V. v.; D. d. diametri, ſeu diſtantiæ; R. r; radii; C. c. celeritates; S. s. ſpatia; O. o. orbitæ; T. t. tempora, ita ut magnitudines majoribus litteris deſignatæ ad unum, minoribus ad alterum ſpectent corpus.

Sunt igitur vires centrales corporis in circulo ſeſe volventis $\frac{C^2}{D}$, ſeu $\frac{S^2}{D}$: ſunt autem diametri, ut radii: erunt igitur etiam vires centrales $\frac{C^2}{R}$, ſeu $\frac{S^2}{R}$, hoc eſt, quadratum celeritatis, aut ſpatii diviſum per diametrum, aut radium, aut diſtantiam.

(3) Cum corpora, & orbitæ ponuntur æqualia, celeritates autem inæquales, neceſſario ſequitur, vires centrales eſſe, ut quadrata celeritatum, ſeu ſpatiorum; vires enim V corporis cujuſcunque A v. gr. ſunt $\frac{C^2}{D}$, vires autem v alterius B ſunt $\frac{c^2}{d}$: ſunt igi-

igitur $V = \frac{C^2}{D}$, $v = \frac{c^2}{d}$: ſeu $V = \frac{S^2}{D}$, $v = \frac{s^2}{d}$: ſi ergo $D = d$; ſunt $V.\ v = C^2\ c^2$; vel $V.\ v = S.^2\ s.^2$

(4) Ex præcedenti æquatione $V = \frac{CC}{D}$; $v = \frac{cc}{d}$, ſequitur eſſe $V.\ v = \frac{CC}{D}.\ \frac{cc}{d}$: ergo $VCCd = vccD$: hoc eſt, vires centrales duorum corporum, quorum diſtantiæ, ſeu orbitæ, & celeritates ſunt inæquales, rationem habent compoſitam ex inverſa diſtantiarum, & duplicata celeritatum.

(5) Tempora periodica corporum circumvolutorum ſunt in ratione celeritatum inverſa, & directa ſpatiorum, ſeu orbium, hoc eſt, radiorum, ſeu diſtantiarum: ſunt igitur $T.\ t = Oc.\ oC = Rc.\ rC$: ergo $T.\ t = \frac{R}{C}.\ \frac{r}{c}$, & conſequenter $C.\ c = \frac{R}{T}.\ \frac{r}{t}$: vires igitur centrales etiam per $\frac{R}{TT}.\ \frac{r}{tt}$ exprimuntur: ſunt ergo $V.\ v = \frac{R}{TT}.\ \frac{r}{tt}$; & tandem erunt $V.\ v = Rtt : rTT$, hoc eſt, vires V. v. ſunt in ratione directa diſtantiarum, ſeu radiorum R. r, & duplicata inverſa temporum t t. T T.

(6) Demonſtravimus jam, eſſe $V = \frac{CC}{D}$, $v = \frac{cc}{d}$: ſi ergo ponantur $C^2 = c^2$, ac proinde etiam $C = c$, erunt etiam $V.\ v = \frac{1}{D}.\ \frac{1}{d}$, hoc eſt, $V.\ v = 1d.\ 1D$, hoc eſt, $V.\ v = d.\ D$, hoc eſt, vires in ratione inverſa diſtantiarum.

(7) Compoſita hæc ratio ex demonſtratis evidenter deducitur: ſi enim ſint $R = r$; ſunt $V.\ v = MCC.\ mcc$: ergo ſi R, r etiam ſint inæquales, erunt $V.\ v = MCCr,\ mccR$.

(8) Demonſtravimus jam, eſſe $V.\ v = \frac{R}{TT}.\ \frac{r}{tt}$: (num. 5.): diſtantiæ autem per D. d deſignantur, ſuntque ex hypotheſi $T.^2\ t.^2 = D.^3\ d.^3$; ſunt igitur $V.\ v = \frac{R}{D^3}\ \frac{r}{d^3} = \frac{1}{R^2}.\ \frac{1}{r^2} = r.^2\ R.^2$

LE-

LECTIO III.

De Corporum gravitate.

101. Generali motuum theoria in ſuperioribus tradita ad alios corporum motus generales, omnibuſque corporum generibus communes, peculiari tamen nomine, & proprietatibus donatos deſcendimus; ad eos ſcilicet motus expendendos, qui vel ab una gravitate pendent, vel eam potiſſimam habent cauſam, ſuntque & fluidis, & duris corporibus communes. Priuſquam igitur ulterius ad gravitatis effectus examinandos progrediamur, rectus doctrinæ ordo poſtulat, ut gravitatem (quæ alioquin inter corporum proprietates recenſeri ab aliquibus ſolet) perpendamus. In obſcuriſſimam ſane phyſicæ partem incidimus, in qua evolvenda mirum eſt, quantum philoſophorum ingenia deſudarint, quin tamen hactenus rem acu tetigiſſe gloriari quis poſſit. Si philoſophos audias peculiaribus ſyſtematibus addictos, gravitatis natura problema eſt jam ſolutum; remque ſinguli ſecundum proprium ſyſtema, aut præjudicia definit. Quid tamen de iis ſententiis Eclecticus philoſophus tenere debeat, ſtatim dicenda demonſtrabunt. Uberrimum ſane gravitas exiſtit infinitorum effectuum, & phænomenorum principium, & cauſſa: peculiaribus legibus agit, in omnia fere phyſica effecta influit, nullumque forſan eſt in tota rerum univerſitate corpus ad mundanos globos, planetas, fixas ſpectans, quod ad peculiare aliquod centrum gravitate non agatur. Rem aggrediamur: quid a philoſophis teneatur; quid non tenendum, aut tenendum, videamus.

DEFINITIO.

102. Juxta communem philoſophorum ſenſum gravitas ea eſſe dicitur corporum vis, proprietas, aut energia, qua ipſa ſibi derelicta, & a nullo obice impedita verſus terræ centrum, aut telluris globum deſcendunt, vel, ſi ab externa cauſſa impediantur, deſcendere ſemper nituntur: lapis v. gr. ex quacunque altitudine ſibi derelictus ad terram deſcendit, quod ſi il-

ſi illum manu ſuſtineas, premendo deſcendere ſemper affectat. Hujuſmodi autem niſus corporis ad deſcenſum impediti dicitur *gravitatio* corporum.

103. Duo tamen hic animadvertere oportet. *Primum*; cum in hac definitione aſſumitur, *gravitatem corpora ad centrum telluris deferre*, illud ſolummodo ſignificari, corporum gravium, ſeu gravitatis directionem ad terræ centrum dirigi, ut poſtea demonſtrabimus.

Quoniam tamen aliquorum philoſophorum opinione poſtea referenda, corpora non ad terræ centrum, ſed ad globum ſolummodo componendum gravitate deſcendunt; conſulto in hac definitione dixi, *gravitatem eſſe vim corpora ad terræ centrum, vel ad telluris globum ex indole ſua deferentem*. *Secundum*; hæc gravitatis definitio niſi aliud addatur, ab iis ſolummodo accipi poſſe videtur, qui gravitatem in vi aliqua corporibus interna conſtituunt; hoc enim admiſſo, verum eſſet, corpora ſibi derelicta verſus telluris centrum dirigi, & deferri: in eorum tamen philoſophorum ſenſu, qui gravitatem a vera externæ materiæ impulſione deducunt, definitio eſt abſolute falſa; corpora enim ex ſe ſunt maſſa iners, verſus nullam partem diriguntur; ſique verſus terræ centrum moventur, id a cauſis, & impulſionibus materiæ externæ proculdubio habent.

Quare gravitatem ita ad omnium philoſophorum ſenſum definire poſſumus, *vim naturalem a nobis non profectam, qua corpora ſibi, & naturalium cauſarum ſyſtemati derelicta, directe verſus centrum telluris deferri nituntur*: hoc enim pacto gravitas vel intrinſeca illa ſit, vel omnino extrinſeca, hac definitione comprehenditur. Quod autem dicimus de gravitate, ſeu vi corpora verſus terræ centrum dirigente, de gravitate etiam, qua corpora in lunam, ſolem, aut reliqua aſtra cadunt, ut ſuis in locis dicitur, intelligendum eſt. Hoc ſcilicet loco, adductaque definitione corporum terreſtrium gravitatem definimus. Similis alia vis, qua materia, & corpora lunaria, ſolaria, aliorumve aſtrorum propria ad ſuorum quæque ſiderum centra, vel ſphæram adiguntur, gravitas eorum corporum nuncupatur.

DE-

DEFINITIO.

104. Alia eſt *gravitas abſoluta*, alia autem *relativa*; prima eſt propria cujuſcunque corporis gravitas ſine ullo ad aliorum corporum gravitatem reſpectu: ſecunda eſt corporis gravitas ad aliorum corporum gravitates relata: gravitate hoc modo accepta, alia aliis graviora ſunt corpora. *Levitas* autem gravitati oppoſita (ſi qua datur) eſt vis quædam corporum, qua ipſa ſibi a nobis derelicta ſurſum a terra aſcendunt, aut aſcendere conantur: *abſoluta levitas* diceretur vis, qua corpus, nullo externo impellente, ſurſum moveretur. Levitas relativa eſt minor gravitas, ſeu eſt gravitas ad majorem gravitatem relata; unde corpus quodcunque grave, ſi cum graviore comparetur, eſt relative leve.

Hanc tamen *levitatis* ideam ſecundum illa intelligere oportet, quæ modo circa gravitatem notavimus: abſoluta enim levitas, ſi qua exiſtat, vel ab externorum corporum impulſionibus provenire poteſt, vel in interna aliqua corporum vi, atque energia conſiſtere. Sed de *levitate abſoluta*, quam in rebus non exiſtere probabimus, hoc dixiſſe ſatis.

§.

Præcipua gravitatis phænomena.

Ad cauſſæ cognitionem præcipui ejus effectus nos manuducent, neque tamen nos ad omnes impræſentiarum attendimus; neque niſi terreſtrium corporum propria, & peculiaria phænomena proponimus; probe conſcii, generalis gravitatis ſyſtema alium ſibi locum vendicare.

OBSERVATIO.

105. *Corpora quæcunque terreſtria nobis cognita, per ſe ſe ſenſibilia, & in quibus experimenta inſtituimus, omni externo impedimento ſublato, ad terram deſcendunt per lineam ad horizontem perpendicularem. Linea hæc a gravi deſcendente deſcripta eſt linea ad ſenſum recta: nihil amplius contendo; ea linea, ſi terra mo-*

movetur, abſolute quidem eſt exiguus, & inſenſibilis arcus motu compoſito deſcriptus, quem obſervator extra telluris atmoſphæram locatus deprehendere forſitan potuiſſet: relatu autem ad terram ipſam eſt linea recta; eodem enim modo res hic ſe haberent, atque in corpore e vertice mali ſupra currentis navis tabulatum labenti eveniunt, quem caſum ſupra expoſuimus. Ex hoc primo phænomeno aliud in loco latius deducemus, corpora ſcilicet deſcendendo ad terræ centrum dirigi (centrum, inquam, gravitatis, non magnitudinis), in quacunque tandem regione vel in aqua, vel in continentis medio corpora exiſtant, & cadant.

Interim ſuppono, aliquam omnibus ineſſe, quantumvis confuſam, plani horizontalis ideam: ſit nimirum tellus R M S L, *ſupra cujus ſuperficiem ſit homo in* M, *hujuſce habitatoris planum horizontale erit planum* A M A (Fig. 5. Tab. IV.), *terram tangens in* M, *in puncto ſcilicet, ubi habitator exiſtit: da modo corpus quodcunque grave* N *in aere, ſeu puncto quolibet alio ſupra terræ ſuperficiem locatum, directe reſpondens ſeu imminens puncto* M *plani horizontalis* A A; *id igitur corpus, ubicunque terrarum res obſervetur, omni impedimento ſublato, deſcendit per* N M *ad planum* A A *perpendicularem; neque timendum eſt, quod ex* N *recta deſcendat ad* A, *aut alium quodcunque punctum plani horizontalis a puncto* M *diſtinctum.*

DEFINITIO.

106. In corporibus duplex interdum diſtinguitur centrum: *magnitudinis, & gravitatis: centrum magnitudinis* eſt punctum quoddam in corporis medio poſitum, per quod ſi corpus ipſum utcumque ſecetur; in duas æquales partes, ejuſdem ſcilicet magnitudinis, & voluminis dividitur: *centrum gravitatis* eſt punctum intra corpus exiſtens, per quod tranſiens utcumque planum, corpus illud in duas ejuſdem ponderis partes ſeu æqualiter ponderantes dividit; licet hujuſmodi partes ſint aliquando diverſæ inter ſe magnitudinis, quando nimirum centrum magnitudinis cum centro gravitatis non congruit: quod tum fit, cum corpora non habent eamdem ubique denſitatem, ſeu gravitatem, ſed aliqua ex parte ſunt graviora: id tamen latius infra in *Centrobarica* phyſica explicabimus.

OBSERVATIO.

107. *Omnia corpora, dum ad terram deſcendunt, motum ſuum accelerant, niſi a cauſſa aliqua externa eorum acceleratio impediatur: hæc vero obſervatur, vel corpora recta ad horizontem deſcendant, vel lineam obliquam, planum ſcilicet inclinatum; aut curvam deſcribant; cum ob impedimentum ad deſcenſum obliquum compelluntur. De corporibus tamen loquimur, quæ libere deſcendunt, aut ſaltem ita cadunt, ut acceleratio non ſemper impediatur. Hæc autem accelerati motus proportio fit ſecundum numeros impares 1. 3. 5. 7. 9. &c. E contrario omnia corpora a terra ſurſum recta vel oblique projecta motum ſuum retardant, eandemque numerorum imparium proportionem inverſam ſequuntur 9. 7. 5. 3. 1. quoad impreſſo impetu tandem extincto, ad terram regrediuntur, prioremque accelerati motus rationem ſequuntur.*

Hanc obſervationem hoc loco breviſſime attigiſſe ſufficiat; inferius enim iterum ad incudem revocabitur, & fuſiſſime explicabitur.

OBSERVATIO.

108. *Corpus quodcunque, dum in eadem a tellure vicinia exiſtit, ſeu in eadem a centro terræ diſtantia, eamdem ſervat gravitatem; in variis autem a terra diſtantiis exiſtens gravitatem variat, eſtque ejuſdem corporis gravitas in ratione inverſa quadratorum diſtantiæ a terræ centro. Poſtremum hoc phænomenon non ita propono, ut æque certum, atque ſuperiora, ſtatuam. Suam tamen eſſe huic obſervationi veritatem, in Geographia Phyſica, cum de figura terræ agam, conficiemus. Omnia ſcilicet hæc phænomena clarius ſuis in locis exponentur; immo ſi opus ſit, ratione etiam, & luculentiſſimis experimentis confirmabuntur: impræſentiarum amplior eorum expoſitio, & probatio opus non eſt. Hæc igitur phænomena exponenda tibi ſunt, quamcunque de gravitatis natura ſententiam amplectaris; eaque potior cenſebitur opinio, in qua melius ſupradicta omnia explicaveris.*

AN-

ANNOTATIO HISTORICA.

109. *Multiplicem phyſici viam inierunt, ut præſentem difficultatem expedirent: ad duo autem potiſſimum capita reduci poſſunt: vel enim gravitatem ab ipſius corporis natura derivant, vel ab externa aliqua cauſa repetunt.*

Ariſtoteles, Arabes, & Scholaſtici *intrinſecum quoddam principium, virtutem, & qualitatem abſolutam in corporibus intrinſecus receptam admittunt, cujus ea eſt indoles, & natura, ut corpora ad terram deferat.* Ipſe etiam Epicurus, ſi Tullio *credimus* (*a*), *gravitatem ex intima atomorum, ex quibus conſtantur corpora, vi, ac virtute derivabat; quaſi ſcilicet atomi, & corpora indole, & natura ſua deorſum ferrentur; unde juxta* Ariſtotelem, & Epicurum *ideo corpora deorſum feruntur, quia virtutem quamdam ad cadendum in ſe habent.*

Inter eos, qui gravitatem ab externa cauſſa repetunt, Gaſſendus (*b*), *& Atomiſtarum plurimi, quibus præivit* Keplerus (*c*), *corporum gravitatem ex perenni ſpirituum, ſeu tenuiſſimarum particularum materiæ e tellure quaqua-verſum emiſſione derivant: ii enim e terra continue, & circumquaque recta prodeuntes, hamati, & multiplici ratione uncinati, corpora omnia circa terram exiſtentia pervadunt, & ad tellurem adducunt; ad eum modum, quo magnes effluviorum emiſſione poſitum juxta ferrum attrahit. Terram igitur, tamquam ingentem magnetem, & univerſalem conſiderant, qui omnia corpora ad ſe alliciat.*

Neuton *gravitatem attractionem, ſeu vim attrahentem eſſe affirmat; eamque dicit eſſe proprietatem materiæ, ſeu omnium corporum, non eſſentialem, ſed neceſſariam: videri poteſt hæc ſententia hoc modo expoſita, gravitatem corporibus intrinſecam ſtatuere, & ab eorum natura quaſi profluentem. Verum* Neuton *gravitatem tribuit ſpiritui ſeu potius vi cuidam ubique dif-*

(a) *Lib.* 1. *de Finibus c.* 6.
(b) *Sect.* 1. *Phyſ. lib* 5. *c.* 2.
(c) *Vide Muſchembr. Eſſais de Phyſ.* §. 239.

diffuſæ, *& corpora omnia intime pervadenti*. (*a*) Hactenus, *inquit* Neuton, phænomena cælorum, & maris noſtri per vim gravitatis expoſui; ſed cauſam gravitatis nondum aſſignavi. Oritur utique hæc vis a cauſa aliqua, quæ penetrat ad uſque centra ſolis, & planetarum ſine virtutis diminutione; quæque agit non pro quantitate ſuperficierum, . . . ſed pro quantitate materiæ ſolidæ: *Alio tamen in loco eam tribuit actioni elaſticæ ſubtiliſſimæ illius materiæ, quæ in recipiente machinæ pneumaticæ poſt aeris extractionem remanet: quod quidem fluidum citra dubium materiale eſt*. *Id tamen fuſius infra examinabitur*.

Interim animadvertere ſufficiat, quod ſi cauſa illa gravitatis univerſalis in materia ponatur, ſive illa per puram impulſionem, ſive per elaſticitatem agat; tunc in ſyſtemate etiam Neutoniano gravitas corporum erit illis plane extrinſeca, & nihil cum occultis peripateticorum qualitatibus commune habebit, ſed potius erit cauſſa mechanica, materialis, & ſenſibilis: ſi tamen ponatur (ut reapſe ponitur) ab omni materiali impulſione diſtincta; neque mechanica, neque materialis dici poterit.

Alii corporum gravitatem, vim quamdam iis inditam appellant, qua in unum coire affectant: ita rem expoſuit Roberval, *& plures alii: ſi tamen eo nomine indicatur aliquid intrinſecum, cum expoſitis jam ſententiis congruere videtur hæc opinio*.

Leibnitius *corporum gravitatem, & ad terram deſcenſum ex eo oriri ſtatuit, quod ſubtiliſſima quædam, & fluidiſſima materia tellurem circumambiens, ab illius centro per rectas lineas recedere conetur, & ad eum modum propellatur, quo lucis radii a luminoſi corporis centro recti circumquaque vibrantur; craſſiora proinde corpora ad hujuſmodi motum inepta offendens, ad tellurem detrudit, omnem in ipſis gravitatis motum, & energiam efficiens: hoc enim pacto aqua leviora corpora ſurſum propellit; graviora vero, aquam, infra ipſam deſcendendo, elevant* (*b*). *Radii tamen lu-*

(a) *Schol. prop.* 69. *L.* 1. *& Schol. gener. in fine L.* 3.
(b) *Acta Erud. Lipſ.* 1690. *Maii p.* 235.

lucis a luminoſis corporibus vel per puram emiſſionem atque rectilineam pulſionem evibrantur, vel potius circulatim in modum ſoni diffunduntur : prior explicandi modus in exemplum hic proponitur.

Porro generalem corporum ad ſe invicem attractionem ante Neutonum *in phyſicam inducere conati ſunt* Frenicle, Roberval (*a*), *potiſſimum tamen* Keplerus *attractionis univerſalis auctor.*

Tandem Renatus des Cartes *novum gravitatem explicandi modum propoſuit, vel antiquum, ut aliis placet, & jam obliteratum in ſcænam revocavit. Eam igitur externam eſſe corporum impulſionem ſtatuit : fluidiſſima enim primi, & ſecundi elementi materia, terreſtris vorticis propria, perenni & rapidiſſimo curſu ab occidente in orientem ſupra polos mundi in gyros acta, ab orbitarum, & revolutionum centro recedere maxima vi centrifuga conatur : omnia igitur craſſiora corpora, ad motum ejuſmodi non ſatis apta, ad revolutionum, ſeu vorticis centrum propellit, eaque impulſione in corporibus gravitatem efficit, quæ proinde in externa corporum impulſione conſiſtit. Indubium utique eſt, & ipſa experientia demonſtrat, in vorticoſo quolibet motu, v. g. in aquæ vortice, denſiores, ſubtiliores, ad motumque aptiores particulas, aqueas v. g., leviora alia corpora, paleas v. g. aquæ innatantes, & ob figuram ſuam non ſatis ad motum aptas, ad hujuſmodi vorticis centrum detrudere. Ingenioſa hæc* Carteſii *hypotheſis, quam Carteſiani communiter probarunt, nominatim vero* Purchot, Regnault, Rohault, Regis, & alii, *inferius explicabitur. Supereſt modo, in quanam ex prædictis ſententiis ſupra poſita phænomena clarius, & verius explicentur, expendere, eamque, prætermiſſis aliis, ſtabilire.*

PROPOSITIO X.

110. *Corporum gravitas non eſt principium aliquod, qualitas, vis, aut energia corporibus ipſis intrinſeca, & ab eorum natura promanans; ac proinde corpora non ideo in terram deſcendunt, quia ad eam ab interna cauſa impellantur.*

Præ-

(b) *Apud Nollet tom. 2. p. 100.*

Prætermiſſo enim, quod in oppoſita peripateticorum opinione nulla gravitatis, illiuſque effectuum phyſica explicatio adhibeatur, ſed quærenti cur ad terram deſcendant corpora, omnem hoc uno verbo explicationem abſolvant, quia ſcilicet gravitatem habent, hoc eſt, deſcendendi virtutem, ſeu qualitatem, aut potentiam, qua ad terram feruntur (reſponſionem, cuivis illitterato homini apprime notam), eo, inquam, prætermiſſo, intrinſecæ gravitatis hypotheſi admiſſa, adducta ſuperius phænomena, & plures alii gravitatis effectus non explicantur, aut ſtare poſſe videntur.

1.o Corpora, in quacumque a tellure diſtantia conſtituantur, eamdem habent naturam, eaſdemque qualitates a natura fluentes: ſi igitur in eorum natura, aut intima qualitate gravitas conſtituitur, eamdem ubique habebunt gravitatem: cadit igitur quartum phænomenon, *quod ejuſdem corporis gravitas in variis a terra diſtantiis ſit in ratione inverſa quadratorum diſtantiæ*: ſeu potius, ſi phænomenon ſit verum, prædictam illam qualitatem, & conſtantem cauſam evertit: at phænomeni veritatem ſupra indicavimus, & inferius experimentis confirmabimus. Iſtud præterea gravitatis in majoribus diſtantiis a tellure decrementum, ex aliarum etiam qualitatum, ſeu virium indole, & ſimilitudine probaretur: omnes enim, ut calor, frigus, lux &c. ab earum fontibus recedendo decreſcunt.

2.o Nullam etiam rationem afferunt, quare corpus grave per rectam horizontis plano perpendicularem per ſe ſemper deſcendat; motum ſuum ſecundum imperium numerorum rationem acceleret, & aſcendendo retardet; gravitatem inſuper habeant eorum denſitati ſemper proportionatam.

3.o Corpus ex ſua natura eſt iners quædam maſſa, impenetrabilis, extenſa, ad omnem motum, & quietem indifferens; nullaque in ejus natura gravitatis idea & veſtigium viſitur; neque enim lapis corporis rationem, aut naturam amitteret, ſi omnem ad tellurem niſum, & gravitationem perderet; ſed in aera ſublatus, neque aſcenderet, neque deſcenderet. Fac enim vero, ſeu parumper cogita, omnem a lapide deſcendendi niſum, omnem gravitatem auferri; lapiſne corpus eſſe deſineret? fieretne deficiente

gra-

gravitate ſpiritus? ergo nullum corpus eſt ex natura ſua grave, aut gravitatem in ſeipſo producit, cum ad gravitatem ſit penitus indifferens.

4.º Si corporum gravitas eſſet quædam qualitas ab ipſa corporum natura effluens, & in illa recepta, corpus inanimatum, iners, & quietum ſe ad motum determinaret, nullaque ipſi externa impulſione opus eſſet, ut a quiete ad motum tranſiret; in ſe enim produceret gravitatem, & per gravitatem motum: at nullam corpus ſe ſe ad motum poteſt determinare: (*a*)

5.º Hac ſtante opinione, lapis (aut quodcunque corpus terreſtre) ad firmamentum, aut fixarum cælum elatus, & ſibi relictus in tellurem illico relaberetur: at quis hujuſce aſſerti vadem ſe interponet? Probatur autem: lapis in eam regionem translatus ſuam ibi naturam, & proprietates haberet: ergo ſua eſſet grávitate intrinſeca præditus.

6.º Vel lapis v. g. terreſtris fertur ad terram, vel ad locum terræ: aliis terminis: ſuppone parumper tellurem cum aere a Deo in nihilum redigi, vel alio transferri, & vacuum interim remanere locum a tellure antea occupatum: quæro, quo tandem ſe ſe deferret lapis ſupra aerem conſtitutus? ad locum, quem tellus modo occupabat, & ea in hypotheſi evacuarat; vel ad tellurem, in cælum v. g. translatam? primum dici, aut intelligi nequit; neque enim corpus ad vacuum ſpatium ex ſeipſo tendere poteſt: deinde lapis non ad ſpatium, ſed ad terram gravitate ſua propendet. Neque dicas, lapidem in eo caſu ad locum a terra deſertum deſcenſurum, propterea quod ſit univerſi centrum, & locus infimus: hoc enim, quantum ex humanis obſervationibus conjici poteſt, aperte falſum eſt, ut in Aſtronomia phyſica exponimus: neque, ſi eſſet verum, difficultatem declinaret: argumentum enim in corpore lunari verſus lunam cadente inſtauraretur: deinde, quid virtutis eſt in univerſi centro, ut corpora ad ſe ſe attrahat? ſecundum etiam dici non poteſt; quis enim lapidem admonet de translata in ſolem tellure; quis eum ad motum verſus eam pla- ipſo

(a) *Tom. 1. Phyſ. Leg. 11.*

gam determinat, aut impellit? ſed hoc etiam dato, illud ſequitur, deſcenſum lapidis in terram non ex ipſo lapide, ſed ex tellure ipſa pendere, unde in attractionem laberentur.

7.o Integer etiam telluris globus, velut unicum corpus gravitabit ex natura ſua, vel ob intimam qualitatem: quorſum tamen gravitat? Aliter: concipiamus in Lunam Telluris globum translatum, & ſolidum Lunæ orbem *vacuam*; ſtabitne Tellus, an ad locum modo ſuum deſcendet? Tandem ut *Du-Hamel* (*a*) verbis utar *id intellectu eſt difficile, quomodo forma illa (gravitas interna) omnis motus ſit opifex, aut quo inſtinctu in terræ centrum propendeat? quid ſit illa qualitas gravi corpori congenita, & a generante profecta? quid illam excitet? cumque corpus extra terram poſitum eſt, quid eam ſui muneris admoneat? quomodo tam ingens corpus a re tam levi moveatur?*

111. Oppones. Elementis ſua Deus motuum principia, peculiareſque motus donavit, quibus ad ſuum unumquodque finem tenderet, & ad univerſi perfectionem concurreret: ergo etiam corporibus gravibus peculiaris motus principium, vim, & efficaciam attribuit; qua ad terram via ſemper recta propendeant, & deferantur.

Reſpondeo: omnem, qui in elementis ineſt, & deprehenditur, motum extrinſecum habere principium, cauſam, & motorem, neque ab intima elementorum natura originem ducere juxta ſtabilitas alibi a nobis leges; neque enim corpus, iners maſſa, niſi motum ab externo motore accipiat, movere, aut moveri poteſt. Oppoſitus ſenſus *Epicuri* ſententiam ſapit, qui ſimilem motum atomis rerum concedebat.

PROPOSITIO II.

112. *Corporum gravitas, aut gravitatis phænomena explicari aut intelligi difficile poſſunt per virtutem magneticam terræ juxta expoſitam ſuperius* Gaſſendi *opinionem*.

1.o Enim intelligi vix poteſt, qualiter tellus per emiſ-

(a) *Tom.* 4. *tr.* 2. *diſp.* 2. *c.* 1.

emiſſarios ſpiritus, hamatas, & uncinatas particulas ab ejus nucleo circumquaque diffuſas penſile in aere corpus arripiat, & prehenſum in terrâm trahat: neque phyſicam ſapit, hujuſmodi uncinatos ſpiritus, quaſi lictores quoſdam, ſeu venaticos canes emitti; in prædam eos irruere, a tergo prehendere, & corpus nil tale cogitans, quaſi religatum, mediis ſatellitibus circumſeptum ad terram pertrahi; alioſque iterum eorum vicem, & locum ſubire, ut eodem fungantur munere.

2.o Hujuſmodi attrahendi modus conſilium ſapit, & rationem, neque inerti materiæ tribui poteſt: in corpus enim irruere, a fronte invadere, vel a tergo inſtare, repetitiſque ictibus impellere; aut corpus ipſum, ceu manu prehenſum, in terram adducere, prudentis conſilii eſt: deinde uncinatæ hujuſmodi particulæ a terra erumpentes, & in penſile corpus illapſæ, ſurſum a terra feruntur: qua igitur de cauſa arreptam ſemel motus directionem deſerunt, in aliam oppoſitam mutant, ut ad terram per eamdem viam regrediantur? corpus enim ſemel per eamdem directionem incedens motum, & directionem ſemper ſervat, niſi ab aliqua externa cauſa ad hujuſmodi mutationem compellatur, ut naturæ leges ferunt alibi a nobis demonſtratæ: nulla autem ad eam particularum motus, & directionis variationem aſſignabitur cauſa.

3.o Tellurem pro regionum varietate variam ſpirituum, & particularum copiam ex ſe emittere neceſſe eſt; ut magnes non parem ubique, ſeu per omnes ſui partes *diffuſam habet attrahendi virtutem*: quin etiam in eadem Telluris regione variabilis ſemper eſt acus magneticæ virtus, & attractio, declinatio, & inclinatio, ut ſuis locis demonſtrabimus; unde facile conjicimus, non in diverſis modo, ſed in eadem etiam regione plurimas eſſe in terreſtri magnetiſmo mutationes, imminutiones, & incrementa: tum ſic: varia igitur erit pro locorum eodem tempore diverſitate, immo & pro varietate temporum in eodem loco ejuſdemmet corporis gravitas; cum varia ſit gravitatis cauſa, nempe attrahentium corpuſculorum copia: hoc autem non eſt obſervationibus conſonum: immo oppoſitum exiſtit. Hoc argumentum eo eſt majoris momenti, quod a certa ejuſ-
dem

dem virtutis magneticæ lege, cum in magnete, tum in terra ipſa deducitur: a principio dubio non argumentamur: phænomena ipſa magnetica terræ alibi demonſtranda, quæ effectus gravitatis ſecundum oppoſitam ſententiam exiſterent, veris gravitatis effectibus opponuntur.

113. 4.º In hac hypotheſi nulla eſſe poterit deſcendentis, & allapſi in terram corporis reflexio: probo: Lapis v. g. ab aere deſcendens, cum terram jam attingit, maxima trahitur vi, impetu, gravitate; hoc eſt, in hujus ſententiæ terminis, maxima attractione, ſeu numeroſiore uncinatarum particularum manipulo comprehenſus affertur; omnes autem hujuſmodi lictores corpus ad terram adducunt: qualiter igitur lapis tum, cum numeroſiori lictorum manu perducitur, poterit a terra reſilire, viam aliquantulum relegere, & uncinatas omnes particulas parumper ſuperare, ſiſtere, ſecum parumper retrorſum adducere? Enim vero particulæ ferri in magnetem attractæ ab illo poſt contactum non reſiliunt.

114. 5.º Vel uncinatæ particulæ penſile corpus trahunt, quatenus illius poros ingreſſæ grave ipſum introrſum apprehendunt, vel quatenus in averſam corporis a terra ſuperficiem allabuntur. Si primum: quo magis poroſa ſunt corpora, majorem habebunt gravitatem; cum plures attrahentes atomos admittant: ſi ſecundum; graviora erunt corpora, cæteris paribus, quæ majori erunt ſuperficie donata: utrunque autem falſum. Hoc argumentum in id tandem recidit, quod ſi gravitas ab actionibus, & impulſione materiæ magneticæ proveniret; gravitates & pondera abſoluta corporum eſſent in ratione ſuperficierum, non vero in ratione maſſarum eorumdem corporum; cum in ſolas ſuperficies fiat corporum impulſio: certum autem eſt, corporum pondera maſſarum rationem ſequi.

Non levibus tamen argumentis ſententiam hanc probat præclarus auctor *Gaſſendus*.

115. 1.º Licet explicari a nobis nequeat, ob humani ingenii imbecillitatem, modus attractionis terreſtris, ſeu quo tellus corpora ad ſe ſe trahit; non inde tamen attractionis falſitas eſt ſtatuenda: attrahit enim ferrum magnes; attractionis modum penitus

tus ignoramus, quin attractionem ipſam experimentis confirmatam inficiari valeamus; quid ni igitur terreſtrem corporum attractionem admittemus, licet mechanicum hujus attractionis modum penitus ignoremus? Adde, quod vim magnetis ex effectu tantum deducimus; quia ſcilicet obſervatione deprendimus, ferrum in modica a lapide diſtantia ad magnetem accurrere: at omnia, quæ in terram cadunt corpora, ſi enormis terræ magnitudo attendatur, modicam, immo & vix ſenſibilem ab illa habent diſtantiam: cum igitur univerſa corpora in telluris vicinia exiſtentia ad illam ſemper eodem modo occurrere obſervemus, quo ad magnetem accurrit ferrum; qua tandem ratione ex ſimili perenni effectu eamdem in tellure cauſſam, ſeu vim non agnoſcemus? præcipue cum terram magnum eſſe magnetem omnes jam concedant, & late probent *Dechales*, & alii, noſque etiam ipſi in Geographia phyſica adſtruamus? Hujuſmodi ratiocinio aliis verbis, & forma concepto hypotheſim ſuam non leviter firmat *Gaſſendus*. (*a*)

Reſp. Ut ut plauſibile appareat allatum argumentum, rem tamen non conficere: cum ex rationibus ad propoſitionem probandam adductis ejus falſitas liquido pateat: deinde unum vel alterum corpus magnes ſolummodo ad ſe trahit; univerſa a tellure attrahuntur: hæc autem virtutis extenſio omnia corpora comprehendens, non ſatis ex ſingulari exemplo probatur. Immo ſi ex magnete ad Terram ita deducitur conſequentia; confiteri neceſſe eſt, corpora verſus terreſtres polos multo velocius ad terram cadere, & ab illa attrahi, quam verſus æquatorem; cum major etiam attrahendi vis (hoc eſt gravitas) ſit in polis, quam in reliquis magnetis partibus: conſequentia tamen fallit; corpora enim inſenſibiliter ſolum verſus Terræ polos deprehenduntur graviora, ut ſuo loco explicabitur: at gravitatem duplo, triplo, & ultra majorem habere debuiſſent, quam ad æquatorem habeant: paremque cadendo in velocitatibus proportionem: ea ſiquidem omnia, in magnete obſervantur. Deinde non eadem, aut æqua-

(a) *Epiſt. 1. de mot. impr. n. 15.*

qualis eſſet in omni loco corporum ſupra ſuperficiem Telluris gravitas: cum neque tellus, neque magnetes æqualem ex omni parte vim attrahendi habeant: quin etiam loca in tellure eſſent, in quibus corpora non eſſent gravia: magnetes aliquas partes habent, quæ non trahunt, aut vim amittunt. Vis etiam terræ corpora a ſe repelleret, ut in magnetibus viſitur: quis tamen hæc de terra, & corporibus gravibus vel proponere audeat?

116. Dices: ipſa hæc corporum terræ polis viciniorum major gravitas, quam in regionibus verſus æquatorem poſitis, ſupradiſtam hypotheſim confirmat, cum in magnete eadem obſerventur phænomena.

Reſp. Hujuſmodi gravitatis diſcrimen valde ſenſibile in terra, ut in magnete, eſſe deberet, ut faveret hypotheſi.

117. Opponit ſecundo: in facta hypotheſi recte, & eleganter explicantur expoſita ſuperius gravitatis phænomena: 1.° enim circa telluris centrum, ſeu nucleum præcipua magneticæ virtutis efficacia ſtatuitur (*a*): corpora igitur gravia recta ad centrum attrahuntur; ac per conſequens per lineam ad horizontem perpendicularem, ut ex Geometria noſtra clare conſtat (*b*). *Secundo* magnetica virtus, cum recta circumquaque a terra diffundatur, eodem modo, ac lucis radiatio peragitur; perinde igitur, ac lux: pro majori a centro diſtantia, magis debilitatur, & rareſcit: quo igitur remotiora ſunt corpora a centro, ſeu a terra, minus, ſeu debilius attrahuntur: hinc autem duo inferuntur obſervatis conformia: *primum*, ejuſdem corporis gravitatem a terra recedendo decreſcere in ratione duplicata diſtantiarum, eodem pacto, quo alibi probabimus, illuminationis intenſitatem decreſcere, eſſeque in ratione inverſa quadratorum diſtantiarum objecti a corpore luminoſo: utrumque autem rationi, obſervationibus, & geometriæ conſonum eſt. *Secundum*, corpora deſcendendo, cum fortius, & fortius deorſum trahantur, motum ſuum accelerare; aſcendendo autem e con-

(a) *Vid. de Chales de Magnete.*
(b) *Elem. Geom. n.* 80.

contraria ratione motum retardare, quod eſt alterum gravitatis phænomenon.

118. Reſpondeo: Inficiari non poſſum hujus explicationis, atque analogiæ probabilitatem; plurima tamen ſunt, quæ dictis ſtare nos cogunt, ut ex fundamentis conſtat, maxime autem, quod impulſiones ſint ſecundum ſuperficies, gravitates autem ſecundum maſſas. Pone etenim in eadem a Telluris ſuperficie diſtantia duo corpora æqualis voluminis, ejuſdem figuræ, inæqualis denſitatis; vel etiam duo corpora ſimilia ejuſdem materiæ, ſed inæqualia: in ſecundo caſu pondera, ſeu gravitates ſunt, ut diametrorum cubi, hoc eſt, ut maſſæ, ſuperficies autem, & impulſiones in iis ſuperficiebus factæ, ſunt, ut diametrorum quadrata. In primo ſimiliter caſu pondera ſunt, ut denſitates, hoc eſt, inæquales: impulſiones autem, ut ſuperficies, ac proinde æquales: pondera igitur non naſcuntur ab impulſionibus: deinde ſi facto ratiocinio, atque deductioni ſtandum eſt; duo lapides v. g., quorum primus ab alta turri, vel ex nubibus laberetur, ſecundus ex menſa ad terram tunc dimitteretur, cum primus menſam tranſiens attingeret, ut uterque menſæ altitudinem emetiri ſimul inciperet, ad terram ambo ſimul appellerent, iiſdemque viribus, & impetu terram ferirent; in menſæ enim altitudine eadem eſt trahentium particularum, ſeu atomorum quantitas, & intenſio; eadem proinde eſt gravitas, impetus, celeritas &c. quod eſt falſiſſimum. Quod ſi, ut prædictam conſequentiam declines, ulterius contendas, primum lapidem non tantum ab atomis in menſæ altitudine exiſtentibus, ſed ab omnibus inſuper, quas a deſcenſus initio offendit, ad terram propelli, & allici, majoremque proinde impetum habere, propterea quod aliæ aliis advenientes uncinatæ particulæ, funium, ſeu trahentium potentiarum numerum augeant. Repono: ergo nullus erit terminus accelerationis motus, neque ad motum æquabilem aliquando perveniet corpus; cum ad ſingula deſcenſus, ſeu viæ puncta novi, & fortiores accedant funes, & trahentes atomi; quod tamen experientiæ repugnat. (*a*)

119. Op-

(a) *Videri pot. de Chales Stat. L.* 1.

119. Opponit 3.o In nulla alia hypotheſi (nihil enim diſſimulandum) elegantius, quam in ſententia *Gaſſendi* gravitatis phænomena explicantur: neque felicius aliæ difficultatibus occurrunt, aut intelligi poſſunt.

Reſpondeo: Niſi melior difficultatibus occurrendi; & effectus explicandi ſubeat via, rem in medio relinquemus; ſatius enim exiſtimamus, rem dubiam, & mille undequaque difficultatibus implicatam in medio relinquere, quam parvi ponderis argumentis, ſeu potius conjecturis ductos rem e cathedra decidere. Iterum tamen ad extremum dico, examinatam hactenus *Gaſſendi* opinionem, minus eſſe difficultatibus obnoxiam, quam ſint cæteræ aliorum philoſophorum ſententiæ, qui vel mechanice, vel per qualitates, aut per vires occultas rem explicare ſunt aggreſſi: nulla etiam majoris ponderis argumentis rem probare videtur: cauſſam enim dubiam non adſtruit, aut hypotheſim cogitat: vim magneticam omnes agnoſcimus: eam telluris globo nemo non tribuit: cauſſam igitur omnium confeſſione exiſtentem habemus. Cætera ſi non feliciter, minus tamen infeliciter, quam in aliis ſententiis ſe habent: niſi igitur probabilius judicarem, in univerſalem Dei legem corporum gravitatem referre, hæc una mihi præ aliis minus diſpliceret opinio.

PROPOSITIO XII.

120. *Corporum gravitatem per attractionem, ſeu vim attrahentem Neutonianam modo ſuperius indicato tradere, & exponere, obſcurum, atque non ſatis probabile mihi videtur.*

Primo res ſaltem eſt valde dubia, & obſcura, an exiſtat in rebus attractio univerſalis Neutoniana, ut ſequenti lectione exponemus; præterea clariorem nos ideam habemus de gravitate, quam de attractione univerſali. Rem igitur minus obſcuram per obſcuriorem tradimus, cum gravitatem per attractionem explicamus.

2.o Si gravitatem eſſe proprietatem neceſſariam omnium corporum cum *Neutono* admittitur; non eſt igitur gravitas aliquid externum, vis aut actio corporibus ſuperaddita: quidquid enim eſt externum corpo-

ribus

ribus additum poterit deficere, corporibus non deficientibus; ac proinde non eſt proprietas neceſſaria: erit igitur gravitas, hoc modo expoſita attributum aliquod corporum: hac ratione tamen philoſophando in qualitatem peripateticam incideremus, quam *Newtonus* admittere nolet.

3.° *Neuton* ad ſpiritum univerſalem ſubtiliſſimum ubique diffuſum confugit, eumque gravitatis, & attractionis univerſalis cauſſam eſſe inſinuat: (*a*): ejuſmodi autem ſpiritus, illiuſque in corpora omnia actio, hypotheſim ſapere videtur, rem tantopere in Neutoniana philoſophia damnatam, & diris omnibus traditam: cum nulla ſint phænomena, aut experimenta hujuſmodi univerſalem ſpiritum ubique diffuſum indicantia.

4.° Eum etiam ſpiritum univerſalem, vel alium ejus vicarium attractionis, & gravitatis cauſſam maxime elaſticum ponit, ſeu inſinuat *Neuton* (*b*): quod autem elaterium habet, illoque operatur, eſt materia: ergo eſt impenetrabilis, ac proinde per veram impulſionem agit, non in corporum maſſam, ſed in ſuperficies: hinc autem ſequi videtur, quod e duobus corporibus denſitate, & figura ſimilibus gravius eſſet, atque velocius in terram deſcenderet, quod minus eſſet, ut ex geometria facile conſtat: id autem experientiæ opponitur.

5.° Hunc ſpiritum ſubtilem eſſe elaſticum, ubique diffundi, corporibus non reſiſtere, & alia ſimilia, hypotheſis iterum ſpeciem habere videntur.

6. Is etiam ſpiritus ſi eſt elaſticus, & materia; gravitatem, & vim attrahentem habebit juxta Neutoniana principia; unde tamen hoc? Ab actione ſpiritus ſubtilioris? At hæc conſequentia in longam ſeriem nos duceret. Uno verbo ſi attractio ex vera materiæ elaſticitate petitur; in veram impulſionem incidimus, omnibuſque iis difficultatibus premimur, quæ Carteſianam, Gaſſendi, & aliorum opiniones evertere videntur: ſi vero attractio, ut vis quædam non materialis uſurpatur, atque ab omni impulſione di-

(a) *Vide Lect.* 17. *Aſtron. verba ipſa Neutoni.*
(b) *Vide iterum lect. cit. Auctoris verba.*

diſtincta, qui genuinus eſt attractionis ſenſus in Neutoniano ſyſtemate, probandum tum primum eſſet attractionem eo ſenſu acceptam exiſtere. Tandem vide lectionem ſequentem, ubi hæc enucleatius proſequimur.

PROPOSITIO XIII.

121. *Neque gravitas, neque gravitatis phænomena explicari poſſunt per unicum fluidæ materiæ vorticem ſupra æquatoris polos ab occidente in orientem per circulos parallelos delatum.*

Simpliciſſimam æque clariſſimam, atque ingenioſam ad gravitatis motus explicandos hypotheſim primus excogitavit, vel adhibuit *Des-Cartes* (*a*): eique innumeri poſtea philoſophi turmatim calculos ſuos adjecerunt: alii fundo opinionis retento emendatricem manum adhibuerunt, ut *Hugenius*, *Malebranche*, *Bulffinger*, & alii, de quibus poſtea: interim ſimplicem vorticis hypotheſim ad lydium lapidem expendamus.

Probatur propoſitio argumento ab *Hugenio* primum ex motus theoria deſumpto, & multiplici poſtea experientia confirmato (*b*). Stante hac hypotheſi, ea tantum corpora, quæ in æquatore exiſtunt ad telluris centrum gravitate ſua deferrentur, reliqua omnia extra æquatorem poſita, v. g. omnia gravia in Europa ad terram decidentia, non ad centrum A (Fig. 13. Tab. II.), ſed ad Telluris axem RN a materia vorticis detruderentur, ſingula nimirum ad eorum circulorum centrum, in quorum planis exiſtunt; v. gr. corpus P in circuli PQ plano PSQ exiſtens, ad punctum S ejus circuli centrum recta deſcenderet, minime autem ad A centrum Telluris. Concipe ſcilicet aliquem materiæ fluidæ vorticem ſupra axem BN per circulos inter ſe parallelos, atque ad axem perpendiculares: corpus ſane quodcumque P per planum circuli PG convolutum per vim fluidi PQ centrifugam ad

(*a*) *Keplero hanc gloriam tribuit, ſed immerito fortaſſe Leibnitius. Act. eruditorum ad annum* 1690.

(*b*) *Nollet tom. 2. Lect. 5.*

ad ejus circuli centrum propellitur. Vis autem centrifuga materiæ a centro S ejuſdem circuli recedere conatur per tangentes ejuſdem circuli PX GE & infinitas alias in eodem circuli plano jacentes, ut nullus ignorat: omnia autem circulorum æquatori parallelorum centra in vorticis BCN axe BN ſunt conſtituta, ſed extra vorticis centrum A, quod unius æquatoris CE centrum eſt: ergo omnia corpora extra æquatorem jacentia, gravitate ſua non ad Telluris centrum, ſed ad axem tantummodo deferrentur, ac proinde oblique, non recta ad horizontem deſcenderent, quod eſt aperte falſum. Ducta enim recta TV ſphæram in puncto K tangente, illa quidem horizontem puncti K repræſentat; grave ex P ratione vorticis per PKS deſcenderet; quæ, cum ad centrum non dirigatur, ad horizontem TV non eſt perpendicularis.

122. Id etiam experimento confirmatur: in vaſe vitreo ſphærico, cylindrico, conico, aut cujuſcumque alterius figuræ, aqua pleno, liquores aqua leviores, & colore aliquo, ut oculis diſcernantur, præditi, vel alia corpora ſolida aqua etiam leviora includantur: revoluto circa axem AB (Fig. 14. Tab. II.) vaſe XZ recta aut oblique ad horizontem diſpoſito, liquores, qui, vaſe immoto præ levitate ſua aquæ inſidebant, in varias & rotundas guttas diviſi, & per aquam diſperſi ad axem AB ſenſim detruduntur, & circa ipſum hinc inde a centro in cylindrum conformantur: corpora item ſolida, v. g. X globus cereus ad axem quidem, & ad illud axis punctum F v. g., quod in plano revolutionum exiſtit, deſcendunt, non ad centrum C.

Equidem particulæ aqueæ in circulo PS circumvolutæ, (fig. 13. tab. 2.) & ob majorem denſitatem majori vi centrifuga donatæ, quam liquor, v. g. ſpiritus terebenthinæ, aut cereus globus, ſupra illum aſcendunt, & illum verſus ſuæ revolutionis centrum S repellunt. Unde infertur, grave D polo N imminens ad terram non deſcenſurum, ſed immobile in ipſo axe in medio aere conſtiturum: fluida enim materia ambiens, & circa axem ad æquatorem ſemper parallela circumfluens, corpus ad axis punctum aliquod extra ſphæram poſitum, non tamen ad ſphæram ipſam repelleret.

123. Aliis argumentis, quibus alii paſſim prædictam opinionem impugnant, ſuperſedeo; ea enim ſunt, quæ facile ſolvantur; & niſi *Hugenii* obſtaret demonſtratio, a carteſiana opinione ampleſtenda nos minime deterrerent.

Opponitur tamen: circularis ipſa vorticis figura corpora incluſa æqualiter circumquaque premit, & ad idem punctum, quod eſt ſphæræ centrum, dirigit.

Reſpondeo negando totum argumentum; nihil refert, qualem vas habeat figuram, ut incluſum in vaſe corpus, fluidoque circumrotato innatans ad vaſis centrum detrudatur: corpus enim ab ea tantum fluidi parte propellitur, in cujus plano ad axem perpendiculari corpus ipſum exiſtit: hæc autem fluidi pars ad ſuum peculiaris plani M N v. g. (Fig. 14. Tab. II.) centrum E, a quo ipſa recedere conatur, corpus detrudit, ut ex ſupradictis conſtat. Deinde vel in vaſe ſphærico, vel in cylindrico, aut conico fiat experimentum; id ſemper obſervamus, corpora extra æquatorem poſita ad axem ſolum deferri: in vaſe utique conico, ob convergentes a baſi ad apicem uſque vaſis parietes, gyrans cum fluido corpus ad baſim detruderetur, ſi argumenti ratio ſtaret: non detruditur autem, ſed indifferenter ad axem fertur.

124. Verum, inquies, facto ſæpius periculo ab induſtrio *Nollet* (*a*), deprehenſum ſemper eſt, quod aeris bulla (idem in aliis liquoribus eveniret) ab aqua in ſphærico vitro, cujus axis A B ad horizontem eſſet inclinatus, circumvoluta, ad axem primo detruſa; deinde per axem ipſum ſurſum ad elevatum polum B aſcendens; ſiſtente, vel langueſcente rotationis motu ad ſphæræ centrum relabitur: ergo ſphærica vaſis figura innatantia fluido corpora ad centrum undecumque repellit: in circulari igitur vortice ad centrum deferentur gravia, quod eſt rei cardo.

Reſpondeo ex eodem obſervatore *Nollet* negando conſequentiam: allatus enim bullæ motus longe aliam habet cauſam. Concava globi vitrei ſuperficies ad motum concitata raſione ſua internam fluidi maſſam ad mo-

(a) *Tom.* 2. *Leg.* 5. *pag.* 65.

motum abripit paullatim; ſiſtente etiam vitro, volventis aquæ motus paullatim etiam ex eadem cauſſa lenteſcit, & languet: circuli autem aquei ad axem perpendiculares eo citius ſiſtunt, quo minores ſunt; major enim eſt eorum periphæria ad ſuperficiem comparata, ut ex Geometria conſtat: hinc autem fit, ut aqua quieſcere a polis incipiat; & ſiſtente jam aqua polari B; innatans bulla aeris ob majorem levitatem ſurſum aſcendere ad ſummitatem per viam obliquam incipit; incidit igitur in aquam & a polo B remotiorem, & adhuc circumfluentem, a qua iterum ad axem detruditur; ea interim aqua quieſcente, ſurſum iterum oblique aſcendere conatur bulla, in aliamque volventem adhuc aquam ingreditur, a qua ad axem regeritur; eodemque pacto ſequentes circulos ingreſſa ad centrum pervenit: unde hic ad centrum deſcenſus alias a vorticis motu cauſſas habet.

125. Opponitur iterum. Vortex circularis DNEO (fig. 15. tab. 2.) ſupra axem DE convolvatur: ſitque circulus BK, in cujus plano ad axem DE perpendiculari corpus aliquod convolvatur: ejuſmodi corpus a puncto quocumque B non ad Z, ſed ad X ſphæræ centrum detrudetur: quod in hunc modum probatur: corpus in B perinde a ſuperficie curva reflectitur, atque a plano tangente VE: ita igitur reſiliret, ut facto angulo reflexionis VBN incidentiæ angulo KDE æquali, ad punctum N dirigeretur: cum autem fluidum in BN exiſtens eadem vi reſiſteret, qua mobile in ipſum ageret; ſequitur, quod mobile juxta motuum compoſitionis leges mediam viam BX arriperet, per eamque ad vorticis centrum detruderetur: cumque eadem in aliis omnibus parallelis ſit ratio; omnia corpora in vortice ſphærico circumvoluta ad centrum diriguntur. Ita arguit *Saurin* (a): multa in argumento citra ullam probationem aſſumuntur: primo vorticem eſſe ſphæricum: 2.o ſuperficiem habere reflectentem &c.

126. Reſpondeo deinde negando totum argumentum. Corpus namque B in plano circuli KB revolutum per idem planum reflecteretur juxta reflexionis

F 2 leges;

a) *Journ. des lettr. ad an* 1703.

leges: ergo non reflecteretur, aut perveniret ad **N**, aut X, ſed ad punctum in eodem plano K B poſitum extra centrum vorticis X conſtitutum. Sed ut, quod res eſt, dicamus aperte: neque corpus reflectit, neque ad punctum N aut X contendit, ſed ad punctum Z circuli K B centrum, ut experimentis edocemur.

Ex alio etiam capite carteſianam ſententiam adſtruendam contendunt carteſiani: vortex terreſtris, inquiunt, a ſolari vortice circumdatus, & circumlatus, ab eo undique premitur; extima igitur terreſtris vorticis ſuperficies; velut vas quoddam ſphæricum haberi poteſt, in quo vorticis materia contineatur: ſed liquidi partes vaſis parietes undique perpendiculariter premunt, ut poſtea probabimus: Fluida igitur vorticis materia ejus ſuperficiem perpendiculariter premit, hoc eſt, ſecundum radios a centro ductos (*a*): ſuperficies igitur per eaſdem perpendiculares materiam, & innatantia in illa corpora ad centrum retundit, ac repellit.

Data prima conſequentia, reſpondeo. In vortice circumacto non preſſio ab extima ſuperficie orta incluſam materiam efficit gravem, & ad vorticis centrum detrudit; ſed preſſio ac vis, qua materia vorticis in gyrum acta, & recedere nitens, aliam ad ſuarum revolutionum centrum propellit; ut in expoſitis hactenus experimentis explicavi. Deinde aqua v. g. in poculo quieſcente contenta perpendiculariter ejus ſuperficiem gravitate ſua premit; inde autem non obſcure deducimus, gravitatem corporum a majori vi materiæ centrifuga non provenire: ſi enim idemmet vas antea quieſcens, circa axem rotetur, fluida materia per vim centrifugam non a centro vaſis, ſed ab axe recedere conatur, & hujuſmodi conatu vaſis ſuperficiem inæqualiter premit; aliter igitur gravitas, aliter vis materiæ centrifuga vaſis parietes premunt, & diverſa ratione preſſionibus ſuis corpora propellunt, & dirigunt.

127. *Franciſcus Bayle* ita etiam argumentatur (*b*): vortex terreſtris A a magno ſolari vortice BC (Fig. 16.

(a) *Elem. Geom.* 1.
(b) *Curſu Phyſ.*

16. Tab. II.) delatus, tardius quam materia ipſa ſolaris vorticis defertur; ad eum modum, quo cymba fluviali aquæ ſupernatans, ab eaque prono alveo delata tardius ſemper, quam circumambiens aqua, movetur: ſolaris igitur vorticis materia BC terreſtrem vorticem circumquaque præterfluens, illum æqualiter comprimit; tam igitur ab æquatore, quam a polis verſus centrum premitur: ergo ex utraque parte contenta in terreſtri vortice corpora ad centrum detruduntur.

Reſpondeo. Plurima in hoc ratiocinio involvuntur, quæ vel dubia ſunt, vel hypotheſim ſapiunt. 1.o a ſolari vortice terram circumduci; 2.o terreſtrem vorticem ſphæricum eſſe, ut in ejus centro tellus conſiſtat; contra ac poſuit Carteſius: horum autem ſecundum generali vorticum doctrinæ, aut hypoteſi non quadrat: primum eam ſolum probabilitatem habet, quam vortices ipſi, qui in elegantem hypotheſim aliquibus conjecturis innixam tandem reſolvuntur. Deinde nego primam argumenti propoſitionem: eadem enim celeritate terreſtris vortex, ac materia ſolaris, cui innatat, convolvuntur: ſi enim tardius deferretur: ad ſolem propius detruderetur; ſi velocius, ad vorticis periphæriam confugeret, ut ex centralium virium theoria conſtat. Allatum cymbæ exemplum vel non eſt ad rem, vel eſt aperte falſum: cymba, vel aliud quodcumque corpus aquæ confluenti immerſum, & æquilibratum eadem cum illa velocitate defertur: ſi aquis ſupernatet, non eſt ad rem; velocius interdum, tardius aliquando convolvetur pro majori, vel minori aeris, & venti reſiſtentia, vel juvante impetu.

128. Opponitur 5.o Materia vorticis terreſtris eo velocius movetur, & majori etiam vi centrifuga donatur, quo eſt polis vicinior: ergo corpora verſus æquatoris, ſeu telluris centrum projiciet. Hoc argumentum eo etiam tendit, ut Hugenianam demonſtrationem ſubvertat, & modum tandem aliquem indicet, quo ope circularis vorticis, & vis materiæ centrifugæ corpora verſus centrum directe protrudantur.

Quoniam autem unius vorticis hypotheſis duplici modo ſtatui poteſt: 1.o ſi materia vorticis ſupra axem mundi, ſeu terræ ab occidente in orientem per cir-

culos parallelas moveatur; ſecundo ſi materia ab uno polo telluris egrediens, & verſus æquatorem ſeſe diffundens ad alium polum confluat; in neutro tamen caſu locum habet argumentum: in utroque tenet ſemper adducta demonſtratio. Reſpondeo igitur, citra ullum fundamentum majorem illam velocitatem propius ad polos aſſeri.

Deinde prætermiſſa in minoribus, & ab æquatore remotioribus parallelis majori vi centrifuga, nil inde concluditur: parem enim vim centrifugam innatantia in iis parallelis, & circumducta ſolida habebunt: tandem vis ea, quantacumque ſit, id ſolummodo efficere poteſt, ut corpora ad circuli, in cujus plano volvuntur, centrum detrudat, minime vero ad Telluris centrum, ut probatum ſuperius manet. Solutum igitur adhuc non eſt *Hugenii* argumentum contra expoſitionem gravitatis per vorticis motum.

PROPOSITIO XIV.

129. *Per duplicem materiæ fluidæ circa terram vorticem, quorum primus circa mundanum axem, & ſupra polos, ſecundus autem ab uno ad alium polum ſupra æquatoris diametros, & primum vorticem interſecans rotetur, gravitatis phænomena, & natura explicari non poſſunt.*

Hujuſmodi vorticum diſpoſitionem primus excogitavit *Bulffinger* (a), & poſtea aſſeruit etiam *Regnault* (b). Probatur autem propoſitio. Licet primi vorticis materia perpetuo a revolutionum centris, terrenoque axe recedendi niſu, & majori vi centrifuga corpora quæcumque verſus terræ axem perpendiculariter impelleret, ut ſupra explicavimus; ſecundi tamen vorticis materia ab uno ad alium polum tranſiens corpus ipſum ad centrum non dirigeret: probo: vel ſecundi vorticis materia a polo B (Fig. 14. 15. Tab. II.) egrediens, & exinde circumquaque diffuſa verſus æquatorem ſupra omnem terræ ſuperficiem profluit,

(a) *Mem. de l' Acad. ad an.* 1741. *pag.* 184.
(b) *Entret. ſur la peſanteur.*

fluit, ut inde ſeſe colligens per alium polum A ingrediatur; vel a terreſtri polo non egreditur, ſed circa tellurem a polo ad polum circumvolvitur: ſi primum (quod quidem ad magnetis virtutem explicandam admittit Carteſius): ergo corpus, D ſub æquatore ad centrum C non impellitur, licet ad centrum deſcenderet ſola prima vorticis impulſione actum: ſed alia alterius vorticis actio grave a plano æquatoris verſus polum A deturbat. Deinde corpus X extra æquatorem R S verſus eum polum, in quem vortex confluerer, exiſtens, non ad centrum, ſed ad axem B A urgeretur: per primum enim vorticem ſupra axem mundi revolutum ad punctum F ſui circuli centrum detruderetur: ſecundus vero illud a centro C amplius adhuc removeret.

130. Quod ſi alium adhuc vorticem a polo A ad B progredientem in ſubſidium advoces: nodum adhuc non ſolves. 1.o Enim hi duo vortices e diametro oppoſiti ſeſe deſtruent: 2.o utriuſque vorticis vires in idem corpus X impactæ ſeſe elident, nullo effectu ſecuto; cum mobile per oppoſitas ex diametro directiones æquis viribus impellant.

131. Neque etiam alterum ſuprapoſiti dilemmatis membrum admitti poteſt; rationi ſcilicet opponitur, quod duo materiales vortices eumdem telluris globum circumeuntes in eadem a terra diſtantia, eodemque ſpatio ſeſe mutuo non perturbent, neque motum invicem retardent, ut tandem vel penitus uterque ſubſiſtat, vel in unicum media quadam inter utrumque directione conflentur. Præterea ea, quam impugnamus, hypotheſis ſphæricum ſupponit vorticem: infra tamen vorticem ſphæricum impoſſibilem eſſe demonſtrabimus. Obiter adnotaſſe ſufficiat, fluidum quodcumque corpus vorticoſo motu circa ſeipſum, aut aliud corpus tamquam axem abreptum, illico in cylindri formam ſeſe diſponere, ut facto ſæpius periculo edoctus fuit *Nollet*, *Deſaguliers* & alii.

Tandem licet vitreus globus aquam v. g. continens duplici revolutione in prædicto ſenſu, nimirum ad angulos rectos, ſimul circum ageretur; effici numquam potuit, ut incluſus liquor duplicis vorticis motum imitaretur, aut immerſa in fluido leviora corpora ad globi centrum detruderet. In illis ſolummodo motus irregulares obſervabantur.

132. Attamen, opponunt duplicis vorticis aſſertores, ætherea, & tenuiſſima vorticis materia, licet a polo ad polum, & ſecundum æquatorem convolveretur, ob maximam tenuitatem ſeſe non impediret, aut viam ſibi mutuo occluderet: teſte enim experientia, innumeri licet radii luminoſi, quorum materia eandem, atque æther, tenuitatem habet, e diverſis plane partibus, ſeu objectis venientes per tenuiſſimum foramen ingrediantur; ſeſe tamen non impediunt, neque in directione quiſque ſua, perturbantur.

Reſpondeo. Totum hoc argumentum a radiorum luminis per anguſtiſſimum foramen deductum nullius momenti adverſus noſtram ſententiam exiſtit. Per foramen ſcilicet, ſeu potius per materiam tenuiſſimam, & elaſticam in foramine exiſtentem non quidem transfluit materia, ſed tantum actiones luminoſi transferuntur, ſeu fluidiſſimaætherea materia in foramine exiſtens plurimis actionibus, ſeu impreſſionibus diverſis concuſſa, eaſdem ſimul ulterius verſus plagam multiplicem tranſmittit; ſeu potius hujuſmodi objectorum impreſſiones a luminoſis factæ, medio illo æthere transfunduntur: at qui duplicem ſe ſe normaliter interſecantem, aut ex diametro occurrentem vorticem admittit, non impreſſionibus rem tantum peragi ſtatuit, ſed verum alterius in alteram materiæ allapſum, & incurſionem, & motum admittere cogitur: quod cum corporum impenetrabilitate ſtare nequit. Uno verbo argumentum vim ſolummodo habet contra eos philoſophos, qui Epicuri ſententiam circa lucem amplectuntur; eamque in materia ſolari a ſole ad nos emiſſa conſtituunt: hac enim admiſſa opinione, quæ eſt omnibus Neutonianis communis, reapſe per anguſtiſſimum foramen innumeri radii, hoc eſt, materiæ ſubtiliſſimæ torrentes ab integri hemiſphærii illuminati punctis reflexi, uno eodemque tempore admittuntur, & in diverſas partes pertranſeunt, ut fuſe explicamus, ubi luminis naturam exponimus.

133. Dices 3.° Duplicem verticem ſupradictum exiſtere non negabit, qui ad lunæ, & magnetis motus animadvertet. Luna ſiquidem perpetuo ab orbe condito ab occidente ad orientem circumagitur: ab aliquo proinde fluido defertur; aliter per medium fluidum

dum immotum incedens brevi ſiſteret, motumque ſuum ob medii reſiſtentiam amitteret. Notiſſima item eſt magnetis proprietas, ut ad mundi polos ſemper dirigatur, nec niſi modicam hinc inde a polis declinationem patiatur, ad alia ſcilicet in horizonte puncta declinans; hujuſmodi autem phænomenon ex eo juxta communem philoſophorum explicationem alibi exponendam provenit, quod ab uno ad alium terræ polum perennis fluidiſſimæ materiæ vortex effluat, quæ magnetis poros recta diſpoſitos, & hujuſmodi fluido conformatos offendens, per eoſque ingrediens, lapidem ſecundum eam, qua tendit, directionem convertat, & a polo ad polum dirigat: en igitur duplicem vorticem, de quibus agimus, phænomenis ipſis demonſtratum.

Reſpondeo. Etſi demus, hos duos vortices exiſtere, nequaquam ex iis cauſſa, & phænomena gravitatis deduci poſſunt, ut jam demonſtravimus. Utrum vero hujuſmodi vortices exiſtant, & quo pacto ſe ſe non deſtruant, dicemus, cum motum lunæ, & magnetis exponemus. Interim tamen animadvertenda ſunt ſequentia. Vortices materiales, qui ad gravitatem corporum efficiendam ſunt neceſſarii, & de quibus hactenus ſermo fuit, in eadem a telluris ſuperficie diſtantia exiſtere oportet, ut ſcilicet in eadem corpora ex diverſis partibus agant, & ad centrum urgeant: ſi enim unus quidem vortex terram raderet, alius vero in diſtantia lunæ convolveretur; ecquid hic ſecundus ad corporum gravitatem in atmoſphæra terræ efficiendam inſerviret?

2.° Si luna in vortice circa terram circumducitur, quod probabiliter dici poteſt, is vortex neque ſphæricus eſt, neque ad mundanos polos extenditur, neque ſupra æquatoris, ſed ſupra eclypticæ polos, & axem convolvitur.

3.° Vortex terram radens & ad vim magneticam efficiendam ſufficiens, ad omnia gravitatis phænomena ſatis eſſe non poteſt. Hæc tamen omnia modo indicaſſe ſufficiat, ſuis quæque locis poſtea exponenda.

SCHO-

SCHOLION.

134. *Ex dictis manifeſte conſtat, aliquid adhuc in vorticum diſpoſitione deſiderari, ut eorum ope corporum gravitas, & gravitatis phænomena explicentur. Id fortaſſe major futuri temporis, & hominum diligentia aſſequetur; neque ſpem, aut animum deſpondeant philoſophi, ſi difficillimum naturæ problema, aut nodum per vortices explicare hactenus non potuimus, ſed ſimpliciſſimam potius hunc nodum ſolvendi rationem inſiſtant.*

Chriſtianus Huighens, *cum ex carteſiana vorticis diſpoſitione corpora ad telluris centrum pervenire non poſſe animadverteret, ut prædictæ difficultati faceret ſatis, materiam per circulos ſphæræ maximos verſus omnes partes diſpoſitos circa tellurem circumduci ſupponit; ea enim vorticis diſpoſitione gravia corpora ad centrum procul dubio impellerentur, eadem ratione, qua in ſimplicis carteſiani diſpoſitione corpora ſub æquatore poſita ad Telluris centrum detruduntur. Verum nihilo felicior hæc hugeniana vorticum correctio, & diſpoſitio poſt illius Authorem ſemper jacuit nullos ſectatores nacta; qua enim ratione implicatiſſimos materiæ vortices ſeſe ab omni parte interſecantes concipiemus? Ratio ſane, & imaginatio noſtra ad id concipiendum non ſufficiunt. Adde inſuper: prædicti multiplices vortices ſunt pura hypotheſis omni analogiæ argumento deſtituta, eoque nomine ad effectus exiſtentis explicationem non ſufficiunt.*

135. Leibnitii opinio *non multum differre videtur ab illa quam tenet* Villemot, *aut etiam* Varignon; *quorum primus igneum vorticem centralem in terra ſtatuit, qui, inquit, perpetuo fervens ſeſe dilatare adnitens, & a centro per lineas rectas projici, atque evibrari ſemper contendens, alia corpora perinde in centrum propellit, atque ſi ille igneus vortex vere e centro erumperet* (a). *Quantumvis hæc ingenioſe ſint excogitata, plurima tamen aſſumuntur, de quorum exiſtentia minime conſtat, qualia ſunt ignis centralis, licet aliunde pro-*

(a) Nouvelle explic. des Mouvemens des planetes.

probabilis, perpetuus ille niſus fluido communicatus, & alia ſimilia.

Pari modo quid tandem rei eſt fluidum illud leibnitianum? Unde ſecum habet motum, & conatum recedendi a tellure? quo tandem pergit, aut pergere nititur? a quo tandem detinetur, & impeditur, ne a tellure penitus abeat? Eſtne etiam grave? A quo tamen ſuam gravitatem habebit? Quo pacto tandem in iis obſervantur gravitatis phænomena ſuperius expoſita? Unde tandem illius exiſtentia probatur? Puræ hypotheſes, incerta omnia ad problematis ſolutionem ſtatuuntur.

SCHOLION.

136. *Juvat explicata hucuſque philoſophorum tentamina legiſſe, ut rem ipſam, ejuſque difficultatem agnoſcentes noſtram hominum tenuitatem, & ignorantiam fateamur. Si modo, quid ego in difficili argumento ſentiam, quæris, & a me ipſo audire deſideras, ſequentia mentem meam aperient.*

Primo itaque candide fateor, me neque in aliis invenire, neque ex me aliquid producere poſſe, quod & phænomena phyſice atque mechanice, effectuumque gravitatis cauſſam ſecundum leges phyſicas, & indubia principia explicet.

Secundo: Cum Deus ab initio globum hunc noſtrum terraqueum (idem de vaſtiſſimis aliis ſphæris viſibile hoc rerum ſyſtema componentibus, Luna ſcilicet, ſole, & reliquis planetis, ſid rilus, & cometis dictum habe) condere ſibi præſtituiſſet; gravitaſque unum illud ſit medium, & ratio, qua præſtitutum illud divinæ providentiæ, atque omnipotentiæ opus, ſcopus ac effectus obtinetur, & perficitur; hujuſmodi cauſſa inter ſimpliciſſimas illas numeranda eſt, quas nemo noſtrum attingere poteſt, & ſibi uni reſervavit Deus. Sciunt enim omnes, & alibi jam nos etiam ſatis expoſuimus, omnes philoſophorum labores, atque induſtriam, & univerſim totam humanæ mentis perſpicaciam ad cauſſas compoſitas ſeſe ſolummodo extendere; primitivas vero ſimpliciſſimas, & univerſales rerum cauſſas, atque rationes a noſtra hominum mente nequaquam attingi.

Tertio: De hujuſmodi ſimplicium, & univerſalium cauſſarum inveſtigatione intelligendum eſt illud ſacræ paginæ teſtimonium, omnibus philoſophis ante oculos ſem-

per habendum : hanc occupationem peſſimam dedit Deus filiis hominum, ut occuparentur in ea . . . . : Mundum tradidit diſputationi eorum, ut non inveniat homo opus, quod operatus eſt Deus ab initio uſque ad finem (a).

Quarto : *Præ omnibus igitur aliis ſententiis mihi placet ſupponere & dicere, ſimplicem illam cauſſam tantorum operum Supremi Numinis conſervatricem, & effectricem*, gravitatem *ſcilicet* corporum *atque materiæ univerſæ ad ſua relativa corpora, eſſe primitivam legem Dei, & ſupremum, ac omnipotens illud* fiat, *quo prolato integrum univerſum factum eſt. Hujus legis naturæ beneficio, & imperio fit, ut materia terreſtris ad terram, lunaris ad lunam, ſolaris ad ſolem feratur, gravitate cedat, globos componat, & omnia alia gravitatis phænomena conſequantur. Similes alias naturæ, ſeu Supremi Creatoris leges ſuperius ſtabilivimus, quarum beneficio innumera in rebus phænomena, & effectus producuntur, atque explicantur, quin ad alias cauſſas confugere opus ſit. Gravitatem igitur dico non proprietatem materiæ neceſſariam, non alicujus cauſſæ mechanicæ, aut ſpiritus creati effectum, ſed liberrimam Dei, ſeu naturæ legem. Univerſalis rerum materialium ad ſua centra gravitatio, medium ſcilicet ad hujuſce mundi ordinem, magnitudinem, figuram, ſitum, motum, aut quietem conſervanda neceſſarium, eamdem illam habet cauſſam, a qua una pariter ſunt mundanæ machinæ, ſolis, terræ, aſtrorum omnium figura, magnitudo, ſitus, motus, quies: ſicut primitiva hæc totius machinæ conſtitutio ab una Numinis voluntate pendet, ejuſdem etiam lex eſſe debuit univerſale principium, a quo totius machinæ, telluris, & aſtrorum conſervatio pendet.*

Dicendum ne igitur, quod corpora omnia terreſtria, ad quamcumque a terra diſtantiam deferrentur, in illam iterum beneficio hujus legis laberentur, & revenirent, ſi ſibi ipſis permitterentur? id vero eſt, quod nobis non conſtat: affirmant utique Neutoniani, negant alii

(a) Eccleſiaſt. l. v. 13. & c. 5. VII. Hæc notent, qui magnopere de ſeipſis ſentiunt, aut ſua ſyſtemata prædicant.

alii quam plurimi, immo major philoſophorum pars. Ego id unum pronuncio, id eſſe incertum. Singula corpora, parva, aut magna ſuam habent atmoſphæram, ut ſuo loco demonſtravimus (a), *intra quam agunt: ſi igitur ab aliis ad alia corpora analogiæ argumento in natura probatiſſimo philoſophandum eſt; telluri etiam certam atmoſphæram non ſolum vaporum, ſed etiam actionum concedere debemus intra quam corpora ad ipſam gravitent; extra eam vero a gravitatis lege immunia ſint. Id ſaltem probabilius longe mihi eſt: lapidem noſtrum ſi ad lunarum milliones, & milliones, ad fixam aliquam ſtellam v. g. transferretur; in ea tamen immenſa fere a tellure diſtantia in terram adhuc gravitare, quæ illinc jam ne diſcerni quidem ulla ratione, aut teleſcopio poſſet: id ſane eſt univerſali aliorum corporum analogiæ contrarium. Rem tamen incertam per indubia tradere nolo. Gravitatem corporum terreſtrium in terram, corporum, ſeu partium lunæ in lunam, ſolarium in ſolem, & ſic de omnibus aliis aſtris a lege Dei provenire probabiliter affirmo, aut ſaltem ſuppono; eo plane modo, quo* inertiam, *& alia corporum attributa in naturæ, ſeu Dei conditoris lege conſiſtere docuimus: utrum vero lex illa, ſeu gravitas corpora in omnibus a ſuo globo diſtantiis comprehendat, teneat, & urgeat, certo ſtatuere, atque definite non paſſum. Quæ interim* Des Cartes, *quæ* Neuton *circa cœleſtes motus ſyſtemata ſtatuant, non ignoro, & fuſe in aſtronomia phyſica exponam; iis tamen omnibus, quæ eo loco adducam, attente inſpectis, & animadverſis, iterum dico incertiſſimum eſſe, corpora gravia in quibuſcumque diſtantiis poſita ad ſuos proprios globos beneficio gravitatis, ſeu actionis eorumdemmet globorum lapſura.*

137. *De hac ergo cauſſa longe clariorem ideam habeo, quam de attractione materiali, aut immateriali, de qualitate, de vorticibus, ac de cæteris cauſſis ſuperius recenſitis. Deum non quaſi agens naturale creatum ſingulos effectus novis ſemper actionibus producens mortalium inſtar operi ſemper intentum mihi repræſento; ſed ut ſupremum rerum omnium Arbitrum, ac dominum, quo dicente, omnia facta ſunt, cujus voluntate ſemel poſita* ad

a) Tom. 2. & etiam in Aerometria Phyſica.

ad illius motum ſeſe elementa, & univerſum integrum accommodant. Ecquam aliam habent cauſſam, ut jam dixi, productio univerſi in hoc determinato loco, & tempore; Telluris, Aſtrorum, univerſi magnitudo, figura, ſitus Terræ, in hac determinata ſede, aut orbita exiſtentia, ejus quies, aut continuatus motus; motus corporum rectilineus, eorum inertia, motuum communicatio, & alia quamplurima? Hujuſmodi leges Dei exiſtere, earumque vi plurima in mundo fieri, manifeſtum eſt: exiſtere vero attractiones, vortices, qualitates, & alia ſimilia, eſt ſaltem maxime dubium: clariorem nos de ſupremi numinis legibus, & imperio, quam de adductis modo cauſis ideam formamus. Quæ ex hiſce inferatur conſequentia, nemo non videt. Ego quidem in hac ſum ſententia, generalia corporum ſyſtemata, actiones, phænomena, aut modos exiſtendi, & agendi generales, quæ Deus mundum condens ſpecialiter intenderat, pro cauſſa unica habere Dei voluntatem, eſſeque totidem naturæ leges. Id ſane Sapientiſſimi, omniſcii, & omnipotentis artificis rationi, atque dignitati, cui elementa illa, & materia, quam tractabat, exactiſſime, atque ad nutum obediunt, proprium eſt, & conforme.

L E C T I O IV.

De Attractione, ſeu gravitate univerſali non mechanica.

138. Hactenus ſolam gravitatem corporum terreſtrium conſideravimus: ut argumentum tamen clarius exponamus, altius repetenda res eſt, & in generale quoddam gravitatis ſyſtema inquirendum, ex quo gravitas terreſtris, tamquam ex arbore ramus derivatur. Expoſuimus ſcilicet varia philoſophorum tentamina ad corporum terreſtrium gravitatem explicandam: atque inter ea, vim magneticam, ſeu attractionem materialem *Gaſſendi*, impulſionem centrifugam *Carteſii*, & attractionem *Kepleri*, & *Neutoni*: modo a peculiari corporum terreſtrium conſideratione, idearum connexione ducti ad omnium corporum ſyſtema gradum facientes, inquirimus, utrum allatæ cauſſæ gravitatis ad omnem materiam extendantur, eoque pacto univerſalis gravitas exiſtat in natura:

In-

Integrum ſcilicet hoc univerſum parumper animo concipiamus. Qualiſcumque tandem illius figura exiſtat, indubium eſt, omnia, & ſingula corpora, ex quibus mirabilis hæc machina conflatur, totum quoddam componere, & mutuam inter ſe relationem habere, certaque Dei Optimi Maximi lege detineri, ne per mundana ſpatia a ſe invicem recedant, & mundi compagem diſſolvant: ſponte igitur in hanc incidimus quæſtionem, *Eadem ne ſit, aut ſimilis ſaltem lex, atque cauſſa, quæ & globi telluris partes, & univerſi corpora retineat, & circa ſe conſervet?* Si res ita habet, duplicem, ſimilem tamen, agnoſcemus gravitatem, primam ſcilicet peculiarem terræ & mundanorum aliorum corporum, qua ſingularum ſphærarum partes in ſua quæque ſingula centra gravitant; aliam vero univerſalem, qua omnia machinæ mundanæ corpora ad commune univerſi centrum urgeantur, & ſingula etiam ad ſingula tendant. De re igitur univerſis corporibus communi agitur; generalis idcirco Phyſicæ proprium exiſtit argumentum.

In præſentiarum ſolam gravitatem univerſalem in ſenſu neutoniano, hoc eſt, attractionem examinamus, quod enim ad vim magneticam terræ attinet, ea ultra atmoſphæram non extenditur: gravitas vero univerſalis in ſenſu Carteſii tum ſolum explicabitur, cum vorticum ſyſtema in aſtronomia phyſica exponemus. Attractionem in natura exiſtere, a pluribus jam ſæculis philoſophi agnoſcebant; quin de ea magnopere curarent; hodie tamen magna animorum contentione de illa diſputant phyſici, cum ea ſit neutonianæ philoſophiæ cardo atque fundamentum, illamque ex alia parte cane pejus & angue odio habeant carteſiani, atomiſtæ, & plurimi alii.

Porro ego poſt plurimorum Neutonianorum lectionem non parvam in aliquibus idearum varietatem, & confuſionem circa attractionem animadverto, ut aliqui etiam ex ipſis non diffitentur (*a*): ut igitur noſmetipſos & quo ſtatu cauſſa ſit, intelligamus, attractionum ideam primum definiamus, & rem totam evolvamus.

DE-

(a) *Chambers Diction. verb. attractio paulo ante 1. theor.*

DEFINITIO.

130. *Attractio*, ſiqua exiſtit, *gravitas*, *pondus*, & *vis centripeta* aut idem in phyſica ſignificant., aut magnam ſaltem inter ſe habent affinitatem; utraque pro phænomenis, ſeu effectu, & pro cauſſa eorum effectuum accipi poſſunt, & paſſim uſurpantur. Cauſſarum ideas, & relationem prius definiamus, poſtea vero effectuum. Dum corpus aliquod ad terram v. g. tendit, & deſcendit, aut tendere & deſcendere nititur vi quadam naturali ipſius corporis in ipſoque reſidente, licet ab alio fuerit impreſſa; id corpus gravitatem & pondus habere dicitur: ea igitur vis inſita, aut impreſſa, aut naturalis indoles vocatur *gravitas*, quam non in corpore, ad quod tendit, conſideramus, ſed in corpore tendente: ejus actionis niſum, quantitatem, & menſuram nuncupamus *pondus*: eandemmet gravitatem, pondus, ſeu vim naturalem corporis tendentis, ſi ad centrum alterius v. g. terræ dirigatur, *vim centripetam naturalem* appellamus. Quare cum omnia corpora terreſtria ad terræ centrum graviteat, dirigantur; eorum *gravitas*, *pondus*, & *vis centripeta* idem omnino ſunt. Vis etiam centripeta dicitur ea, qua aliquod corpus verſus aliquod centrum quodcumque adducitur, aut circa illud detinetur, vel circumvolvitur, ut ſupra diximus: ea tamen vis ad quodcumque illud centrum relata, gravitas, & pondus ad ejuſmodi centrum exiſtit.

DEFINITIO.

140. Quod ſi gravitas, ſeu vis illa centripeta lapidem v. g. in terram adducens in corpore illo, v. g. tellure ſpectetur, & exiſtat, verſus quod aliud corpus dirigitur, & tendit; eam vim *attractionem*, ſeu *vim attrahentem* nuncupamus.

Hæc tamen ad veram ideam attractionis, ut apud philoſophos uſurpatur, adhuc non ſufficiunt. Cum corpus ad aliud v. g. ad tellurem labitur, vel id fit medio contactu, & impulſione materiali, atque mechanica, vel per vim, & potentiam non mechanicam, & materialem, ſed occultam, vel per legem

ali-

aliquam Dei determinantis, ut in certis caſibus unum ad aliud confluat, & accedat corpus. Tres hice ſunt modi, quibus philoſophi omnes corporum acceſſus mutuos, aut non mutuos explicant. Vis attrahens rigoroſe accepta ad ſecundum ſpectat, ſi qua exiſtit in natura. Scholaſtici enim, quibus una cum neutonianis communis eſt attractio, eam tamquam vim, potentiam, & qualitatem in corporibus attrahentibus inhærentem, & in corpora diſtantia modo non materiali agentem tradunt.

141. Alia non eſt apud *Keplerum*, & Neutonianos; ſi attente examinentur, attractionis idea; quantumvis ipſi ſæpiſſime clament, nil ſe attractionis nomine, quam effectus & phænomena ſignificare; cauſamque ſibi eſſe ignotam. Porro nulla eſt diſſenſio circa effectus, & phænomena: ab omnibus enim admittuntur, quæ obſervationibus conſtant: aut igitur nulla eſt de re quæſtio, aut ſi qua ſupereſt, ea tota eſt circa effectus modum, & cauſſam, hoc eſt, vim attrahentem: quid enim philoſopho experimentali reponet Neutonianus, dum ille omnia corporum phænomena, attractioni vulgo referri ſolita, ſeſe admittere affirmaverit? circa omnia phænomena convenimus, inquit; ſi ergo nihil aliud nomine attractionis intelligeres, dirempta eſſet quæſtio: hæc tamen ſuperaddo, pergeret idem philoſophus, quod phænomena illa ab omnibus admiſſa a cauſſa materiali mechanica impellente derivem, aut ſi mavis, a peculiari Dei lege deducam: ſi ergo non convenimus, tota diſſidii ratio non ex phænomenis, ſed ab eorum cauſſa tantummodo naſcitur. Præterea ſi attractiones nil niſi phænomena ſignificant; dum dicunt lunam deſcendere ad terram ob attractionem, & innumera alia ſimilia; is eſſet propoſitionis ſenſus: luna deſcendit, quia deſcendit, ſeu id phænomenon eſſe cauſſam ejuſdem phænomeni: quem certe ſenſum hujuſmodi propoſitionibus non tribuunt Neutoniani. Ipſe equidem *Neuton*, licet attractionem pro effectibus ſeſe uſurpare dicat; expreſſe tamen aſſerit attractionem non provenire ab impulſu aliquo materiali & corporeo nobis noto (*a*).

142. At-

(a) *Opticæ parte* 3. *pag.* 322.

142. Attractio igitur in ſenſu neutoniano eſt *vis quædam ignota non materialis ab impulſione materiali, & cauſſis mechanicis diſtincta, quæ per naturæ leges nobis notas neque agit, neque explicari poteſt* (*a*), *atque in corpore illo exiſtit, ad quod tendunt corpora*. Hoc unum eſt, quod apud Neutonianos nomine attractionis ſignificatur: & hoc erat imprimis ſtatuendum: præſens enim quæſtio, *exiſtatne attractio univerſalis*, definiri non poteſt, niſi quid eo nomine ſignificetur, prius exponatur. Eſt proinde attractio qualitas occulta ſecundum rigoroſam occultarum qualitatum ideam ab antiquis uſurpatam; idque jam neutoniani aliqui fatentur: &, ſi in rebus exiſtit hujuſmodi attractio univerſalis, dicere poſſumus, eſſe in natura univerſalem ſympathiam, & antipathiam naturalem. Millies enim peripateticos per quam ſubtiles audivi attractionem, & ſympathiam, repulſionem, & antipathiam præfato modo exponere, & occultis qualitatibus annumerare. Neque enim per id, quod certe exiſtat in natura attractio, & ejus leges cognoſcantur, ab occultarum qualitatum albo expungitur: certiſſimum enim eſt vim magneticam exiſtere; illiuſque effectus quotidie clariſſime experimur: nihilominus tamen inter qualitates occultas a peripateticis recenſetur, ſicut & vis repellens & ſympathica, eo ſolum de capite, quod mechanice, & per notas leges impulſionum non operatur, ſed occulta ſolum ratione agat.

Quidquid igitur Neutoniani dicant, & repetant, ut ab odioſo nomine attractionem vindicent; aut qualitates occultæ admittendæ ſunt, aut attractio neganda: & cum per Neutonum liceat, attractionem alio nomine vocare, eam nos dicemus univerſalem materiæ ſympathiam, & antipathiam: effectus vero phænomena ſympathica nuncupabimus.

AN-

(*a*) *Rem ita proponit Chambers Neutonianus tom.* 1. *v. Attractio Col.* 2.

ANNOTATIO HISTORICA.

143. *Huc uſque veram attractionis, ſeu virium attrahentium ideam, quidque hoc nomine ſignificaretur, ſatis expoſuimus, inſimulque probavimus, ad hoc unum caput totam controverſiam reduci, utrum ſcilicet exiſtat vis aliqua attrahens ab omni impulſione corporea, cauſſa mechanica & materiali diſtincta.*

Vis attrahens hoc ſenſu accepta, immo & univerſale attractionum ſiſtema inventorem habuit Keplerum, a quo illud poſtea accepit Neuton: Si duo lapides, inquit *Keplerus*, in aliquo loco mundi collocarentur propinqui invicem extra orbem virtutis tertii cognati corporis; illi lapides ad ſimilitudinem duorum magnetum coirent loco intermedio, quilibet accedens ad alterum tanto intervallo, quanta eſt alterius moles in comparatione: Si terra, & luna non retinerentur vi animali, aut alia aliqua æquipollenti, quælibet in ſuo circuitu; terra aſcenderet ad Lunam quinquageſima quarta parte intervalli: luna deſcenderet ad terram quinquaginta tribus circiter partibus intervalli: ibique jungerentur: poſito tamen, quod ſubſtantia utriuſque ſit unius & ejuſdem denſitatis:

144. *Poſt Keplerum hanc vim exiſtere in natura, univerſalem eſſe, & mutuam, omnique materiæ, atque illius partibus, quaſi proprietatem communem competere, Neutoniani ſtatuunt. In multiplices tamen ſpecies inter ſe valde oppoſitas ſecundum eos auctores dividitur, quarum diverſiſſimæ ſunt leges ac proprietates:*

1.° *Eſt univerſalis attractio, qua quidquid materiæ eſt in tota hac univerſitate rerum, in quibuſcumque diſtantiis exiſtat, ſe mutuo attrahit: ejus beneficio terra, luna, ſol, fixæ, cometæ ſeſe ſemper mutuo attrahunt, & ad ſe mutuo accedunt. De hac attractionis ſpecie in aſtronomia phyſica diſſeruimus. Hujus beneficio corpora in terræ viciniis in terram cadunt, & expoſiti ſuperius gravitatis effectus ſecundum neutonianos peraguntur: hæc attractio agit primo in ratione maſſæ corporum attrahentium: 2.° in ratione inverſa quadratorum diſtantiæ corporis attracti a corpore attrahente.*

145. *Aliæ attractionum ſpecies ad parvas ſolum diſtantias extenduntur; ſunt tamen inter ſe diverſiſſimæ. Prima eſt attractio magnetica, quæ neque agit in ratione maſſæ corporum attrahentium, neque in ratione in-*

verſa duplicata diſtantiarum, ſed forte in ratione inverſa quadrato quadratica.

2.a Eſt electrica, quæ leges habet a ſuperioribus plane diverſas, & in loco exponendas: quin immo hæc attractio in repulſionem ſæpe convertitur.

3.a Eſt attractio cohæſionis, qua corpora in contactu ſe fortiſſime attrahunt, aliqua tamen ſe repellunt. Hæc iterum in ſingulis fere corporibus eſt diverſa; alia enim aliis magis vel minus in contactu attrahunt, aut repellunt. In inſenſibilibus a contactu diſtantiis ea vis eſt nulla.

146. *Aliæ item forte ſunt attractionum ſpecies, quas obſervando detegemus. Interim innumeros effectus, & phænomena naturæ attractionis nomine indicato expediunt; quærenti enim philoſopho, cur magnes ferrum ex uno latere repellat, ex alio attrahat; mercurius v. g. aliqua corpora fugiat; ad alia tendat; corpora uniantur, cohæreant, diſſolvantur, coagulentur; quare alia fluida, alia firma, & dura exiſtant; alia tenacius, alia minus tenaciter aliis adhæreant, unde animalium nutritio, ſecretiones, & plurima id genus alia proveniant? Hæc omnia, inquiunt, vim attrahentem habent cauſſam, a diverſiſque illius ſpeciebus, atque legibus naſcuntur. At eodem jure reſponderi a me poſſe videtur, illa omnia a virtute ſympathica, & antipathica corporum diverſa originem ſuam ducere, ſeu ab occultis corporum qualitatibus derivari.* Hoc pacto ad *præfatas quæſtiones a* Peripateticis *ſæpius reſponderi audivi: mutatoque nomine eamdem phænomeni cauſſam & explicationem adhibebant.*

147. *Illud obiter notari poteſt, attractionem ſcilicet a duplici philoſophorum ordine potiſſimum teneri, & avidiſſime probari, a Geometris nimirum, & ab illis ſcholaſticis, qui occultas qualitates aut propugnarunt, aut etiamnum admittunt: utrique autem ſimili ratione ducuntur: attractio, ſeu attrahendi virtus non eſt aliquid ſenſibile, materiale, aut mechanicum; non ſolum ipſa, ſed illæ etiam leges, quas eidem tribuimus, aut obſervamus, per lineas rectas, aut curvas, certaſque quantitatum rationes aptiſſime exprimuntur: geometra igitur de vero, & phyſico rerum ſtatu parum ſollicitus animo geſtit, dum quamplurima, & illuſtria quidem naturæ phænomena geometricis conſtructionibus eleganter exponit. Attractionem, tanquam* datum, *vim ſeu magnitudi-*

tudinem idealem, *ut moris eſt in Geometria, ſupponit:* *Id Geometræ ſatis. Phyſicus tamen, cujus provinciæ non ſunt* ideales magnitudines, data, principia, *quid in natura ſit, non quid idea concipiatur, munere ſuo quærens, quid rei ſit phyſica corporum attractio, in rebus ne exiſtat, ſcrupuloſe examinat, nihil interim de idealibus Geometræ conſtructionibus, proportionibus, & calculis dubitans. Quod ad ſecundos ſpectat; amico fœdere, & arctiſſimo vinculo inter ſeſe attractio & cæteræ occultæ qualitates vinciuntur: quid igitur mirum, ſi communi utantur hoſpitio, eoſdemque habeant patronos, aut amicos?*

PROPOSITIO XV.

148. *Attractio in expoſito ſenſu accepta, vis ſcilicet in corpore attrahente reſidens ab omni materiali impulſione, mechaniciſque cauſſis diſtincta, non exiſtit in natura.*

Aliter ſentire non poſſunt, qui occultas qualitates & vires non mechanicas e philoſophia eliminare penitus voluerint. Stante hoc ſyſtemate, duo corpora quæcunque v. g. terra, & luna, aut ſtella aliqua fixa, per immenſum fere ſpatium vacuum a ſe invicem ſeparata, quin ullum inter illa mediet corpus, in ſe mutuo agerent, ſeſe afficerent, & moverent: hoc autem eſt illa *actio in diſtans, quin per medium tranſeat*, quæ phyſice explicari, & intelligi non poteſt, & invidiam antiquæ philoſophiæ creavit: quæ enim alia erat illa veterum ſympathia, niſi actio hæc corporum in alia corpora ſeparata, immo & aliquando remotiſſima, quin per medium ſpatium transfunderetur?

2.° Terra profecto lunam ita a ſe diſſitam attrahens, ageret, ubi non exiſtit: exiſtentia autem cauſſæ, eo in loco, ubi effectus producitur, ratione ipſa dictante, adeo videtur neceſſaria, ut vel eo de capite Dei immenſitatem, & præſentiam in omni loco arguamus. Vis cauſſæ eſt eademmet cauſſa: ſtellam ad immenſam fere a nobis diſtantiam poſt leucarum milliones, & milliones & ſpatium vacuum locatam a terra illico attrahendam fore, caſus eſt *Kepleri, Newtoni &c.* nulli actionis limites, in immenſum attractionis ſphæra diffunditur. Agere vero ubi non eſt,

agere ad datam quamcumque diſtantiam? primum rationi, ſecundum creaturarum conditioni repugnat.

149. 3.° Actio corporis in corpus eſt materialis: actio autem materialis terræ tranſmiſſa uſque ad lunam per nihilum, ſeu ſpatium purum, videtur impoſſibilis: illa ſcilicet diffuſio, & tranſmiſſio actionis eſt vis aliqua tranſmiſſa: vim autem materialem eſſe, ubi nulla eſt materia, ubi nihil eſt præter Deum, rationi contradicere videtur.

150. 4.° Omnia corpora, quæ tractamus, & in quibus experimenta inſtituere licet, in alia ſolummodo mechanice, & impulſione agunt: quod enim eſt corpus a nobis tractatum, quod in aliud non impulſione materiali certo agat? Negari non poterit, vim electricam eſſe impulſiones materiæ; cum impulſionis phænomena illic manifeſta ſint. Vim etiam magneticam, tamquam materiale effluvium, ipſe quoque tradit *Deſagulliers: de la vient*, inquit, *que les ecoulemens de la pierre d'aimant paſſent auſſi aiſament au travers de l'or, qu' au travers de l'air* (*a*). Si igitur impulſio procul dubio exiſtit; ſi in iis etiam locum obtinet, quorum effectus, quomodo per impulſonem fiant, vix intelligere poſſumus; ſi alia ex parte attractio non materialis, & occulta phyſice accepta neque intelligi poteſt, neque exiſtere conſtat; explodi debere videtur. *Phyſice* dixi: ſcio enim quod motus circularis quicumque in duos reſolvi poſſit, quorum unus per tangentem, alius per ſecantem ad centrum dirigatur: ſecundumque hunc dici libere poſſe attractionem, ſympathiam &c. hæc tamen eſt idea pure geometrica, quam nullus negat; de re phyſica agimus, de cauſſa & vi motum illum ad centrum producente inquirimus, quam attractionem, aut ſympathiam phyſicam non eſſe contendimus. Uno verbo, corpus A (fig. 11. tab. 1.) Saturnum v. g. ad 300. leucarum milliones a ſole X poſitum, & in curva A C Z revolutum, duplici vi urgeri, quarum altera per tangentem A H, altera vero per A S verſus ſolem X agat, nullus inficiatur: una hæc eſt quæſtio, utrum illa vis per A S planetam agens ſit vis reſidens in

(a) *Cours de Phyſ. T. 2. Lect. 1. note 2.*

in ſole X, ab omnique impulſione diſtincta. Hæc una eſt inter nos quæſtio. Unde iterum apparet, de effectibus inter omnes convenire: de cauſſa, atque cauſſæ modo, quo effectus ille, hoc eſt, motus AS peragitur, litem intendimus.

151. 5.o In ſyſtemate attractionis duo corpora quæcumque perfectiſſime quieſcentia, & a ſe utcumque per vacuum ſpatium ſeparata, quin ab ullo prius ad motum concitarentur, moveri inciperent, & unum ab alio moveretur: qui quidem caſus exiſtit in ſyſtemate neutoniano: at corpus quieſcens ſe ipſum procul dubio non poteſt determinare ad motum, eumque in ſe ipſo producere, ut quotidianæ obſervationes, & ratio dictat. Si igitur ſeipſum ad motum non poteſt determinare; neque etiam aliud determinabit, præcipue cum ab illo per leucarum milliones diſtet; mihi enim vero videtur res ſympathica, & magiæ ſimilis, ſi terram v. g. quam ſolam in mundo exiſtere, & plane quieſcere parumper ſuppono, producta ad plures & plures leucarum milliones, poſt immenſum fere vacuum ſtella inviſibili, moveri incipere animadverterem: quænam eſt, dicerem, hujuſce motus cauſſa? Neque enim eſt effectus ſine cauſſa: dum corpora quieſcunt, ſolum reſiſtunt, ob propriam inertiam, & ſolum agunt, cum moventur.

152. 6.o Ita arguit D. *Bernoulle*. Si eſt attractio; in corpora aget non ſecundum ſuperficies, ſed ſecundum maſſas; non enim agit, ut impulſus, ſed corpora ipſa intime penetrat: attractio igitur corporis cujuſcumque, v. g. terræ in lunam, in variis diſtantiis augeretur, & diminueretur non in ratione inverſa duplicata diſtantiarum a terra, ſed in ratione triplicata, ſeu non in ratione quadratorum diſtantiarum, ut volunt Neutoniani, ſed in ratione cuborum diſtantiarum inverſe. Si enim diffunderetur ſolum per ſuperficies, tamquam lux, ſequeretur rationem duplicatam inverſam: cum igitur agat ſecundum maſſas, ſequitur rationem cubicam: hæc autem ultima conſequentia ſyſtema aſtronomicum Neutonianum evertit. Ut enim inferius in Aſtronomia phyſica referemus, primus hic eſt Neutoniani ſyſtematis cardo, unde omnes cæleſtes motus deducuntur, quod vis attrahens terræ v. g. aut ſolis a ter-

ra ipſa decreſcat in ratione inverſa quadratorum diſtantiæ.

153. 7.o Tam variæ attractionum ſpecies adeo inter ſe & indole, ſeu natura, & legibus differentes a naturæ ſimplicitate plurimum abhorrent: quid enim id eſt aliud, quam plura principia diverſa, & incognita ſtatuere? Cur enim, inquam, corpora in contactu fortiſſime uniuntur? Quia, inquies, id habent ab attractione cohæſionis: quid igitur rei eſt unio? Attractio, ſubjungis: eſt vero hæc eadem attractio univerſalis, & principium, & vis? Minime, reponis: ſunt igitur in natura varia principia occulta a ſe invicem valde differentia; porro cum phænomenorum rationem quærimus, ſi nihil aliud pro cauſſa, & modo nobis datur, præter generalem hanc vocem, & ideam *attractionis*; nihilo ſapientiores evadimus, idemque eſt, ac ſi nobis occultam potentiam, vim, qualitatem, vel formam reponant. Nullus ſane, qui occultas qualitates admittit, attractionem rejicit: qui vero mechanice, clare, ſenſibiliter phænomena intelligere, & tradere velit, niſi Neutono addictus ſit, attractionem ferre non poteſt.

154. Sunt jam Neutoniani, & candidi, & doctrina illuſtres, qui attractionem inter qualitates occultas aperte numerant: *cette vertu eſt ſans doute une qualité occulte*, inquit *Saverien* (*a*) egregius Neutonianus: en igitur qualitates occultas, quas e phyſica eliminare tantopere ſtudent omnes recentiores, iterum in philoſophiam introductas; quibus jocis hæc accipient ſcholaſtici? (*) Quid vero aliud eſt phænomena corporum generali nomine attractionum exponere, ut a Neutonianis fit, quam generali virtutum, formarum, qualitatum vocabulo explicare, ut peripateticis ſolemne erat? Quæ enim, vos Neutoniani, inquient, vires attrahentes nuncupatis, ea nos qualitatis, aut formarum accidentia dicimus; plu-

(a) *Dictionaire Mathematique v. Attraction*.

(*) *On les croioit banies pour toujours de la phyſique, lorſque le grand Neuton les retablit d'une façon nouvelle, & armes d'une Force, dont on ne les croioit pas capables, inquit de Fontenelle, de qualitatibus occultis agens. Eloge de M. Neuton.*

plures attractiones, ſeu attractionum ſpecies a vobis ponuntur ad diverſa rerum phænomena explicanda: plures etiam nos qualitates, formas, virtutes, potentias (aut quodcunque aliud magis arrideat nomen) agnoſcimus: diverſa phænomena diverſis attractionibus refertis, idem & nos qualitatibus tribuimus: neque attractiones, neque qualitates modo mechanico, materiali, ſenſibili agunt, ſed ratione quadam occulta, & metaphyſica ſuos effectus producunt: omnes præterea lineis, & linearum proportionibus exponi poſſunt, & eleganter quidem explicantur, quibus attractionum, ſeu qualitatum vires, & proportiones repræſententur: pares ergo ſumus: in re convenimus: de nomine tantummodo diſſidium eſt: quoniam tamen per Neutonum licet, attractionem quocumque alio nomine nuncupare; eam appellabimus potentiam, aut qualitatem, qua quidem ratione omnia componuntur: hæc tamen provincia Neutonianis demandatur, ut hujuſmodi potentias toto Geometriæ apparatu inſtruant. Peripatetico ita cum Neutonianis philoſophanti quid in contrarium poſſit reponi, non video.

155. Vim tandem attrahentem in certis diſtantiis converti in vim repellentem, repellentemque iterum in attrahentem ſine interventu materiæ alicujus, ſed in ipſo etiam vacuo, in ſe neſcio quid videtur continere, quod mentibus a præjudicio liberis horrorem incutit. Si tandem hæc omnia in peculiarem Dei legem refunderentur; cauſam tum vero phænomenis ubique præſentem, & ſpiritualem animadvertentes ferre jam eam ſententiam poſſemus, attractionis ſolum vocabulo in Dei, ſeu naturæ legem mutato. Eo tamen nomine ſola generalis attractio, gravitas, ſeu vis, qua integrum mundanum ſyſtema ſervatur, donari poſſet. Tot enim naturæ leges ſtatuere, quot peculiares attractionum ſpecies Neutoniani aſſerunt; id vero & a mirabili illa ſimplicitate recederet, qua Deus omnia conſtituit, & exequitur; & philoſophum propterea dedeceret. Enim vero cum innumera ſingularia corporum phænomena per vires attrahentes Neutoniani explicent; ea omnia in Deum, Deique legem referre per ſanam naturalium cauſſarum theoriam, & phyſicas leges non licet: optime tamen ſtaret, quod ex iis legibus univer-

verſalia ſolum mundi phænomena , puta aſtrorum motus , deducerentur .

Argumenta & experimenta in contrarium.

156. Attractionem nonniſi definitione , & experimentis probare nituntur Neutoniani . Attractionis nomine , inquiunt , nil niſi effectus ſignificamus : cauſſam neſcimus : eam tamen exiſtere , qualiſcumque ſit , phænomena demonſtrant : licet igitur vires attrahentes ſupponere , & pro cauſis adhibere . Phænomena , ex quibus attractio probatur , ſunt plurima , præcipua tamen ſequentia .

1.° Corpora omnia in terræ viciniis ad terram cadunt : eorumque pondus ſequitur rationem maſſarum .

157. 2.° Luna circa terram , planetæ alii primarii circa ſolem volvuntur : hujuſmodi autem revolutiones fiunt , & reſolvuntur in vires , quarum alia ad terram , ſeu ſolem intra orbitam poſitum , alia per tangentes dirigitur , & planetam agit : trahiturque proinde luna verſus terram : planetæ alii verſus ſolem .

3.° Magnes magnetem , & ferrum mutuo attrahit , & repellit , diverſis tamen legibus , atque attractio univerſalis .

158. 4.° Omnia fere corpora vim electricam habent , aut acquirunt ; hæc autem quid eſt , niſi attractio in repulſionem identidem abiens ?

159. 5.° In tubis capillaribus vacuis , & in vacuo recipiente exiſtentibus liquores aſcendunt ad diverſas altitudines : omnia iſta ſuis locis fuſe explicanda , & hic ſolum indicata manifeſtam attractionem indicant .

160. 6.° Quod duæ liquorum guttæ ſe mutuo tangentes illico in unicam guttam conflentur ; quod gutta etiam ex una parte ſuperficiem duri corporis tangens , ſupra illam ſe expandat , & dilatetur , peculiarem vim attrahentem in corporum contactu reſidentem demonſtrant : quæ quidem fortiſſima eſt , & fere infinita in contactu ; pro magnitudine ſeſe tangentium ſuperficierum augetur ; ad minimam tamen diſtantiam evaneſcit : quomodo enim hæc ſine attractione explicabuntur ? Ex adverſo poſita vi attrahen-

hente in materia, quæ ſecundum varias leges operetur, corporum cohæſio, unio, firmitas, durities, ſeparatio, ſecretio, fermentatio, diſpoſitio, variique iſtarum, pluriumque aliarum qualitatum gradus, & intenſitas per particularum vim attrahentem, ac repellentem, variaſque harum virium ſpecies, & leges exponuntur.

161. 7.o Liquores, v. g. aqua, in vaſe vitreo contenti horizontalem non habent ſuperficiem, ſed in circumferentia, ubi vitrum tangunt, attolluntur a vitro attracti: in mercurio tamen oppoſitum obſervatur; ad labia enim vaſis, & in circumferentia tangente vitrum deprimitur magis, quam in medio; quaſi vitrum refugiat. Mercurius etiam ipſe per tubos capillares non aſcendit, ſed infra ipſos potius deprimitur, eoſque refugit, generaliterque id de mercurio notatur, eum a corporibus quamplurimis ſaltem fugere, & illa repellere, quod ſcilicet fortius a ſeſe, quam ab aliis corporibus attrahatur.

162. 8.o Tandem, ut ſimilia plura omittam, duo plana vitrea quadrata, & æqualia A D C B (fig. 41, tab. 3.) aqua prius affuſa ita diſpone, ut latera A B conjungantur, & congruant, ex alia parte D C ope ſubtilis laminæ a ſeſe tantillum ſint ſejuncta: ex parte inferiori C B ſtagnanti aquæ aliquantulum immergantur. Rebus ita conſtitutis, aquam inter vitra aſcendere videbis, & ita ſeſe accommodare, ut figura demonſtrat; magis ſcilicet elevatur, & ſuſtinetur verſus B A, ubi major eſt contactus, minus vero ex parte D C, ubi minor. Quæ autem hujuſmodi phænomeni cauſſa præter attractionem? Rurſus quæ majoris elevationis in B A cauſa, niſi attractio cohæſionis, quæ in contactu viſitur, & alias leges ſequitur, atque generalis attractio? Hæc autem omnia per impulſiones materiales nobis notas explicari non poſſunt: exiſtit igitur vis quædam univerſalis modo non materiali agens in univerſa corpora ſecundum diverſas leges. Hæc ſunt, quæ pro attractione ſtabilienda communiter adducuntur: ea tamen liberæ menti rem non perſuadent. Nulla in iis demonſtrationis umbra, manifeſtum experimentum nullum: quæritur potius, quam ſtatuatur, aliquorum phænomenorum, & effectuum cauſſa. Præter ſuperius dicta, ſingula hæc expendamus.

163.

163. Reſp. *Ad primum*: effectuum nomine duo in præſentiarum ſignificari a Neutonianis videntur: primum phænomena hactenus relata, & plura alia ſimilia: ſecundum, vim, & cauſſam propriam non materialem horum effectuum, quæ ſimplicioris cauſſæ effectus exiſtit: hanc ſecundam potiſſimum ſignificari nomine attractionis, ex eo eſt manifeſtum, quia aliter cum effectuum, v. g. deſcenſus gravium cauſſam aſſignant attractionem, nil aliud dicerent, quam cauſſa deſcenſus eſt deſcenſus; quod quidem de præclaris illis philoſophis citra injuriam affirmari non poteſt. Phænomena recenſita nullus ignorat, aut inficiatur; ea tamen a ſecundo illo effectu, ſeu cauſſa non materiali provenire, eamque exiſtere, phænomena ipſa, aut ratio non probat. Pro omnibus vero generaliter notandum, aliud longe diverſum eſſe, quo pacto phænomena ab impulſionibus materialibus fiant, non intelligere, aliud quod a cauſſa non materiali proveniant, affirmare.

Primum nos aperte de mille phænomenis fatemur, ſecundum ex phænomenis non deducitur: neque rationi, neque experientiis, neque naturæ legibus conforme exiſtit. Uno verbo, corpora terreſtria in terræ viciniis ad ipſam cadere, phænomenon eſt notiſſimum: hujuſmodi caſum eſſe ab attractione, ſeu vi non materiali telluris, nequaquam ex effectu conſequitur.

164. *Ad ſecundum*: Si Angelus moveat aſtrum circa ſolem; neque ſol in aſtrum, neque aſtrum in ſolem agit: nihilominus tamen in eo motu circulari aut ellyptico locum habet virium reſolutio geometrica, quarum una tendat in ſolem, alia vero per orbitæ tangentem aſtrum ipſum urgeat: ex hac tamen geometrica virium reſolutione falſo inferretur, aſtrum, v. gr. Saturnum, a vi aliqua in ſole reſidente, & materiali modo non agente ad ſolem ipſum attrahi, & perpetuo, ne per tangentem abeat, impediri. In ſcænam enim producamus antiquum peripateticum, qui aſtra ab Angelis in orbitis ſuis moveri aſſerat: quidquid huic philoſopho dicas de virium centralium reſolutione, probabit, partem ſcilicet virium aſtrum agere per tangentem, aliam vero illud ad ſolem ſemper detrudere tibi ſponte concedet: quod ſi inde illi deducas, aliquam eſſe in ſo-

le

le vim, qua aſtrum ad ſolem trahitur, ridebit; cum totam ille vim in Angelo, nullam in ſole ſeu centro agnoſcat: aliter reponet, cum circa urbem aliquam, pratum, aut hortum animi gratia ambulas, aliqua ſemper eſſet in centro civitatis vis attrahens, & centralis, a qua ego circa muros detinerer. Quod quidem citra jocum dici non poteſt. Aliud igitur eſt, geometrice in re phyſica argumentari, aliud veram cauſſam phyſicam agnoſcere: ſed fuſius iſta proſequemur in aſtronomia phyſica. Motus igitur ille Saturni aut corporis cujuſcumque in curva a pluribus cauſſis eſſe poteſt, quarum nulla in ſole exiſtat: puta ſi aſtra ſecundum primitivam Dei legem in orbitis ſuis convolvantur, ſi ab Angelo dirigerentur, ſi ita in vortice deferantur, ut ad majores diſtantias recedere a vorticis materia non permittantur &c. Secundum haſce hypotheſes ſtarent phænomena, reſolutio virium geometrica, vis centralis ſecundum ideam Geometrarum; nulla tamen phyſica attractio, ſeu vis in ſole reſidens, & ab illo agens.

Ad *tertium*, & *quartum* argumentum dico, vim magneticam, & electricam eſſe vim materialem, & omnia illic fieri per materiæ impulſiones, & effluvia, nullus, credo, inficiabitur; cum omnia corporum attributa in iis viribus, & actionibus experiamur, ut ſuis in locis dicemus. Et hinc argumentum deſumo, quod mihi videtur efficaciſſimum: vires, & actiones magneticæ, & electricæ ſunt impulſiones materiales, licet quo pacto eæ fiant, ignoremus, earumque actionum leges multo difficilius per notas leges impulſionum explicare poſſimus, quam alia phænomena ſuperius adducta: quo igitur potiori jure hæc poſtrema per impulſionem materialem non fieri contendamus, licet modum ignoremus?

Ad *quintum*: Vide quæ de tubis capillaribus inferius dicemus: 7.a & 8.a difficultas in tubos capillares recidit, ut ex ſe patet, quæ igitur de iis exponam, aliis applicari poſſunt. Interim notare ſufficiat, tuborum capillarium phænomena attractioni tamquam cauſſæ tribuere, per illamque explicare, rem plane eſſe ſecundum recentiores etiam Neutonianos deſperatam.

165. Ad *ſextum*: phænomenon etiam in recipiente

te evacuato locum habere; ac proinde craſſiores noſtri aëris preſſioni tribui non poſſe indubium eſt: verum novimus nos omnia media fluida in rebus exiſtentia, illorumque agendi rationem? Eſt ne aer unica, aut ſubtilior, quam agnoſcamus; fluida ſubſtantia? Materia lucis, ignis, aura ætherea ſunt proculdubio fluida aere multo ſubtiliora atque in recipiente evacuato remanent omnium confeſſione: novimus nos vero leges, quibus hæc fluida in corpora agunt; & mechaniſmum ſuum exercent? Singula corpora ſolida, fluida, guttæque proinde ipſæ; de quibus loquimur, ſuas habent atmoſphæras; eas ubicumque in ipſo etiam vacuo retinent, ut ſuam ibi habent magnetes: quidni igitur dicemus, ſupradicta guttarum phænomena, ſicut & magnetum ab earum atmoſphæris materialibus originem ducere? Ita vero res eſt: omnibus corporibus ſuas eſſe atmoſphæras, ab iiſque adductum in argumento phænomenon, milleque alia ſimilia originem ducere, in Aerometria phyſica de tubis capillaribus diſputantes conficiemus. Attamen non intelligimus, perges; immo repugnare videtur; quod illa phænomena ab impulſione materiali naſcantur. Etſi id daremus; reſpondeo, quod inde in nos argumentum? Intelligimus forſan nos, quo pacto vis, qua neque ſpiritus eſt, neque corpus, corpora moveat, immo quod vis hæc in terra ſolum exiſtens, in firmamento, ubi non eſt, operetur? Si lucem nos, credo, non perciperemus, & illius proprietates, & phænomena alius nobis exponeret; illam a nobis inter corpora recenſendam minime dubito: nihilominus tamen eſt corpus, & per impulſionem agit. Hæc phyſice dicta ſunto, theoremata enim geometrica a Neutono, & aliis circa attractionem demonſtrata, cum nihil in rebus phyſicis ponant, idealia tantum ſint, ut ſunt omnia geometrica, & ab exiſtentia, aut phyſica natura non dependeant; admiſſa a me non eſſe nemo ſuſpicetur, ut in aſtronomia phyſica palam fiet. Quæcumque igitur de attractione ſeu vi centripeta (quidquid illa phyſice ſit) geometrice aſſeritur, omnia & nos amplectimur; hac tamen lege, ut idearum, hoc eſt, geometriæ fines egreſſi, & phyſicum agentes qualitates occultas, & larvatas cauſſas minime feramus in natura.

CO-

COROLLARIUM.

166. Paucis totam hanc lectionem complectemur: 1.o Omnes illos effectus, & phænomena phyſica admittimus, quæ ab attrahentibus viribus deducunt earum aſſertores: nullum circa hæc diſſidium nobis cum hiſce philoſophis intercedit. 2.o De prædictorum igitur effectuum cauſſa ſtrictius loquendo, vel ea cauſſa aſſumitur tamquam cauſſa phyſice in rebus exiſtens, & ab omni cujuſcumque materiæ impulſione diſtincta (ut a Neutonianis accipitur), vel tantum conſideratur tamquam hypotheſis geometrica nihil in rebus ponens, aut ſtatuens, quod ſit a materialibus cauſis diſtinctum: in priori ſenſu attractionem omnino rejicimus: neque in materialium rerum ſyſtemate atque actionibus aliquid admittimus, quod non ſit & materiale, & mechanicum: in poſteriori vero acceptione vires attrahentes agnoſcimus, neque ab ullo negari poſſe credimus: eſt dicere: attractionem negamus phyſici, probamus geometræ. Dum enim phyſicum agimus, quid res phyſice ſit, inquirimus: cum igitur ita ſimus comparati, ut quidquid occultam qualitatem ſapit, rejiciamus; hoc in ſenſu nulla nobis attractio probatur: dum tamen geometras agimus, quid res phyſice ſint, exiſtant necne, nihil immoramur: ideam virium centralium nobis ſtatuimus, & agnoſcimus in quacumque potentia, quæ corpus ad centrum detrudat, aut detrudere nitatur. Quod hujuſmodi vires ab impulſionibus diſtinguantur, ex præfixa nobis idea non deducimus, neque aliunde probare contendimus: hanc ideam proſequimur, cum alia projectionis idea comparamus. Quid ex duabus, dum ſimul concurrunt, conſequatur, perpendimus: earum effectus omni ex facie conſideramus: quænam ex hiſce ideis ſeu viribus, atque ex multiplici earum proportione conſequatur ratio inter tempora periodica, inter areas, & alias ſimiles affectiones centralium virium proprias examinamus, examinatas leges corporibus cæleſtibus, eorumque revolutionibus applicamus. Quod ſi virium ſeu idearum theoria calculo deducta cum obſervatis phænomenis aſtronomicis congruat; recte enim vero, inquimus, res ſe habent: idea virium attrahentium,

tium, qualem nobis finximus, in rebus exiſtit, & ſecundum earum virium theoriam calculos deinde inſtituere poterimus: dum tamen a theoria, & idea ad verum rerum ſtatum gradum facimus; ſtatuere nullo modo poſſumus, vires attrahentes, quarum theoriam, & ideam nobis comparavimus, a veris impulſionibus, aut ſi mavis a peculiari Dei lege, diſtingui, atque in virtute neſcio qua non materiali, aut mechanica conſiſtere: in centro revolutionum, in ſole circum quem volvuntur planetæ, eſſe, illinc ad quaſcumque diſtantias diffundi.

LECTIO V.

De gravitatis corporum effectibus, & primo quidem de iis, qui a ſola gravitate derivantur.

DEFINITIO.

167. *Planum horizontale* eſt ſuperficies A A (Fig. 5. tab. 4.) plana telluris globum O M in unico tangens puncto, reſpectu cujus, & habitatoris in eo exiſtentis dicitur, & eſt horizontale planum. Duplex diſtingui poteſt planum horizontale, geometricum ſcilicet, & ſenſibile ſeu phyſicum: Primum eſt ſuperficies geometrice plana A, quæ telluris globum L M, ſi eſſet perfecte ſphæricus, aut unica ſuperficie terminatus, in unico geometrico puncto M contingeret. Quoniam tamen neque tellus eſt perfecte, ſed ad ſenſum tantummodo ſphærica, neque unica ſuperficie comprehenditur; planum horizontale eſt ſuperficies A A plana terram in ſenſibili puncto contingens, a quo verſus omnes partes æqualiter a tellure recedit. Si ſtes pedibus rectus, & planum concipias infra tuoſmet pedes tranſiens, circumquaque productum, tellurem tangens, & cui tu perpendicularis exiſtas; horizontem, ſeu horizontale planum cogitaſti.

Porro cum tellus ſit enormis adeo globus, ut ſenſibilis illius ſuperficiei pars, quam habitator terræ inſiſtens, oculis circumquaque comprehendit, nonniſi inſenſibilem rotunditatem habeat; ea ſuperficies pro horizontali plano phyſico, & ſenſibili citra ſenſibilem errorem poteſt haberi, atque etiam terreſtris ho-

horizon nuncupatur. Si accurate loquamur, horizontem in primo ſenſu uſurpabimus. Diſtinctionis tamen gratia horizontem primo ſenſu uſurpatum *Geometricum*; ſecundo *verum*, *ſenſibilem*, *ſeu phyſicum*; tertio *terreſtrem* nuncupabimus. (*)

DEFINITIO.

168. *Linea horizontalis* eſt recta A A in plano horizontali per punctum M, in quo planum tellurem tangit, deſcripta: unde, ut planum, in triplici etiam eſt differentia; quod ulteriori explicatione non indiget. Cum tamen de linea horizontali loquimur, illam ſemper intelligimus in plano geometrico, aut ſenſibili ductam.

DEFINITIO.

169. Triplex corporum diſtinguimus centrum, *magnitudinis* ſcilicet vel figuræ, *centrum gravitatis* in corporibus, *centrum corporum gravium*: primum eſt illud intra corpus punctum O (Fig. 5. tab. 4.) v. g., per quod omnia tranſeuntia plana in duas partes magnitudine æquales corpus dividunt. Secundum eſt illud in quolibet corpore punctum, per quod, quocumque plano ſecetur corpus, in duas partes æqualis ponderis dividitur: Tertium eſt punctum illud, in quod omnia tendunt gravia; hujuſmodi eſt terræ centrum relate ad corpora omnia terreſtria.

COROLLARIUM.

170. Si corpus quodcumque grave eamdem in ſuis partibus denſitatem, ſeu gravitatem habeat; centrum gravitatis cum magnitudinis centro congruit: planum enim R S (Fig. 5. tab. 4.) per punctum O, magnitudinis centrum tranſiens, corpus, v. g. tellurem, in duas partes magnitudine, & pondere æquales dividit: quod ſi major verſus M ſit partium gravitas, majus in dimidio corpore R M S, quam in reliqua

(*) *Videnda hæc ſunt clarius expoſita in Elementis Sphæræ in noſtra Aſtr. Phyſica.*

liqua medietate erit pondus: ergo in puncto O non eſt gravitatis centrum.

DEFINITIO.

171. Linea recta MN (Fig. 4. tab. 4.) a centro gravitatis unius corporis M ad commune gravitatis centrum N ducta, *gravitatis directio* appellatur: corpuſque deſcendere dicitur, ſi ad gravium corporum centrum accedat; aſcendere, ſi recedat, recta, vel oblique: utroque enim modo, ut ſtatim videbimus, corpora recedunt, & accedunt.

Si igitur corpus aliquod gravitatis tantummodo actionibus morem gerat, & urgeatur; recta ad gravitantium corporum centrum per gravitatis directionem movetur; eumque motum dicimus *liberum* gravium deſcenſum. (*)

HYPOTHESIS.

172. Tellus, quam incolimus, ſeu terræ corpus ex fluidis, & ſolidis conſurgens, phyſice, ſeu quoad ſenſum, & notabiliter non differt a ſphæra: liceat impræſentiarum id ſupponere, ſi illud in loco juxta rectum doctrinæ ordinem demonſtravero: datam autem fidem in aſtronomia phyſica liberabo. Neque modo in difficultate a montibus, & vallibus petita, quæ telluris rotunditati opponi videtur, expedienda immoror: illud adnotaſſe ſufficiat, altiores in terra montes, puta *Andes* in America, *Picum* in Teneriffa, inſula, *Alpes* & *Pyreneos* in Europa (quamvis iſti ad priores relati, colles potius exiſtant) *Atlantem* in Africa, *Caucaſum* in Aſia, eſſe ad telluris maſſam relatos, velut leves atomos, & penitus diſparere. Neque me etiam latet celebre de hujuſmodi

(*) *Effectuum gravitatis nomine veniunt examinanda illius directio, intenſitas, ſeu vires. Circa illius intenſitatem quæri poteſt primo, ſit nec ne eadem in omni corpore, tempore, & loco gravitas: 2.° ſi pro vario corporum ſtatu varia etiam eſt ejuſdem corporis gravitas. 3.° Qua etiam ratione, & proportione ejuſdem corporis gravitas augeri, minuive poteſt.*

modi argumento inter Gallos, & Anglos diſſidium quod plurimos *tenuit* annos, & feliciter tandem Gallorum ope, & obſervationibus ſecundum Anglorum vota, & prædictiones rem fuiſſe definitam: hæc tamen latius infra exponenda noſtram hypotheſim non evertunt.

OBSERVATIO.

173. *Omnia corpora gravia, in quibus hic prope terram experimenta capere nobis licet, ſibi ipſis ſupra telluris ſuperficiem libere relicta ita cadunt; ut ubique terrarum, & marium per lineas ad horizontale loci planum ſenſibiliter perpendiculares deſcendant.*

Id primum eſt gravitatis phænomenum, communi omnium gentium, locorum, temporum obſervatione comprobatum: plurimarum artium primum, & præcipuum fundamentum; quæ eo labente corruerent: illi ſiquidem innititur libellandi, ædificiaque conſtruendi regula, hoc eſt, Architectura, Geometria Practica, Geographia, Navigatio, Aſtronomia, ut plura alia omittam: quantulæ ſcilicet gravitatis legi tot artes, & ſcientias debemus! Niſi perpendiculum ad horizontem eſſet conſtanter rectum, atque ad terræ centrum dirigeretur; angulos, qui illarum artium, & ſcientiarum fundamenta ſunt, cognoſcere amplius non poſſemus. Res de Geographia, & Aſtronomia inferius conſtabit, cum prima earum fundamenta, & problemata proponemus. Hujus utique communis phænomeni, principii, vel axiomatis loco aſſumpti, & ſuppoſiti ratione horizontalia determinantur plana, areæ, domorum tabulata, & ſexcenta alia, quæ ab illo penitus dependent.

Dixi autem ſenſibiliter *ſeu phyſice, propter mox dicenda de duplici terræ centro, quod impedit, ne lapſum corporum geometrice horizonti perpendicularem pronunciemus. Ex hoc utique phænomeno, perperam in plurimis ex relatis ſupra de gravitatis origine ſententiis explicato eas opiniones rejicimus. Hinc autem plurima deducuntur tyronibus non ignoranda, cum ad corrigenda infantiæ præjudicia plurimum inſerviant.*

COROLLARIUM I.

174. Recta igitur NM ad horizontem AA (Fig. 5. tab. 4.) perpendicularis, eſt gravitatis directio, quam ſcilicet gravia quæcumque corpora gravitatis indoli, & viribus relicta ſemper inſiſtunt: neque unquam a prædicta deflectunt ſemita, niſi ab aliqua exteriori cauſa ad eam mutationem determinentur. Præterea cum perpendicularis linea omnium, quæ ex puncto aliquo ad planum ducuntur, ſit linearum breviſſima (*a*); perſpicuum eſt, liberum corporum deſcenſum, ſeu gravitatis directionem eſſe lineam breviſſimam.

COROLLARIUM II.

175. Omnia corpora gravia terreſtria in telluris centrum diriguntur, & gravitatis actione tendunt. Eſt enim tellus phyſice ſphærica (*n.* 172.), eamque horizontalia plana AA in puncto ſenſibili contingunt (*n.* 168.); per illud punctum gravia perpendiculariter ad horizontem deſcendunt; at rectæ NM ad plana AA (Fig. 5. tab. 4.) globum contingentia per contactus puncta perpendiculariter ductæ in globi centro concurrunt (*b*): omnia igitur terreſtria corpora gravitate ſua libere deſcendentia ad telluris centrum diriguntur.

176. Contra hanc phyſicam demonſtrationem opponi poteſt. Centrum magnitudinis a centro gravitatis terræ differt, & aliquantulum diſtat, ob imparem continentis, ſeu terræ, & aquarum, ſeu marium gravitatem; vaſtiora enim vero ſunt maria a primo meridiano per inſulam *del ferro* ducto verſus occaſum uſque ad inſulas Philippinas, quam in altero hemiſphærio Europam, Aſiam, & Africam complectente. Ex quo ita deducitur argumentum: Gravia ad terreſtre gravitatis centrum diriguntur: at rectæ NM, MR (Fig. 4. 5. tab. 4.) ad tangentia plana per contactus puncta perpendiculares, ad magni-

(a) *Elem. Geom. Elem.* 4. & 1. *n.* 48.
(b) *Elem. Geom. Elem.* 1. *n.* 80.

gnitudinis, non ad gravitatis centrum diriguntur, ut facile ex geometricis demonſtratur: ergo gravia perpendiculariter ad horizontem vel non deſcendunt; vel ad centrum gravitatis non diriguntur, contra ac modo ſupponimus.

Reſp. Modicam & vix ſenſibilem inter duo præfata centra diſtantiam eſſe interjectam: licet enim maria minorem, quam ſolida telluris corpora, gravitatem habeant, ut modo ſuppoſuimus; cum tamen aquæ, quantum ex terreſtris globi ſuperficie, & geographica deſcriptione conjectari licet, ſupra terræ ſuperficiem fere æqualiter ſint ſuperfuſæ, aliaque ex parte tota aquæ marinæ maſſa ad terræ magnitudinem vix ſenſibilem habeat rationem; fit, ut æquilibrium ſervent utrinque pondera, nec niſi modice centrum gravitatis a magnitudinis centro ſit diſſitum: ex quo inſenſibilis in gravitatis directione accidit mutatio, ſeu a perpendiculari deflexio. Majorem hæc ex dicendis infra, cum de *Centrobarica* ſermo incidet, lucem accipient.

COROLLARIUM III.

177. Si igitur tellus eſt in medio univerſi, ſeu cæli ſtelliferi, aut firmamenti; omnia corpora gravia terreſtria non tantum ad terræ, ſed etiam ad univerſi centrum propendent, & nituntur; idemque punctum erit commune & telluris, & firmamenti, & omnium gravium centrum, & omnium locorum in toto mundano ſyſtemate infimus, a quo ſi tellus ipſa expelleretur, in lunam v. g., ſponte ſua, & propriæ gravitatis indole in eumdem locum relaberetur. Hoc utique plurium philoſophorum eſt judicium, & præjudicata opinio: ſi eos enim audias, mundanum centrum mortalibus incolendum deſtinavit Deus (a), ubi quaſi in mundanarum rerum *ſentina* undique preſſi vivimus.

Hæc tamen ut hypotheſim dicta accipe; a pluribus ſiquidem, quæ dubia ſunt, dependent. Præterea etiam in Aſtronomia phyſica demonſtrabimus, incertum plane eſſe, quanam mundi parte tellus noſtra

(a) *Vid.* Caſtel. *ſur la peſanteur univerſelle*.

ſtra exiſtat: globum noſtrum per annuam orbitam circa ſolem moveri ſemper ſupponemus; a viſibilis ſidereæ ſphæræ axe non admodum videri diſſitum, ab ipſius tamen ſiderei mundi, ſeu firmamenti centro longe remotum eſſe apparere: incertamque proinde nobis eſſe propriam telluris in mundana machina, & in viſibili etiam hac ſphæra ſedem. Quód igitur in mundi centro tellus exiſtat, purum eſt infantiæ præjudicium.

COROLLARIUM IV.

178. Si tellus per centrum perforaretur, demiſſus per foramen M O lapis v. gr. ad centrum uſque O (Fig. 5. tab. 4.) deſcenderet, illicque poſt aliquot hinc inde peractas oſcillationes, in aere, vel in vacuo conquieſceret nulli ſuſtentaculo innixus: impetu enim in deſcenſu concepto centrum aliquantulum tranſgrederetur, & ad centrum regrediens, impetu iterum, minori tamen, acquiſito ad V aſcenderet aliquantulum, quoad reciproco oſcillationum motu peracto, in infimo quieſceret ſuæ directionis puncto, ſeu centro O, licet nulli corpori inniteretur; quocumque enim pergeret, aſcenderet contra gravitatis indolem. Dum hæc ſtatuimus, aerem uſque ad centrum ſupponimus, cujus gravitas ab ea, quam prope telluris ſuperficiem habet, non multum ſaltem differat.

COROLLARIUM V.

179. Eadem in hypotheſi homo ita in centro locatus, ut ejus pectus centrum teneret, pedibus ſtaret erectus, licet & caput, & pedes pectore haberet altiores; cum & pedes, & caput extra centrum, locum ſcilicet in tellure infimum, in quo hæreret pectus, eſſent diſpoſita. Fac item per centrum O ſcalam hac illac eſſe diſtentam; duo per eam homines in oppoſitas ex diametro plagas ſimul aſcenderent, ſi à ſcalæ medio in centro quieſcente verſus ſingulas extremitates pergerent. Hæc aliaque in tyronum gratiam corrigendæ imaginationis cauſſa adducta ſint.

CO-

COROLLARIUM VI.

180. Si planum perfecte planum A A (Fig. 5. tab. 4.) terram contingat, illique globus perfecte ſphæricus quicumque ſuperimponatur; ad contactus punctum illico deſcendet, in quo tandem ſiſteret; nec niſi violenter ab eo puncto ſepararetur. Punctum enim contactus M locum infimum præ aliis plani punctis occupat, cum ſit centro terræ O vicinius: eſt enim in terreſtri ſuperficie, extra quam reliqua omnia plani puncta conſiſtunt. Si igitur globus a puncto M ad A recederet; aſcenderet contra gravitatis indolem & actionem. Idem eſt, immo potiori jure, ſi planum per terræ centrum duceretur ad aliud planum, de quo hactenus, parallelum. Unicus etiam in hoc ſecundo ſtare poſſet homo centrali ſcilicet puncto. Sit enim id planum R S eſt illud quaſi paries in ſuperficie terreſtri perpendiculariter erectus, cui erit parallelus, ſeu eſt murus per centrum tranſiens; muro autem nullus noſtrum perpendiculariter inſiſtere poteſt, niſi in centro per quod omnes tranſirent, ſi producerentur. Si igitur ſphæra terreſtris M O L in duo hæmiſphæria interſecaretur, & reliqua, ut modo ſunt, perſiſterent; unicus in immenſo maximi terræ circuli plano ſtare poſſet homo.

COROLLARIUM VII.

181. Hinc etiam ſequitur, nullos ædificiorum parietes, ſi ad horizontis planum perpendiculariter, ut ſolet, erigerentur, eſſe inter ſe Geometrice parallelos: ſi enim ſunt perpendiculares in centro concurrerent (a), in eoque ea plana ſeſe interſecarent: parallela autem plana in infinitum licet producta nunquam poſſunt concurrere. E contrario vero ſi producti parietes paralleli ſtatuantur; non erunt in rigore geometrico ad horizontale planum perpendiculares: ex hoc tamen, ne minimum quidem ruinæ veſtigium pertimeſcas.

CO-

(a) *Elem. Geom. Elem.* 1. *n.* 80.

COROLLARIUM VIII.

182. Homo tellurem circumiens nullibi terrarum in punctis v. g. RIS (Fig. 5. tab. 4.) a terra caderet: ubique enim verſus idem punctum, & terræ centrum urgeretur: licet enim, qui in M vivimus; hauſto a teneris præjudicio, & imaginandi vitio, homines in SLXZR exiſtentes per integrum ſemicirculum, vel per circuli quadrantem a nobis diſſitos, non poſſe telluri inſiſtere, ſed præcipites illico in immenſum cæli ſpatium ruituros cogitemus; facile dedocebimur, ſi attendamus, homines prædictos in idem, atque nos ipſi, punctum O propendere, & gravitate ſua niti: adeo ut violenter tantummodo a terreſtri ſuperficie avelli, & in aera moveri poſſent: &, quod modo diximus, præcipitium, puerile eſſe imaginationis figmentum: cum hujuſmodi motus verus eſſet aſcenſus, ſeu in loca ab infimo centro ſenſim remotiora acceſſus.

183. Æque igitur eſt a lapſu ſecurus incola L ac nos ipſi in puncto M, quibus certe nullum in firmamentum labendi imminet periculum: licet habitatores L parem nobis gratiam *rependant*; & idem viciſſim nobis ſolliciti in fixas cadendi periculum timeant: hujuſmodi tamen beneficium, ut nos, ita & illi propriæ gravitati acceptum referunt. Tam bene igitur ſe habet in S miſer Syberiæ Tartarus, ac in natali ſolo R barbarus terræ Magellanicæ Americanus incola; licet uterque averſo capite cælum reſpiciat, & pedes ſibi ex diametro oppoſitos ambo in telluris centrum convertant, *Antipodes* inde nuncupati. Uterque enim recto ordine, & ſitu capite ſurſum erecto pedibus deorſum converſis incedit: uterque etiam nos talia demonſtrantes, & antipodum mentionem *facientes* cachinnis exciperet; ut antiquorum plurimi excipiebant, qui capere vix poterant, qua demum ratione duo in terra antipodes ſtare a lapſu immunes poſſent.

COROLLARIUM IX.

184. Si quis terram circumiret viator, plus capite, quam pedibus ſpatii conficeret; quod etiam in ri-

rigore geometrico de quolibet iter faciente verum eſt. Nam pedibus quidem terræ innixus, illius ſuperficiem emetiretur, dum capite in cælum elato in majori a centro diſtantia circulum majorem deſcriberet. Hæc in tyronum gratiam expoſita excuſet doctus lector.

OBSERVATIO.

185. *Fumus, qui e candela accenſa, & intra machinæ Pneumaticæ recipiens, aere nondum extracto, incluſa, ibique ardente emiſſus aſcendit, aere poſtea extracto, e recipientis ſummitate, in quam aſcenderat, & conſiſtebat, in machinæ planum, ſeu patinam prolabitur, & ſuper illam diſtenditur* (a): *flamma etiam aere libero, vel intra recipiens nondum evacuatum ardens ſurſum in conicæ pyramidis formam acuminata erumpit; aere tamen extracto, non amplius ſurſum aſcendit; ſed ſubſidendo, atque per latera quaſi labens in globum ſeſe conformat, & ſtatim extinguitur; ut plurimi quotidie obſervant, primum vero expertus eſt* D. Boyle (b) Muſchembroeck (c) &c.

OBSERVATIO.

186. *Lateres, quibus fornaces ſternuntur, & conſtruuntur, poſtquam longo uſu in fornace incanduerunt, majorem, quam antea habebant, gravitatem habere deprehenduntur* (d). Du Clos, & Homberg *periculo ſæpius facto antimonii regulum unius libræ pondere in pulverem prius redactum, deinde a ſolaribus radiis vitri cauſtici ope collectis, accenſum, licet ſpiſſum ex ſe fumum emiſerit, hora tamen integra exacta, decima ſui ponderis parte auctum deprehenderunt* (e): *vide* Muſchembroeck (f).

OB-

(a) *Nollet t. 2. p. m.* 106.
(b) *Nova Experim. Schottus Phyſ.*
(c) *Elem. Phyſ. c.* 7.
(d) *Biblioth. univ.* 1669. *t.* 4. *apud Regn. t.* 1. *n.* 290.
(e) *Mem. Acad.* 105. *p.* 94.
(f) *Elem. phyſ. c.* 7.

OBSERVATIO.

187. *Intra machinæ Pneumaticæ recipiens, hoc eſt, campanæ vitreæ cavitatem, aliquibus pedibus altum, & aere evacuatum diſpoſita quæcumque corpora, aurum, lignum, pluma, papyrus, & alia plurima gravitatis omnino diverſæ, ex eadem altitudine ſimul demiſſa ſimul deſcendunt, & eodem ſenſibili temporis momento planum attingunt. Corpora hæc diverſæ plane gravitatis a ſummitate interna recipientis vitrei ope elaſticæ laminæ demittuntur, cujus deſcriptio apud* Nollet *videri poteſt. Quod ſi intromiſſo denuo aere experimentum iterum inſtituatur, ſint autem corpora ejuſdem ad ſenſum molis; graviora corpora celerius deſcendunt, & fundum prius attingunt. Id innumeris multorum obſervationibus conſtat* Muſchembr. Graveſ. Nollet, Nevvtoni. *Id ego etiam pluries Conimbricæ curioſitatis gratia obſervavi.*

OBSERVATIO.

188. *Plurima corpora magnitudine quidem paria, pondere ſeu gravitate inæqualia in libero aere ex altitudine inſigni ſimul demiſſa magna celeritatum differentia pro gravitatum diſcrimine deſcendunt, & terram attingunt.* Deſagulliers *in Londinenſi D. Pauli templo corpora ab altitudine 271. pedum demiſit (a), Duos nimirum globos, quorum diameter erat 5 pollicum cum dimidio: unus tamen 2610. grana, alter* $137\frac{1}{2}$ *ponderabat; primus intra 6″: 30‴, ſecundum 19″ deſcendit.* Deſagulliero *præiverunt in Italia* Joannes B. Ricciolus, *in Gallia* Millier Dechales, *qui hujuſmodi experimenta multo prius incredibili patientia, & pari eventu inſtituerunt.* (*)

PRO-

(a) *Cours de Phyſique.*

(*) Ricciolus *enim duos globulos æquales, quorum prior erat unciarum 20., alter unciarum 10., ex Aſinellorum turri, quæ Bononiæ eſt, ſimul demittens, obſervavit, priorem pavimentum attigiſſe, cum 15. pedes*

PROPOSITIO XVI.

189. *Omnia terreſtria corpora, in quibus experimenta capere licet, gravitatem habent, qua verſus terræ centrum deſcendunt, ſi libere ſibi ipſis permittantur: vel deſcendere nituntur, ſi ab aliqua externa cauſſa impediantur.*

Antequam propoſitionem probemus, notandum eſt, generale nos impræſentiarum gravitatis ſyſtema non diſcutere, aliumque in locum rejicere; idcirco de corporibus tantum ſublunaribus, ſeu terreſtribus ſermo eſt. 2.o Neque etiam univerſa corporum genera ad trutinam hoc loco revocabimus: ut propoſitionis veritatem demonſtremus, id unum mihi aſſumam, ut oſtendam, rationes, quibus aliquorum corporum gravitas negabatur, nihil conficere: ipſaque corpora, de quibus potiſſimum dubitari poterat, eſſe gravitate prædita; id enim ſi evincamus, rem confecimus. 3.o Peculiarem de aeris gravitate diſceptationem in alium locum reſervavi, poſſeque recte a nobis interim ſupponi.

190. 4.o Triplicem hactenus fuiſſe philoſophorum circa rem præſentem opinionem: primo enim *Ariſtoteles* & Scholaſtici, antiquiores potiſſimum, plurima quidem corpora gravia; aliqua etiam abſolute levia ſtatuebant. 2.o Fuere etiam, qui omnia corpora levia abſolute dicerent. Tertia tandem plurimorum veterum, & recentiorum fere omnium opinio omnia corpora gravitate donari ſtatuit: prima *Ariſtotelis* ſententia pene jam obliterata: ſecunda paucos nacta patronos ſtatim jacuit.

Probatur propoſitio: Si quã ſunt ſenſibilia corpora nobis nota, quibus abſoluta levitas vindicetur, in eorum potiſſimum loco computabitur flamma, fumus, vapores, radii ſolares, ſeu lux: at experientia demonſtrante (*n.* 185. 186.), hæc ipſa corpora non

---

des adhuc alteri percurrendi ſupereſſent. Ex eadem etiam turri alios ejuſdem quidem materiæ, inæquales tamen globos (quorum alius uncias 4., *alter* 8. *continebat) pluries demiſit; gravior tamen ſolum ſemper attingebat primus, leviore adhuc* 4. *pedes alto.*

non levitatem abſolutam, ſed gravitatem in ſe habent. Fumus ſiquidem ab aere, denſiori medio fluido, cui innatabat, liberatus ſponte labitur, & ad liquorum inſtar diſtentus horizontaliter ſubſidet, & diſponitur; flamma etiam ab aere libera non amplius aſcendit, ſed in parvum globum conformata, ad latera quaſi dilabitur, & extinguitur. Igneæ etiam particulæ lateribus intromixtæ majorem gravitatem illis impertiuntur (*n.* 186.): ea igitur ſunt prædita: ſi enim abſolutam in ſe haberent levitatem; lateres, quibus immiſcerentur, leviores redderent: fumus etiam abſolute levis, a recipientis ſummitate non decideret. Quæ de flamma, ſeu igne hic dicimus, juxta illa intelligas, velim, quæ inferius de igne elementari, & luce agentes adſtruemus.

191. 2.º Probatur ex communi, & vera philoſophandi regula, *Cauſſæ rerum naturalium non plures admitti debent, quam quæ & veræ ſint, & phænomenis explicandis ſufficiant*; at gravitas relativa, ſeu minor gravitas, & vera eſt, & phænomenis explicandis ſufficit: ergo ea tantum eſt admittenda: præcipue cum nullum aliunde momenti alicujus ſuppetat argumentum, quo abſoluta levitas adſtrui probabiliter poſſe videatur. Porro alia corpora eſſe aliis graviora, veramque proinde exiſtere relativam levitatem, nullus ibit inficias: ea ſtante, omnia gravitatis, & levitatis phænomena, aliorum ſcilicet ſupra alia corpora aſcenſus explicari poſſe, luculenter conficitur.

Primo enim ſi corporum gravitas ex vorticoſo materiæ motu repetatur; nulla in corporibus abſoluta levitas requiritur, ut ſurſum a centro protrudantur, & aſcendant; cum ad hujuſmodi effectum vis centrifuga major ex majori corporis denſitate, aut velociori motu proveniens ſufficiat, ut ſupra explicavimus a numero 75. *Secundo*, in quocumque etiam corporum gravitas ſtatuatur, extra dubitationis aleam poſitum eſt, eam eſſe gravitatis indolem, ut a gravioribus, ſeu denſioribus corporibus, fluidis v. g. quæ leviora ſunt, niſi aliunde impedimentum obſtet, ſurſum detrudantur, ut in eorum locum ſuccedant: Corporum igitur aſcenſus abſolutam eorum levitatem non probat; niſi in vacuo, ubi nulla eſſent premen-

mentia corpora, ſurſum etiam aſcenderent; quod experientiæ contrarium eſt.

192. Probatur 3.o Ligna & plurima id genus corpora aqua vel mercurio leviora, & hujuſmodi liquoribus demerſa, ſibique deinde relicta ſurſum in liquidi ſuperficiem ſponte aſcendunt: at hujuſmodi phænomenon, unum adverſæ opinionis fundamentum, non abſolutæ levitati, ſed minori gravitati debet tribui: poſitum enim in vacuo lignum ad vacui tubi ſummitatem non aſcendit, maxime vero, ſi aqua, aut mercurio impleatur recipiens: aſcenderet autem in priori caſu, ſi corporum aſcenſus abſolutæ levitati, non vero graviorum corporum preſſioni tribueretur: abſoluta enim levitas a nullo corpore, aut obſtaculo impedita facilius ageret in vacuo. Præterea corpus grave in vacui recipientis ſummitate poſitum, & ſibi relictum ob gravitatis vim & indolem deſcendit: ergo & corpus abſolute leve in vacui recipientis fundo ſibi relictum, ex levitatis indole ſurſum deferretur: quod experientiæ repugnat.

193. Ulterius eadem veritas experimento conſtat: periculo enim ſæpius a *P. de Lanis* (*a*), & academicis Florentinis facto, corpus ſolidum aqua vel mercurio levius intra vas aqua, aut mercurio plenum, ea arte vaſis fundo aptetur, & adhæreat, ut circumſtans liquor inter corpus ſolidum, & vaſis fundum interfluere, aut ſe ſe inſinuare non poſſit, neque mutuum corporis, & fundi contactum impedire; corpus ſolidum hoc modo diſpoſitum ad ſummitatem vaſis, & contenti in eo liquoris ſuperficiem non aſcendit: quam primum vero inter contingentes ſuperficies ſe ſe inſinuet liquor, levius corpus ſurſum aſcendit: modo ſic: Si hujuſmodi corpus ob levitatem abſolutam aſcenderet; eodem modo effuſo in vas liquore attolleretur, ſive inter ſuperficierum contactum ſe ſe liquor inſinuaret, ſive penitus excluderetur; cum eadem ſemper adeſſet levitas, aſcenſus cauſſa. Cum igitur poſteriori tantum caſu, corpus emergat; liquido conſtat, ob id unum corpus aſcendere, quia a circumſtante, premen-

(a) *Magn. nat. & Art. t. 5. l. 25. c. 1.*

mente, & ſe ſe inter ſuperficies inſinuante fluido graviori, & deorſum urgente ad ſuperficiem liquoris detruditur.

194. 5.° Corpus liquido levius v. g. lignum, aut ejus cortex eo velocius e vaſis fundo ad ſummitatem per medium fluidum aſcendit, quo gravior eſt circumſtans liquor: adeo ut velocius per mercurium, tardius per aquam, & multo etiam ſegnius per vini ſpiritum emergat: at ſi abſoluta levitas prædictum corpus ſurſum traheret, longe facilius, ac proinde celerius per leviorem, rariorem, ac minus reſiſtentem liquorem, quam per corpus denſius, gravius, & magis reſiſtens aſcenderet, ut ex ſe patet: ratum igitur, fixumque maneat, ea, & omnia alia aſcendentia corpora non a levitate aliqua abſoluta, ſed a graviori premente fluido ſurſum protrudi: eoque facilius aſcendere, quo a gravioris fluidi majori preſſione urgentur.

195. Opponitur. Ex conſtanti corporum ad terram perpendiculari acceſſu abſolutam eorum gravitatem inferimus: ergo ex adverſo ex conſtanti quorumdam corporum a tellure receſſu abſolutam eorum levitatem deducemus: at flamma in omni loco, & tempore a tellure recedit, idemque in aliis viſitur corporibus. Reſp. nego conſtantem flammæ, vel alterius corporis a tellure recedendi conatum, ut ex hactenus ſtabilitis conſtat; in vacuo ſcilicet non a tellure, ſed in tellurem ſecundum gravitatis indolem deſcendunt, aut deſcendere nituntur.

Ariſtoteles ſupra aeris regionem ignis elementum, ſeu ſphæram, quæ aerem & tellurem undequaque circumcingeret, ſtatuebat, in quam, velut in peculiare centrum, ignis, & cætera corpora levia tenderent, & dirigerentur: duplicemque proinde corporibus directionis terminum aſſignabat, gravium ſcilicet in telluris centro, levium in illius circumferentia adſtruebat. Sed cachinnis jam ab omnibus anilis hæc fabula excipitur; cum ne ullum quidem prædictæ ignis ſphæræ appareat veſtigium. Deinde levia corpora nullum haberent terminum, quo tenderent; cum verſus omnem circumferentiam circumquaque dirigerentur. Sed inanem ideam omni fundamento deſtitutam multis proſequi philoſophantis non eſt.

196. Opponitur 2.° Explicari & intelligi nequit qua

qua ratione alia aliis graviora ſint corpora, niſi aliquæ ſtatuantur corporum ſpecies abſolute leves, ex quorum cum gravibus compoſitione ea gravitatis inæqualitas oriatur: præcipue ſi nulla in corporibus diſſeminata vacua admittamus: in ea enim hypotheſi omnia corpora erunt æque denſa: ergo ſi volumina habeant æqualia; eamdem, ſeu æqualem habebunt materiam: ergo ſi omnis materia eſt gravis, omnia corpora eamdem, ſeu parem habent gravitatem. Hoc argumentum tangit difficultatem omnibus ſolvendam, quam alibi commodius examinabimus. Interim Reſp. major vel minor, ſeu relativa corporum gravitas originem ducit. 1. Ex majori vel minori vacuorum pororum ſumma intra corpora ipſa deliteſcentium. 2. Ex majori maſſa corporum propria ſub eodem aut æquali volumine: da enim duo corpora æqualis voluminis, inæqualis denſitatis, quorum pori ſint pleni circumambienti illa materia fluida, in qua corpora innatant: fluidum in poris exiſtens eſt in æquilibrio cum externa circumambiente materia: ex eo igitur capite nullum eſt in corporibus diſcrimen gravitatis: orietur igitur id diſcrimen ex diverſa magnitudine maſſæ corporum propria. Hoc tamen pendet ab ea, quam de gravitate corporum tenueris, ſententia. Quod ſi neque vacua Neutoniana, neque vortices Carteſianos admittas; dicere poteris, materiam illam fluidam, qua Tellus, aſtraque circumdantur, & omnia ſpatia cæleſtia replentur, cum nullius aſtri propria ſit, ad nullum centrum gravitare; atque proinde neque gravem, neque levem eſſe: hoc ſtabilito, totum argumentum evaneſcit. Id vero eſt, quod ego probabilius exiſtimo: generale fluidum, in quo terra, & cætera corpora innatant, aut immerſa exiſtunt, ad nullam earum ſphærarum ſpectat, in nullam gravitat. Luculentius id in Aſtronomia Phyſica, & in Pyrotechnia de igne elementari diſputando evolvemus.

COROLLARIUM.

197. Nulla igitur ſunt corpora abſolute levia; cum nulla ſit abſoluta levitas; ſed ſua omnibus & ſingulis ineſt abſoluta gravitas, major vel minor ex-

explicanda inferius ratione : relativa tantummodo levitate, ſeu minori gravitate corpora differunt : & hac una poſita, omnia gravitatis phænomena, & ſyſtema, ad quæ realis, & abſoluta levitas opus eſſe videbatur, recte explicari poſſunt.

PROPOSITIO XVII.

198. *Omnia corpora gravia eamdem, ſive cjuſdem generis, & naturæ habent gravitatem; eodemque tempore ex eadem altitudine libere demiſſa eadem celeritate æquale ſpatium conficiunt, & terram ſimul attingunt.*

Hæc propoſitio ex ipſis obſervationibus a numero 185. relatis deducitur: ex iis enim conſtat, gravitatem in omnibus corporibus æqualem, immo eumdem effectum producere; eaque ab eodem puncto libere demiſſa æqualiter urgere, & ad terram intra idem tempus trahere: æqualem igitur, eamdem, eodemque modo agentem corpora omnia habent gravitatem: vires enim eumdem, æqualemve effectum eodem modo producentes ſunt æquales, eædem; eæ autem vires in gravitate conſiſtunt, quæ quidem gravitas, tamquam potentia premens ſpectari debet, corporis maſſam deorſum ſemper urgens.

Æqualem cum dixi, non id perinde accipias, velim, quaſi idem omnibus corporibus pondus adſtruere intendam: gravitatem a pondere diſtingui debere, non ignoro, & inferius probabo: id igitur unum aſſero gravitatem eumdem, ſeu æqualem in corporibus deſcenſum, celeritatem, & vires exercere: licet alio ex capite majora corpora majus habeant pondus, non quia majori gravitate, ſed quia pluribus æqualiter gravitantibus partibus ſunt prædita, quæ quidem ſub æquali gravitate majus pondus efficiunt. Corpora ſunt alia aliis graviora, non quod intenſior in eorum partibus, maſſa æqualibus, ſit gravitas, ſed quia plures habeant partes maſſa, & gravitate æquales. Quod ſi gravitatem aliquando, ut fuit uſus, pro pondere accipiamus, per me non ſtabit, quo minus alia aliis graviora dicantur corpora.

CO-

COROLLARIUM I.

199. Cum ſolidum quodcumque corpus ad terram deſcendit; omnes ejus particulæ, & primigenia, ex quibus componitur, elementa communem inter ſe, ſeu eamdem habent velocitatem, hoc eſt, eadem celeritate donantur; ſeu eadem in omnibus eſt celeritatis mutatio. Si igitur corpus A in centum æqualia elementa diviſum ſupponatur, perinde diviſa elementa a gravitate afficientur, atque inter ſe unita: gravitas igitur, ut potentia quædam intima corporum elementa penetrans, & æqualiter premens concipi recte poteſt. Primigenia igitur, & æqualia corporum elementa æqualiter verſus terram premuntur. Concipiantur ſcilicet duo quædam inæqualia corpora in elementares, ex quibus conflantur, æquales particulas diviſa: hujuſmodi particulæ æqualiter a gravitate premuntur; cum ab eadem altitudine demiſſa, eadem celeritate deſcendant, & eodem temporis momento terram attingant.

COROLLARIUM II.

200. Omnia igitur & ſingula corporum elementa, & particulæ æquales in eadem altitudine æqualem inter ſe habent gravitatem, & idem pondus; ſeu ſunt æque graves: æqualiter enim verſus terram premuntur; nam & eamdem maſſam, ſeu æqualem habent, & eamdem celeritatem, quæ in ſingulis temporibus inſenſibilibus haberi poteſt, ut æquabilis: quoniam autem in motu æquabili vires corporum æqualium ſunt, ut celeritates (*a*): perſpicuum eſt, ea, de quibus loquimur, elementa iiſdem, ſeu æquis viribus ad terram deferri: hujuſmodi autem vires ſunt ipſorum elementorum pondera, & gravitatum actiones: æqualem igitur habent gravitatem, idemque pondus.

Æqualia recte ſupponuntur primigenia hæc corporum elementa: ſtat tamen demonſtratio, ſi elementorum loco ſenſibiles corporum particulæ æquales adducantur in exemplum.

CO-

(a) *Tom. 1. Lect. 15.*

COROLLARIUM III.

201. Pondera igitur quorumcumque corporum in eadem altitudine pendentium ſunt inter ſe directe, ut ipſorum maſſæ, ſeu quantitates. Sint v. g. duo corpora, A duplum, B ſubduplum: ſint in B 50. particulæ, ſeu elementa æqualiter gravia (n. 199.): in A igitur erunt 100. hujuſmodi elementorum inter ſe, & elementis corporis B æqualium: A igitur centum gravitatis actionibus, ſeu preſſionibus (Fig. 11. Tab. IV.), B autem 50. deorſum urgentur, & premuntur: ergo gravitas, ſeu pondus A eſt ad pondus B, ut 100 ad 50: prædicta autem elementa ſunt corporum maſſæ. Hæc omnia in vacuo, ſeu in medio non reſiſtente ſpectamus, ut ſcilicet propriam corporum gravitatem recte dignoſcamus, cum a nullo externo impedimento pondera, ſeu gravitatis actiones perturbentur; contra ac in medio reſiſtente accidit, ut ſtatim explicabitur.

Corpora in eadem ſemper altitudine, ſeu a tellure diſtantia ſupponimus, ut eorum ponderum comparatio recte ineatur: ſi enim in diverſis diſtantiis idem corpus collocetur; non eamdem ubique gravitatem, aut pondus habebit, ut inferius explicabitur.

COROLLARIUM IV.

Etſi corporis varietur ſtatus, puta ſi modo calidum, frigidum modo ſit corpus; liquidum interdum, poſtea ſolidum, & firmum efficiatur; quamcumque etiam figuræ mutationem habeat, eamdem nihilominus, in eadem altitudine, gravitatem abſolutam, ſeu pondus retinet: cum eamdem ſemper, ut ſuppono, maſſam habeat, paribuſque viribus ad terram urgeatur. *Abſolutam* dico, qualem nimirum in vacuo exererent: relativam enim, ob figuræ, & voluminis mutationem intra gravia fluida variant, ut in Hydroſtatica explicabitur.

Illud etiam notandum, gravitatem, de qua loquimur, pro illo tantum niſu, vi, & conatu accipi, quo corpora, cum primo demittuntur, moveri deorſum incipiunt, vel, ſi impediantur, obſtaculum premunt:

fiunt: eæ enim vires, quas mobile deſcendendo acquirit, non gravitas, ſed gravitatis effectus habendæ ſunt.

PROPOSITIO XVIII.

203. *Gravium corporum pondus, ſeu abſoluta gravitas, temporis ſucceſſu non augetur, vel minuitur; ſed in eadem a tellure diſtantia eadem ſemper perſeverat.*

Propoſitionem conſtans rerum ordo, & continuata experientia demonſtrat: eadem enim corporis maſſa haud mutata, idem ſemper in eo pondus experimur; eaſdem etiam ad corporum gravitatem agnoſcendam perpetuo adhibemus communes menſuras; quod ſtare non poſſet, ſi invariata corporis maſſa, aliquid ei pro temporum varietate ponderis accederet, aut detraheretur. Quod ſi aliqua interdum corpora ſenſibili mole non mutata ponderis mutationem patiuntur, id particularum evaporationi, vel externæ materiæ acceſſui, & in corporis poros introductioni referendum: quo poſito, mirum non eſt, ſi pro quantitatis mutatione mutatur etiam pondus.

PROPOSITIO XIX.

204. *Corpora gravia inæqualis molis, quæ in vacuo aut medio non reſiſtente æqualem habent gravitatem abſolutam, ſeu, pondus, ad fluidum ponderoſum, v. g. aerem, tranſlata ponderis æqualitatem amittunt; & quod majori mole donatur, minorem habet gravitatem.*

Hæc propoſitio cum pluribus aliis ad hoc idem argumentum ſpectantibus alibi eſſet explicanda: eam tamen hoc loco inſerere liceat, cum & ſequentibus lucem afferat, & citra vitioſum circulum, aut methodi periculum eam ſequentibus præmittere poſſimus. Ut illa tamen evincatur, ſuppono, inferius citra ullum circulum demonſtraturus, ſolida in leviori fluido demerſa tantumdem de ſuo pondere amittere, quantum eſt fluidi, paris ſolido magnitudinis, pondus.

Probatur. Corpora in vacuo omnes gravitatis vires exerunt, cum a nemine ſuſtententur; ſuntque proin-

 de

de eorum pondera, ut maſſæ, hoc eſt, in præfato caſu æqualia: ad aerem translata aliquantum ab aere ſuſtentantur, & ad motum impediuntur ſecundum magnitudinum proportionem (a): adeo ut majus corpus magis ſuſtentetur, pluſque ſui ponderis amittat. Sit v. g. A (fig. 11. tab. 4.) volumine quidem duplum corporis B, ejuſdem tamen utrumque ponderis, ſi in vacuo eſſent; ſingulorum pondera ſint 10: maſſæ aeris, volumini B æqualis, ſit pondus 1: erit aeris corporis A æqualis pondus 2; cum ſit alterius duplum: A igitur duos, B unum amittit ponderis gradum: ergo in A remanent 8. ponderis gradus; 9. in B: cum in vacuo, aut in medio non reſiſtente utrumque corpus haberet pondus 10. Plurima, quæ ex hac propoſitione deducuntur phænomena, & corollaria inferius explicabimus; cum de ſolidorum in fluidis immerſione, & æquilibrio ſermo fit.

PROPOSITIO XX.

205. *Corpora magnitudine æqualia, diverſæ tamen gravitatis, per medium fluidum reſiſtens v. g. aerem & ex eodem puncto, ſeu altitudine demiſſa, inæquali tempore deſcendunt; citius, quod gravius.*

Sint v. g. duo pares globi A B, ligneus alter A, alius vero aureus; prioris gravitas ſit 2, poſterioris 200: volumen aeris ſingulis globis æquale habeat pondus, unum: dico, graviorem aureum globum velocius, quam ligneus, deſcendere, & citius terram attingere (Fig. 11. 13. Tab. IV.).

Probatur. Cum eorum corporum pondera ſint inter ſe, ut maſſæ (n. 201.); erit maſſa A ad B, ut 2. ad 200.: gravitas inſuper, ut potentia quædam externa materiam, velut obſtaculum, premens, & deorſum trahens ſpectari debet: eſt ergo gravitas A 2. ad maſſam A 2, ut gravitas B 200. ad maſſam B 200.; æqualiter proinde utraque hæc gravitas per medium non reſiſtens ſuam trahit maſſam, cum ſit 2. ad 2., ut 200. ad 200.: at in aere uterque globus pondus 1. amit-

(a) *Vide inferius dicenda in Hydroſt. lectionibus.*

amittit (hypotheſis), remanetque gravitas A 1., ejus maſſa 2.; gravitas B 199., ejus maſſa 200.; difficilius autem potentiā 1. reſiſtentiam, ſeu maſſam 2. trahet, quam potentia 199. reſiſtentiam 200: minorem enim rationem habet potentia 1 ad reſiſtentiam 2., quam potentia 199. ad reſiſtentias 200.; eſſent enim æquales rationes, ſi ita diſponerentur, potentia 1. ad reſiſtentiam 2., ut potentia 100. ad reſiſtentiam 200.: in eaque hypotheſi ſingulæ potentiæ eadem facilitate ſingulas traherent maſſas; facilius igitur, hoc eſt, celerius pondus B maſſam B, quam pondus A maſſam A in reſiſtente medio ex eadem altitudine ad terram perducit.

206. Oppones. *Frenicle*, referente *du Hamel*, (*a*), plumbeum, ligneumque globos magnitudine pares ex eadem 147. pedum altitudine ſimul demiſſos ſolum ſimul attigiſſe obſervavit: ergo corpora gravia æqualis magnitudinis, ſed pondere inæqualia æqualiter cadunt. Reſp. hujuſmodi obſervationi experimenta alia majori cum cura exacta, & majori longe altitudine ad rei explorationem aſſumpta fidem omnem abrogant: adeo ut citato Freniclii experimento nullus fidem adhibeat, aut illi innitatur.

COROLLARIUM I.

207 Quo majus fuerit in iis corporibus gravitatum diſcrimen, eo majorem in deſcenſus celeritatibus differentiam habebunt: quod ſi non admodum ſenſibile in gravitatibus habeant diſcrimen, motu etiam haud notabiliter celeriori gravius corpus deſcendet. Id ex ipſa propoſitionis demonſtratione liquido deducitur: tum enim detracto ex utroque corpore ob æqualem medii ſuſtentationem æquali pondere, parum adhuc in gravitate reſidua diſcriminentur; parum etiam in deſcenſus celeritate gravitatis effecta inter ſe differrent: unde ferreus v. g. & plumbeus æquales globi eadem fere velocitate ad terram deferuntur; longe aliter ſe res habet, ſi aurum & ſuber demittantur.

CO-

(a) *Hiſt. Acad. Lib. 1. p. 8. c. 5.*

COROLLARIUM II.

208. In eodem propoſitionis caſu quo gravius & ponderoſius erit, per quod corpora deſcendunt, medium; eo majori celeritatum diſcrimine deſcendunt. Cum enim fluidum ab utroque corpore æquali eo majus pondus detrahat, quo gravius fuerit; eo detracto, majori gravitatum diſcrimine diſcrepant, ſeu majorem in graviori corpore rationem habet gravitas ad maſſam, quam in leviori: ſit v. g. pondus A 20., B 10. (Fig. 11. 13. Tab. IV.), aqua paris voluminis pondus habeat 8: ſpiritus vini 4. v. g.: per aquam deſcendet A viribus ut 12., B ut 2.: per vini ſpiritum A viribus ut 16., B ut 6.: at 12. ad 2. majorem habet rationem, quam 16. ad 6.: per aquam igitur majori celeritatum diſcrimine, quam per vini ſpiritum, licet minori utrumque velocitate, deſcendet.

209. Ut in hujuſmodi corporum deſcenſu notabilis celeritatum differentia deprehendi poſſit, ex inſigni altitudine ea demitti neceſſe eſt: ſi enim ex modica paucorum pedum, ſeu cubitorum altitudine demittantur; exiguum, quod deſcendendo impendunt, tempus ſenſibilem non inducit differentiam. Illud etiam diligenter monitum velim; adhibita ad experimentum corpora eamdem habere figuram, neceſſe eſſe; cum ex figurarum diverſitate varia mediorum reſiſtentia, & ex reſiſtentia retardatio proveniat, ut fuſius in Hydroſtatica proſequemur.

COROLLARIUM III.

210. Prædicta corpora diverſæ gravitatis ſpecificæ, ſi fuerint abſoluto pondere æqualia; tardius in medio quocumque reſiſtente ex eadem altitudine deſcendet, quod eſt ſpecifice levius: id enim corpus erit magnitudine majus: plus igitur ſui ponderis in medio reſiſtente deperdet, quam quod eſt gravius: minores igitur habebit ad deſcendendum vires.

At ſi corpora fuerint & magnitudine, & pondere æqualia, figuris inſuper ſimilia; ex quacumque demum conſtent materia, ex eadem altitudine demiſſa motum ſuum æque accelerant.

PRO-

PROPOSITIO XXI.

211. *Duo vel plura corpora ejuſdem gravitatis ſpecificæ, mole inæqualia, ex eadem altitudine in terram demiſſa, inæqualiter cadunt; quod majus eſt, & proinde gravius, citius deſcendit.*

Probatur. Et 1.o Quidem manifeſto experimento, quod num. 188. attulimus. 2.o Sint duo prædicta inæqualia corpora A B, ut 1 ad 2. quoad diametros, eorum maſſæ ſunt, ut 1. ad 8., ſuperficies autem, ut 1. ad 4. (*a*): modo ſic: licet pondera A B ſint inter ſe, ut maſſæ (n. 201.), ſi tamen inæqualem in aere aut medio quocumque reſiſtentiam patiantur in deſcenſu, inæqualiter deſcendent; ea enim duo ad deſcenſus æqualitatem requiruntur: at majorem ab aere reſiſtentiam patitur A minus, quam B: & probo.

Ut duo corpora ſphærica A B ex eadem altitudine B X (Fig. 13. Tab. IV.) deſcendant, ſubjectas aeris columnas O V removere, & loco pellere neceſſe eſt: eæ autem medii reſiſtentiam recte experimunt, & efficiunt: eſt igitur reſiſtentia, quam patitur A, ad eam, quam patitur B, ut columna, ſeu cylindrus V ad cylindrum O ejuſdem altitudinis (per hypoth.): Ii vero cylindri ſunt inter ſe, ut baſes, X, Z (*b*): baſes autem Z X ſunt maximi globorum A B circuli, qualibet ſui: reſiſtentia igitur in A eſt ad reſiſtentiam B, ut circulus Z ad circulum X, hoc eſt, ut ſuperficies A ad ſuperficiem B (*c*): reſiſtentiæ igitur ſunt inter ſe, ut corporum ſuperficies, cum pondera ſint, ut illorum maſſæ (n. 201.): at ſuperficies A ad illius maſſam major eſt, quam ſuperficies B ad maſſam B (*d*): majorem igitur reſpectu ponderis reſiſtentiam offendit A, quam B: at ſi ponderibus proportionalis offenderent reſiſtentias, æqualiter omnino ab aere retar-

(a) *Elem. Geom.* 4. *n.* 167.
(b) *Elem. Geom. n.* 157.
(c) *Elem. Geom. Introd. n.* 34.
(d) *Elem. Geom. n.* 167.

tardarentur, & deſcenderent: igitur conditione deficiente inæqualiter deſcendunt.

212. Enimvero ſi rem totam penitius examinemus, ſenſibilem effectus cauſſam, & modum ſecundum aſſertam propoſitionem invenimus. Corpora A B per aerem deſcendendo, aerem ſeparant, expellunt, radunt, & ſuperficiebus atterunt: hic autem partium attritus, & ratio fit ſecundum corporum ſuperficies, non vero ſecundum maſſas, ut ex ſe patet.

Calculo igitur & experimentis ratum, fixumque maneat, inæqualiter gravia per medium ponderoſum ex eadem altitudine inæqualiter cadere, contra ac *Ariſtoteles* pronunciaret.

OBSERVATIO.

213. *Idem pendulum ſub circulo polari arctico intra cubiculum, in quo incluſus aer ad eam, quam in Gallia habuit, temperiem redactus erat, quantum ex thermometris ſtatui poterat, ad oſcillationes concitatum 24. horis 19 oſcillationes conficit pluſquam Pariſiis eodem temporis ſpatio ediderat.* (a). *Pendulum item celerius Pariſiis, quam in locis prope æquatorem ſitis, oſcillationes peregit: adeo ut iis in locis minuenda ſit ejus longitudo, ut ſingulæ oſcillationes ſecunda temporis minuta exacta, ut Pariſiis, emetiantur; Id in* Caiena *inſula 5. gradibus ab æquatore diſſita obſervavit anno 1672.* Richer: *poſtea autem penduli longitudinem eſſe in eadem inſula lineis* $2\frac{1}{18}$ *minuendam, comperit des Hayes, ut eumdem ſecundorum minutorum numerum, ac Pariſiis, ederet.* Varinus *item &* Deſ-Hayes *in* Goreæ *inſula ſub latitudine gr.* 14. 40. 2. *lineis minuendam deprehenderunt. Tardiores etiam prope æquatorem, quam in Gallia, & Anglia eorumdem pendulorum oſcillationes plurimi deinceps deprehenderunt,* Halleius, Fevillee, Bouguer: *citiores autem propius ad polum arcticum* Maupertuis (b), le Monier *&c. Alia multa & ſimilia experimenta idem argumentum probantia legi poſ-*

(*a*) Fig. de la terre pag. 172.
(*b*) Sur la fig. de la terre.

poſſunt apud Muſchembroek (a). *Plurima etiam, quæ huc poſſent congeri de varia mercurii in Barometris pro locorum diverſitate altitudine prudens omitto, ſuo loco referenda: nondum enim ea principia poſuimus, ex quibus eorum explicatio, & intelligentia pendent.*

PROPOSITIO XXII.

214. *Ejuſdem corporis gravitas non eadem in omnibus locis perſeverare; ſed ab æquatore verſus polum creſcere videtur.*

Antequam propoſitionem ex ſuperioribus deducam, & quantum rei obſcuritas patitur, evincam, duo mihi ſupponenda ſunt, & admitti ab omnibus velim; ea enim inferius ſeorſim ab his demonſtrabuntur: *primo*, grave, ſeu pendulum A B eodem tempore per arcum C B, ac per integram ejus arcus, ſeu circuli diametrum horizonti B O perpendicularem deſcendere: *Secundo*, longius pendulum diuturniores, cæteris paribus, oſcillationes peragere, v. g. F H tardius, quam A B oſcillatur. (Fig. 12. Tab. IV.) Duobus hiſce datis, a modo expoſitis obſervationibus in hunc modum deducitur propoſitionis veritas. Penduli oſcillationes unicam habent cauſſam, corporis gravitatem; ex ea enim fit, ut pendulum in N adductum, ſibique relictum, ad L prolabatur, conceptoque impetu ad G uſque tranſgrediens, proprio iterum pondere relabatur &c. modo ſic: ſi eadem ubique eſſet corporis N gravitas; idem ubique inſumeret tempus, ut per duplum F L, ſeu diametrum ejuſdem circuli, hoc eſt, ab eadem altitudine recta ad horizontem deſcenderet; & conſequenter arcum N L circuli ejuſdem deſcriberet (hypotheſis); eadem enim cauſſa in paribus circumſtantiis eumdem parit effectum: at prope polos velocius, quam prope æquatorem ab eodem mobili percurritur arcus N L, hoc eſt, eadem circuli NLG diameter: major igitur, aut intenſior cauſſa, ſeu gravitas mobile N per diametrum, aut arcum N L urget, & trahit: intenſior igitur eſt ad polos, quam ad æquatorem corporum gravitas. Hinc in regionibus ſub

---

(a) Elem. Phyſ. c. 7.

ſub minore latitudine jacentibus aliquibus lineis minuendum fuit pendulum, ut æque diuturnas illic, atque Pariſiis v. g. oſcillationes conficeret.

COROLLARIUM.

215. Cum poſt ultimas obſervationes ab academicis Pariſinis ad æquatorem, & circulum polarem arcticum factas, omnes jam conveniant, tellurem Sphæroidis formam habere, magiſque a polis, quam in æquatore eſſe depreſſam, ut nos etiam in Geographia phyſica late proſequemur: longiorque ſit terreſtris æquatoris diameter, quam axis: immo & ab æquatore verſus polum ſenſim decreſcant diametri; illud ſponte ſequitur, corporum gravitatem decreſcere, creſcente eorum a centro diſtantia: augeri vero ſi illa imminuatur. Unde gravitas, ſeu pondus corporum a polis ad æquatorem minuitur, ab æquatore verſus polos progredienti augetur; in eadem a polis, ſeu æquatore diſtantia eadem ſemper perſeverat, licet corpus motu æquatori parallelo terram circumeat.

Hinc gravitatem velut virtutem quamdam a centro circumquaque diffuſam, perinde ac luminoſum quoddam circa ſe ipſum radios diſpergens, concipiunt plurimi, Neutoniani potiſſimum. Cum ex radioſa hac gravitatis diſperſione illius vires, & intenſio a centro recedendo ſenſim decreſcant, ut in luminoſi radiis item accidit; conſequens eſt, ut gravitatis vires, & intenſio in eodem corpore ſint inverſæ, ut quadrata diſtantiarum a centro; quod etiam de luce, & qualitatibus cæteris a centro aliquo circumquaque diffuſis, ſuis locis demonſtratur. Hanc de gravitate ideam non levibus conjecturis nixam inficiari non auſim, neque etiam inpræſentiarum quaſi pro aris, & focis propugnare; duo tamen adnotanda duco: *Primum* obſervationes numero 213. adductas ad hujuſmodi theoriam & gravitatis proportionem ſtabiliendam inſervire, ſed minime ſufficere: cum & gravitatis, & diſtantiarum a telluris centro diſcrimen non adeo ſit ſenſibile, ut oriri inde facile non poſſit error, & in calculum irrepere. *Secundum*, ſi vera eſt Lunæ in terram gravitas, non leviter inde aſſignata in gravitatis intenſione proportio confirmatur,

ut

ut apud Philoſophos, & Mathematicos Mechanicas ſcriptores paſſim offendes (*a*). Hæc nos commodius examinabimus, cum generale gravitatis ſyſtema & cauſam phyſicam motuum Aſtrorum in Aſtronomia expendemus,

221. Opponitur. Ex diverſa aeris temperie provenire poteſt obſervatum in diverſis regionibus diſcrimen gravitatis in corporibus: aer ſiquidem alio in climate rarior, alia item regione multiplici de capite poteſt eſſe denſior: quo autem major fuerit aeris denſitas, eo minor erit in eodem corpore, gravitas; cum a denſiori fluido magis ſuſtentetur: a minori autem gravitate celeritas minor enaſcitur: quamdiu igitur plane non conſtiterit, adductam ſuperius in corporum deſcenſu differentiam ex diverſa aeris temperie, & ſtatu non provenire, inferre inde non poſſumus, diverſam eſſe in corporibus pro locorum diverſitate gravitatem. Reſp. Qui hujuſmodi obſervationibus operam navarunt, ſcrupuloſe ad has, atque ſimiles alias locorum, temporum, & aeris circumſtantias, ac ſtatum attenderunt, eamdemque aeris temperiem in circulo polari, ac Pariſiis erat, eodemmet tempore, ope Barometri obſervarunt, ſeu potius aerem intra cameram in Laponia ad eum caloris, raritatis, & ponderis gradum attemperarunt, quem lutetiæ Pariſiorum habuerat: id vero ope thermometri explorarunt. Deinde attento naturali rerum ordine, intenſior ad æquatorem; quam verſus polos eſt aeris calor, & raritas major; majorem igitur in majori, quam in minori latitudine denſitatem ac gravitatem habet: minorem vero immerſa in aere corpora: argumentumque propoſitionem ex hoc capite confirmat. Unius ejuſdemque corporis gravitatem pro variis a tellure diſtantiis ad æquatorem & ad polos augeri aut minui, ut rem tantummodo probabilem trado. Quæ ad illam demonſtrandam facta ſint tentamina, deducti calculi, facta experimenta, non ignoro: omniaque inferius exponemus: ea tamen probabile quidem

(a) *Vide* Caſtel *ſur la peſanteur*, & *dans le vrai ſyſteme*, Muſchemb. *Elem. c.* 7. Nollet *T.* 2.° Deſagul. *T.* 2.° Graveſand. *Inſtitut. T. I. c.* 2.

dem argumentum, demonſtrationem nequaquam exiſtere palam faciemus.

LECTIO VI.

De naturali Corporum gravium libere deſcendentium acceleratione, & aſcendentium retardatione.

DEFINITIO.

222. *Motus acceleratus* eſt, qui celeritatis incrementa ſenſim acquirit: *motus retardatus*, qui celeritatis decrementa ſenſim patitur. *Uniformiter acceleratus* eſt, qui ad ſingula æqualia temporis momenta æqualia etiam celeritatis acquirit incrementa: ſi vero ex adverſo ſingulis temporis momentis æqualia celeritatis decrementa patiatur; erit motus *Uniformiter retardatus*.

OBSERVATIO.

223. *Corpus in modica paucorum pedum v. g. altitudine locatum, & per chordam circuli demiſſum, ſeu per planum inclinatum, quo liberrime moveri poſſit, in æquales partes diviſum, ita deſcendit, ut ſi primo a lapſu tempore: puta minuto ſecundo, unam partem, v. g. pedem conficit; ſecundo æquali tempore* 3. *pedes; tertio quinque pedes peragrabit* (a). *Porro Corpus grave prope Telluris ſuperficiem libere deſcendens primo minuto ſecundo* 15. *pedes* 1. *dig. circiter conficit: ſequenti minuto ſecundo* 45. *pedes*, 3. *digitos, ut aliquot lineas mittamus, percurrit: Tertio minuto* 75. *pedes*, 5. *dig. peragrat.* (b) *Hoc etiam gravium corporum phænomenon eſt notiſſimum, per ſe obvium, & ab omnibus obſervari poteſt. Obſervandi ratio facillima, arcus aliquis ligneus, & levigatus* ASIN (fig. 19. tab. 2.) *ad horizontem* AC *rectus, ſtatuatur, atque ſupra internam illius ſuperficiem a puncto* I v. g. *levigatus demittatur globus. Supra planum inclinatum* AC (fig. 25. tab. 2.) *cujus*

(*a*) Nollet tomo 2.° a pag. 156.
(*b*) Muſchemb. Elem. Phyſ. cap. 7.

cujus notionem ſuppono omnibus notam, demittatur globus A, *& quantum ſpatii* A a *in dato tempore* v. g. *minuto ſecundo percurrat, diligenter notetur: tum vero facile obſervabitur, ſecundo æquali tempore ſpatium* A B *prioris triplum confici. Cum corpora ſupra plana admodum inclinata lente deſcendant; deſcenſionis incrementa facile obſervari poſſunt.*

OBSERVATIO.

224. *Grave Corpus ex inſigni altitudine libere demiſſum ſubjecta ſpatia hoc ordine percurriſſe deprehendit* P. de Chales (a), *primo ſemiminuto ſecundo* $4\frac{1}{4}$ *; integro eodem ſecundo* $16\frac{1}{2}$ *: primo* 1" *cum dimidio Pedes* 36. *integris*, 2" 60.; *integris* 2" *cum dimidio tertii* 90. *pedes: minutis* 3" *integris pedes* 123.; *ſpatiaque æqualibus temporibus; hoc eſt, ſemiminutis ſecundis, & a quiete numeratis percurſa ſunt hæc*, $4\frac{1}{4}$ *pedes* : $12\frac{1}{4}$: $19\frac{1}{4}$: 24 : 30 : 33. *experimentum pluſquam millies ſumma exactione ab auctore repetitum.*

Obſervante autem Ricciolo (b), *globus cretaceus unciarum* 8. *ex inſigni altitudine demiſſus notata in ſubjecto Schemate ſpatia appoſitis ad latus temporibus conficiebat.*

Tem-

(*a*) Staticæ Lib. 2. prop. 1.
(*b*) Almag. novi c. 21.

Tempora ″	‴	Spatia in fine temporis percurſa.	Spatia ſeparata.	Tempora.	Spatia conjuncta. Pedes Rom.	Spatia diviſa.
0.	50.	10.	10.	1.	15.	15.
1.	40.	40.	30.	2.	60.	45.
2.	30.	90. Pedes Romani.	50.	3.	135.	75.
3.	20.	160.	70.	4.	[illegible]	105.
4.	10.	250.	90.			

PRO-

PROPOSITIO XXIII.

225. *Corpora gravia libere ad Terram cadentia vel in Vacuo, vel in reſiſtente medio, ut in aere, motum ſuum accelerant.*

Hæc ex obſervationibus relatis luculentiſſime probatur quoad corpora libere per medium reſiſtens prolabentia: ex iis ſiquidem conſtat, gravia corpora æqualibus temporibus majora gradatim, & majora ſpatia percurrere. Quod ſi corpora per medium ponderoſum ſui diviſioni, expulſioni, & aliorum corporum motui reſiſtens labentia, ſuum nihilominus motum accelerant; id ipſum potiori jure, ſi per ſpatium vacuum, aut medium non reſiſtens deſcendant, efficiunt.

COROLLARIUM I.

226. Cum igitur Gravitas ſit vis ea, & peculiaris cauſſa, quæ in decidentibus corporibus accelerationem efficit; ſpectari illa debet, ut premens potentia mobili a tergo ſemper inſtans, illud verſus terram ſemper urgens, & impellens; in eoque per ſingula altitudinis puncta minima novos ſemper impetus velocitatis, & virium gradus imprimens. Niſi enim gravitas novos ſemper impetus, & celeritates imprimeret, ſed impreſſum ſemel a quiete motum, & impetum conſervaret; non accelerato, ſed æquabili motu deſcenderet grave: perinde ac corpus durum in aliud item durum, & quietum incurrens, diviſo per utrunque impetu, eadem cum illo celeritate æquabiliter deinceps fertur; quia prima incurſione peracta novum impetum mobili non communicat. Gravitas vero eſt potentia quædam mobili ſemper conjuncta, & ſemper urgens.

SCHOLION.

224. *Ex hoc capite non leviter Peripateticorum gravitatem in interna qualitate adſtruentium infringitur opinio: Vix enim intelligi poteſt, qua tandem ratione qualitas illa, ſeu principium intrinſecum preſſionem ſuam, vim, & energiam in ſuſpenſo corpore, quod ipſa ver-*

verſus Terram ſemper urget, nequaquam augeat, ſed eodem ſemper modo comprimat; quamprimum autem corpus deſcendere incipiat, vim, & energiam continue augeat, novum ſemper impetum, & quaſi repetitos ictus corpori infligendo: quare enim in ſuſpenſo corpore hujuſmodi vires non producit, ſi eſt principium, & cauſſa ſemper adſtans, rite applicata, immo & ſemper urgens? Si corpus illa ſemper deorſum premit, eſtque ad hujuſmodi preſſionem expedita; quare preſſionem hanc perinde, ac ſi corpus deſcendat, non multiplicat, communi cæteris cauſſarum generibus agendi modo? Hoc utique phænomenon pro ſtabiliendo gravitatis principio attendi maxime debet: Vide quæ ſupra a numero 167. diſputavimus.

COROLLARIUM II.

228. Igitur gravium libere deſcendentium motus eſt uniformiter acceleratus. Per ſingula enim temporis momenta, quæ deſcendendo corpus inſumit; novus ſemper celeritatis gradus a gravitate efficitur, & novus ſemper impetus mobili imprimitur. Porro gravitas, dum corpus eſt ſuſpenſum, eſt vis, ſeu potentia mortua, & ſimiliter in primo lapſus initio, ut vis mortua conſideratur, a quo deinceps uſque ad terram tamquam potentia viva vires ſuas auget, vel potius vis mortua ſemper exiſtens per repetitas & continuatas actiones vim vivam producit.

HYPOTHESIS.

229. Grave, quam ſemel deſcendendo acquiſivit velocitatem, eam ſervat deinceps, quoad Terram attingat; licet novos ſubinde illi gradus adjiciat: neque enim ut novam adquirat velocitatem, antiquam deperdere neceſſe eſt; neque id per vim inertiæ fieri poſſet. Vis ſcilicet, ſeu legis inertiæ illa eſt indoles, ut corporis ſervetur ſtatus, aut vires, quamdiu ab externa contraria cauſſa mutatio non inducitur.

PRO-

PROPOSITIO XXIV.

230. *Velocitates, a gravi deſcendente ſenſim acquiſitæ, ſunt inter ſe, ut tempora, quibus acquiruntur a quiete, ſeu lapſus puncto numerata: eſt dicere; velocitas in fine temporis dupli eſt ad velocitatem in fine temporis dimidii, ut 2. ad 1.*

Ut clariora hæc, & quæ ſequentur, evadant, ob oculos ſunt ſtatuenda. Recta A B C ad Horizontem perpendicularis tempus deſcenſionis repræſentet, quod in partes minimas, ſeu tempora inſenſibilia dividatur in punctis 1, 2, 3, B (fig. 6. tab. 4.) Ex puncto autem B ducatur B E ad A B perpendicularis, quæ velocitatem mobilis uſque ad punctum B acquiſitam exhibeat; ducta etiam E A, fiat triangulum A B E: Ex ſingulis item temporis, ſeu rectæ A B punctis 1, 2, 3, ducantur rectæ 1 F, 2 G &c. baſi B E, aut C D parallelæ. Sunt igitur A 1. ad 1 F, ut A 2 ad 2 G (*a*): quoniam velocitates ſunt, ut tempora, quæ per A B C repræſentantur, erunt 1 F, 2 G &c. velocitates in fine prædictorum temporum acquiſitæ, & deinceps conſervatæ: velocitaſque 2 G eſt velocitatis 1 F dupla, quia tempus A 2 eſt etiam temporis A 1. duplum.

231. Unde ab A, lapſus puncto, uſque ad 1. velocitatem 1 F acquiſivit mobile, eamque deinceps retinet: ab 1 uſque ad 2, retenta priori velocitate 1 F, aliam O G acquiſivit, eſtque integra in fine ſecundi temporis acquiſita velocitas 2 G. Suppono autem, a ſingulis rectæ, ſeu temporis A B punctis ductas rectas parallelas 1 F, 2 G, & alias infinitas trianguli planum A B E efformare, quod elementares inſenſibiles velocitates ſecundum tempora acquiſitas, & deinceps per omnia tempora deſcenſus conſervatas repræſentat. Porro ſingulæ velocitates ſeorſim, v. g. 3 H in tempore minimo acquiſitæ ſpectari poſſunt, ut velocitas in omnibus inſenſibilis illius & minimi temporis elementis, ſeu partibus infinite parvis realibus, aut idealibus eadem perſeverans, ac proinde æqua-

(a) *Elem. Geometr. Elem.* 3.

æquabilis; idemque de cæteris eſto judicium: ſunt vero ſpatia velocitatibus æquabilibus percurſa, ut ipſæ velocitates (*a*): Infinitæ igitur rectæ 1 F, 2 G, ſeu velocitates, hoc eſt, triangulorum A 1 F, A 2 G areæ ſpatia a mobili A deſcendente percurſa repræſentant.

Sunt igitur A 1, 1. 2; 2, 3. tempora ſeparata: A 1, A 2, A 3 tempora conjuncta; ſeu tempora a principio motus numerata: 1 F, 2 G, 3 H velocitates uſque ad finem ſingulorum temporum acquiſitæ; omnia triangulorum plana ſunt ſpatia percurſa (*). Geometrica hac idearum conſtructione præmiſſa, quæ verum rerum ſtatum repræſentat, aut ab illo ſenſibili errore non abludit, ſequentes propoſitiones, ſeu deſcenſus gravitatis theoria experimentis confirmata intelligetur.

PROPOSITIO XXV.

232. *Spatia compoſita, ſeu a principio motus numerata a gravibus decidentibus percurſa ſunt inter ſe, ut quadrata temporum, quibus illa percurruntur.*

Sit A 1 minutum ſecundum, A 2 (Fig. 6. Tab. IV.) duo minuta ſecunda: dico ſpatium unico tempore A 1 peragratum ad ſpatium duobus temporibus A 2 confectum, eſſe, ut eorum temporum quadrata: tempora ſunt 1, 2; eorum quadrata 1, 4: eſt igitur ſpatium, ut 1 ad 4. *Demonſtratur*: Duo triangula A 1 F, A 2 G ſimilia (*b*) per conſtructionem, ſunt inter ſe, ut quadrata laterum A 1, A 2 homologorum

(a) *Tomo* 1. *Phyſic. Lect.* 15.

(*) *Cave tamen credas, in ſingulis punctis temporis* A B *novas, & integras produci velocitates* 1 F, 2 G, 3 H: *hoc enim pacto velocitates efficerent ſpatii, ſeu trianguli aream* A B E: *ſed una velocitas* B E, *a puncto* A *incipiens produci, & augeri, per totum tempus* A B *perſeverat, & ſenſim augetur: in ſingulis tamen punctis temporis velocitas non niſi per lineam repræſentatur.*

(b) *Elem. Geom. Elem.* 3. *n.* 125.

ſorum (*a*), hoc eſt, temporum (n. 230.): ea triangula ſunt ſpatia a mobili prædictis temporibus confecta (n. 230.): ſunt igitur ſpatia, ut quadrata temporum. Experimenta etiam propoſitionem demonſtrant.

COROLLARIUM.

233. Sunt igitur ſpatia compoſita, ut quadrata celeritatum in fine temporum acquiſitarum, hoc eſt, ut quadrata velocitatum 1 F, 2 G; ſunt enim hujuſmodi velocitates, ut tempora A 1, A 2 (n. 230.). Sunt etiam ſpatia in ratione duplicata temporum, aut celeritatum: Tempora vero, aut celeritates erunt inter ſe in ratione ſubduplicata ſpatiorum.

Facile iſta capient philoſophi tyrones, modo Geometriæ elementa huic operi præmiſſa recte intelligant.

PROPOSITIO XXVI.

PROBLEMA.

234. *Dato Spatio, quod mobile aliquod A certo tempore a lapſus initio computato confecit; ſpatium alio quocumque tempore ab eodem mobili conficiendum invenire.*

Reſol. Mobile A primo minuto ſecundo 15. pedes confecit; & hoc quidem eſt ſpatium, quod gravia primo illo ſui deſcenſus tempore percurrunt, ſi aeris reſiſtentia aut tollatur, aut ad corporis deſcendentis pondus ſenſibilem non habeat rationem: ex hoc igitur dato, quæritur, quot pedes tranſactis tribus ſecundis minutis peragrabit? Fiat ut 1. ad 9. temporum quadrata, ita 15. ad quartum: quod regulæ aureæ beneficio reperitur eſſe 135: atque hic pedum numerus illud eſt ſpatium, quod quæritur. Problematis demonſtratio ex antecedenti propoſitione eſt evidens.

PRO-

(*a*) *Elem. Geom.* 3. *n.* 131.

COROLLARIUM II.

208. In eodem propoſitionis caſu quo gravius & ponderoſius erit, per quod corpora deſcendunt, medium; eo majori celeritatum diſcrimine deſcendunt. Cum enim fluidum ab utroque corpore æquali eo majus pondus detrahat, quo gravius fuerit; eo detracto, majori gravitatum diſcrimine diſcrepant, ſeu majorem in graviori corpore rationem habet gravitas ad maſſam, quam in leviori: ſit v. g. pondus A 20., B 10. (Fig. 11. 13. Tab. IV.), aqua paris voluminis pondus habeat 8; ſpiritus vini 4. v. g.: per aquam deſcendet A viribus ut 12., B ut 2.: per vini ſpiritum A viribus ut 16., B ut 6.: at 12. ad 2. majorem habet rationem, quam 16. ad 6.: per aquam igitur majori celeritatum diſcrimine, quam per vini ſpiritum, licet minori utrumque velocitate, deſcendet.

209. Ut in hujuſmodi corporum deſcenſu notabilis celeritatum differentia deprehendi poſſit, ex inſigni altitudine ea demitti neceſſe eſt: ſi enim ex modica paucorum pedum, ſeu cubitorum altitudine demittantur; exiguum, quod deſcendendo impendunt, tempus ſenſibilem non inducit differentiam. Illud etiam diligenter monitum velim; adhibita ad experimentum corpora eamdem habere figuram, neceſſe eſſe; cum ex figurarum diverſitate varia mediorum reſiſtentia, & ex reſiſtentia retardatio proveniat, ut fuſius in Hydroſtatica proſequemur.

COROLLARIUM III.

210. Prædicta corpora diverſæ gravitatis ſpecificæ, ſi fuerint abſoluto pondere æqualia; tardius in medio quocumque reſiſtente ex eadem altitudine deſcendet, quod eſt ſpecifice levius: id enim corpus erit magnitudine majus: plus igitur ſui ponderis in medio reſiſtente deperdet, quam quod eſt gravius: minores igitur habebit ad deſcendendum vires.

At ſi corpora fuerint & magnitudine, & pondere æqualia, figuris inſuper ſimilia; ex quacumque demum conſtent materia, ex eadem altitudine demiſſa motum ſuum æque accelerant.

PRO-

PROPOSITIO XXI.

211. *Duo vel plura corpora ejuſdem gravitatis ſpecificæ, mole inæqualia, ex eadem altitudine in terram demiſſa, inæqualiter cadunt; quod majus eſt, & proinde gravius, citius deſcendit.*

Probatur. Et 1.o Quidem manifeſto experimento, quod num. 188. attulimus. 2.o Sint duo prædicta inæqualia corpora A B, ut 1 ad 2. quoad diametros, eorum maſſæ ſunt, ut 1. ad 8., ſuperficies autem, ut 1. ad 4. (*a*): modo ſic: licet pondera A B ſint inter ſe, ut maſſæ (n. 201.), ſi tamen inæqualem in aere aut medio quocumque reſiſtentiam patiantur in deſcenſu, inæqualiter deſcendent; ea enim duo ad deſcenſus æqualitatem requiruntur: at majorem ab aere reſiſtentiam patitur A minus, quam B: & probo.

Ut duo corpora ſphærica A B ex eadem altitudine B X (Fig. 13. Tab. IV.) deſcendant, ſubjectas aeris columnas O V removere, & loco pellere neceſſe eſt: eæ autem medii reſiſtentiam recte experimunt, & efficiunt: eſt igitur reſiſtentia, quam patitur A, ad eam, quam patitur B, ut columna, ſeu cylindrus V ad cylindrum O ejuſdem altitudinis (per hypoth.): Ii vero cylindri ſunt inter ſe, ut baſes, X, Z (*b*): baſes autem Z X ſunt maximi globorum A B circuli, quælibet ſui: reſiſtentia igitur in A eſt ad reſiſtentiam B, ut circulus Z ad circulum X, hoc eſt, ut ſuperficies A ad ſuperficiem B (*c*): reſiſtentiæ igitur ſunt inter ſe, ut corporum ſuperficies, cum pondera ſint, ut illorum maſſæ (n. 201.): at ſuperficies A ad illius maſſam major eſt, quam ſuperficies B ad maſſam B (*d*): majorem igitur reſpectu ponderis reſiſtentiam offendit A, quam B: at ſi ponderibus proportionalis offenderent reſiſtentias, æqualiter omnino ab aere retar-

(a) *Elem. Geom.* 4. *n.* 167.
(b) *Elem. Geom. n.* 157.
(c) *Elem. Geom. Introd. n.* 34.
(d) *Elem. Geom. n.* 167.

tardarentur, & deſcenderent: igitur conditione deficiente inæqualiter deſcendunt.

212. Enimvero ſi rem totam penitius examinemus, ſenſibilem effectus cauſſam, & modum ſecundum aſſertam propoſitionem invenimus. Corpora A B per aerem deſcendendo, aerem ſeparant, expellunt, radunt, & ſuperficiebus atterunt: hic autem partium attritus, & raſio fit ſecundum corporum ſuperficies, non vero ſecundum maſſas, ut ex ſe patet.

Calculo igitur & experimentis ratum, fixumque maneat, inæqualiter gravia per medium ponderoſum ex eadem altitudine inæqualiter cadere, contra ac *Ariſtoteles* pronunciaret.

OBSERVATIO.

213. *Idem pendulum ſub circulo polari arctico intra cubiculum, in quo incluſus aer ad eam, quam in Gallia habuit, temperiem redactus erat, quantum ex thermometris ſtatui poterat, ad oſcillationes concitatum 24. horis 19. oſcillationes conficit pluſquam Pariſiis eodem temporis ſpatio ediderat.* (a). *Pendulum item celerius Pariſiis, quam in locis prope æquatorem ſitis, oſcillationes peregit: adeo ut iis in locis minuenda ſit ejus longitudo, ut ſingulæ oſcillationes ſecunda temporis minuta exacta, ut Pariſiis, emetiantur; Id in* Caiena *inſula 5. gradibus ab æquatore diſſita obſervavit anno 1672. Richer: poſtea autem penduli longitudinem eſſe in eadem inſula lineis* $2\frac{1}{18}$ *minuendam, comperit des Hayes, ut eumdem ſecundorum minutorum numerum, ac Pariſiis, ederet.* Varinus *item & Del-Hayes in* Goreæ *inſula ſub latitudine gr. 14. 40. 2. lineis minuendam deprehenderunt. Tardiores etiam prope æquatorem, quam in Gallia, & Anglia eorumdem pendulorum oſcillationes plurimi deinceps deprehenderunt*, Halleius, Fevillee, Bouguer: *citiores autem propius ad polum arcticum* Maupertuis (b), le Monier *&c. Alia multa & ſimilia experimenta idem argumentum probantia legi poſ-*

(*a*) Fig. de la terre pag. 172.
(*b*) Sur la fig. de la terre.

poſſunt apud Muſchembroek (*a*). *Plurima etiam, quæ huc poſſent congeri de varia mercurii in Barometris pro locorum diverſitate altitudine prudens omitto, ſuo loco referenda: nondum enim ea principia poſuimus, ex quibus eorum explicatio, & intelligentia pendent.*

PROPOSITIO XXII.

214. *Ejuſdem corporis gravitas non eadem in omnibus locis perſeverare; ſed ab æquatore verſus polum creſcere videtur.*

Antequam propoſitionem ex ſuperioribus deducam, & quantum rei obſcuritas patitur, evincam, duo mihi ſupponenda ſunt, & admitti ab omnibus velim; ea enim inferius ſeorſim ab his demonſtrabuntur: *primo*, grave, ſeu pendulum A B eodem tempore per arcum C B, ac per integram ejus arcus, ſeu circuli diametrum horizonti B O perpendicularem deſcendere: *Secundo*, longius pendulum diuturniores, cæteris paribus, oſcillationes peragere, v. g. F H tardius, quam A B oſcillatur. (Fig. 12. Tab. IV.) Duobus hiſce datis, a modò expoſitis obſervationibus in hunc modum deducitur propoſitionis veritas. Penduli oſcillationes unicam habent cauſſam, corporis gravitatem; ex ea enim fit, ut pendulum in N adductum, ſibique relictum, ad L prolabatur, conceptoque impetu ad G uſque tranſgrediens, proprio iterum pondere relabatur &c. modo ſic: ſi eadem ubique eſſet corporis N gravitas; idem ubique inſumeret tempus, ut per duplum F L, ſeu diametrum ejuſdem circuli, hoc eſt, ab eadem altitudine recta ad horizontem deſcenderet; & conſequenter arcum N L circuli ejuſdem deſcriberet (hypotheſis); eadem enim cauſſa in paribus circumſtantiis eumdem parit effectum: at prope polos velocius, quam prope æquatorem ab eodem mobili percurritur arcus N L, hoc eſt, eadem circuli NLG diameter: major igitur, aut intenſior cauſſa, ſeu gravitas mobile N per diametrum, aut arcum N L urget, & trahit: intenſior igitur eſt ad polos, quam ad æquatorem corporum gravitas. Hinc in regionibus ſub

(*a*) Elem. Phyſ. c. 7.

ſub minore latitudine jacentibus aliquibus lineis minuendum fuit pendulum, ut æque diuturnas illic, atque Pariſiis v. g. oſcillationes conficeret.

COROLLARIUM.

215. Cum poſt ultimas obſervationes ab academicis Pariſinis ad æquatorem, & circulum polarem arcticum factas, omnes jam conveniant, tellurem Sphæroidis formam habere, magiſque a polis, quam in æquatore eſſe depreſſam, ut nos etiam in Geographia phyſica late proſequemur: longiorque ſit terreſtris æquatoris diameter, quam axis: immo & ab æquatore verſus polum ſenſim decreſcant diametri; illud ſponte ſequitur, corporum gravitatem decreſcere, creſcente eorum a centro diſtantia; augeri vero ſi illa imminuatur. Unde gravitas, ſeu pondus corporum a polis ad æquatorem minuitur, ab æquatore verſus polos progredienti augetur; in eadem a polis, ſeu æquatore diſtantia eadem ſemper perſeverat, licet corpus motu æquatori parallelo terram circumeat.

Hinc gravitatem velut virtutem quamdam a centro circumquaque diffuſam, perinde ac luminoſum quoddam circa ſe ipſum radios diſpergens, concipiunt plurimi, Neutoniani potiſſimum. Cum ex radioſa hac gravitatis diſperſione illius vires, & intenſio a centro recedendo ſenſim decreſcant, ut in luminoſi radiis item accidit; conſequens eſt, ut gravitatis vires, & intenſio in eodem corpore ſint inverſæ, ut quadrata diſtantiarum a centro; quod etiam de luce, & qualitatibus cæteris a centro aliquo circumquaque diffuſis, ſuis locis demonſtratur. Hanc de gravitate ideam non levibus conjecturis nixam inficiari non auſim, neque etiam inpræſentiarum quaſi pro aris, & focis propugnare; duo tamen adnotanda duco: *Primum* obſervationes numero 213. adductas ad hujuſmodi theoriam & gravitatis proportionem ſtabiliendam inſervire, ſed minime ſufficere: cum & gravitatis, & diſtantiarum a telluris centro diſcrimen non adeo ſit ſenſibile, ut oriri inde facile non poſſit error, & in calculum irrepere. *Secundum*, ſi vera eſt Lunæ in terram gravitas, non leviter inde aſſignata in gravitatis intenſione proportio confirmatur,

ut

ut apud Philoſophos, & Mathematicos Mechanicos ſcriptores paſſim offendes (*a*). Hæc nos commodius examinabimus, cum generale gravitatis ſyſtema & cauſſam phyſicam motuum Aſtrorum in Aſtronomia expendemus,

221. Opponitur. Ex diverſa aeris temperie provenire poteſt obſervatum in diverſis regionibus diſcrimen gravitatis in corporibus: aer ſiquidem alio in climate rarior, alia item regione multiplici de capite poteſt eſſe denſior: quo autem major fuerit aeris denſitas, eo minor erit in eodem corpore, gravitas: cum a denſiori fluido magis ſuſtentetur: a minori autem gravitate celeritas minor enaſcitur: quamdiu igitur plane non conſtiterit, adductam ſuperius in corporum deſcenſu differentiam ex diverſa aeris temperie, & ſtatu non provenire, inferre inde non poſſumus, diverſam eſſe in corporibus pro locorum diverſitate gravitatem. Reſp. Qui hujuſmodi obſervationibus operam navarunt, ſcrupuloſe ad has, atque ſimiles alias locorum, temporum, & aeris circumſtantias, ac ſtatum attenderunt, eamdemque aeris temperiem in circulo polari, ac Pariſiis erat, eodemmet tempore, ope Barometri obſervarunt, ſeu potius aerem intra cameram in Laponia ad eum caloris, raritatis, & ponderis gradum attemperarunt, quem lutetiæ Pariſiorum habuerat: id vero ope thermometri explorarunt. Deinde attento naturali rerum ordine, intenſior ad æquatorem, quam verſus polos eſt aeris calor, & raritas major; majorem igitur in majori, quam in minori latitudine denſitatem ac gravitatem habet: minorem vero immerſa in aere corpora: argumentumque propoſitionem ex hoc capite confirmat. Unius ejuſdemque corporis gravitatem pro variis a tellure diſtantiis ad æquatorem & ad polos augeri aut minui, ut rem tantummodo probabilem trado. Quæ ad illam demonſtrandam facta ſint tentamina, deducti calculi, facta experimenta, non ignoro: omniaque inferius exponemus: ea tamen probabile quidem

(a) *Vide* Caſtel *ſur la peſanteur*, & *dans le vrai ſyſteme*, Muſchemb. *Elem. c.* 7. Nollet *T.* 2.° Deſagul. *T.* 2.° Graveſand. *Inſtitut. T. I. c.* 2.

dem argumentum, demonſtrationem nequaquam exiſtere palam faciemus.

LECTIO VI.

De naturali Corporum gravium libere deſcendentium acceleratione, & aſcendentium retardatione.

DEFINITIO.

222. *Motus acceleratus* eſt, qui celeritatis incrementa ſenſim acquirit: *motus retardatus*, qui celeritatis decrementa ſenſim patitur. *Uniformiter acceleratus* eſt, qui ad ſingula æqualia temporis momenta æqualia etiam celeritatis acquirit incrementa: ſi vero ex adverſo ſingulis temporis momentis æqualia celeritatis decrementa patiatur; erit motus *Uniformiter retardatus*.

OBSERVATIO.

223. *Corpus in modica paucorum pedum v. g. altitudine locatum, & per chordam circuli demiſſum, ſeu per planum inclinatum, quo liberrime moveri poſſit, in æquales partes diviſum, ita deſcendit, ut ſi primo a lapſu tempore: puta minuto ſecundo, unam partem, v. g. pedem conficit; ſecundo æquali tempore* 3. *pedes; tertio quinque pedes peragrabit* (a). *Porro Corpus grave prope Telluris ſuperficiem libere deſcendens primo minuto ſecundo* 15. *pedes* 1. *dig. circiter conficit: ſequenti minuto ſecundo* 45. *pedes*, 3. *digitos, ut aliquot lineas mittamus, percurrit: Tertio minuto* 75. *pedes*, 5. *dig. peragrat.* (b) *Hoc etiam gravium corporum phænomenon eſt notiſſimum, per ſe obvium, & ab omnibus obſervari poteſt. Obſervandi ratio facillima, arcus aliquis ligneus, & levigatus* ASIN (fig. 19. tab. 2.) *ad horizontem* AC *rectus, ſtatuatur, atque ſupra internam illius ſuperficiem a puncto* I v. g. *levigatus demittatur globus. Supra planum inclinatum* AC (fig. 25. tab. 2.) *cujus*

(*a*) Nollet tomo 2.o a pag. 156.
(*b*) Muſchemb. Elem. Phyſ. cap. 7.

cujus notionem ſuppono omnibus notam, demittatur globus A, *&* *quantum ſpatii* A a *in dato tempore* v. g. *minuto ſecundo percurrat, diligenter notetur: tum vero facile obſervabitur, ſecundo æquali tempore ſpatium* A B *prioris triplum confici. Cum corpora ſupra plana admodum inclinata lente deſcendant; deſcenſionis incrementa facile obſervari poſſunt.*

OBSERVATIO.

224. *Grave Corpus ex inſigni altitudine libere demiſſum ſubjecta ſpatia hoc ordine percurriſſe deprehendit* P. de Chales (a), *primo ſemiminuto ſecundo* $4\frac{1}{4}$: *integro eodem ſecundo* $16\frac{1}{2}$: *primo* 1" *cum dimidio Pedes* 36. *integris*, 2" 60. : *integris* 2" *cum dimidio tertii* 90. *pedes: minutis* 3" *integris pedes* 123.; *ſpatiaque æqualibus temporibus; hoc eſt, ſemiminutis ſecundis, & a quiete numeratis percurſa ſunt hæc*, $4\frac{1}{4}$ *pedes* : $12\frac{1}{4}$: $19\frac{1}{4}$: 24 : 30 : 33. *experimentum pluſquam millies ſumma exactione ab auctore repetitum.*

Obſervante autem Ricciolo (b), *globus cretaceus unciarum* 8. *ex inſigni altitudine demiſſus notata in ſubjecto Schemate ſpatia appoſitis ad latus temporibus conficiebat.*

Tem-

(a) Staticæ Lib. 2. prop. 1.
(b) Almag. novi c. 21.

Tempora ,, '''		*Spatia in fine temporis percurſa.*	*Spatia ſeparata.*	*Tempora.*	*Spatia conjuncta. Pedes Rom.*	*Spatia diviſa.*
0.	50.	10.	10.	1.	15.	15.
1.	40.	40.	30.	2.	60.	45.
2.	30.	90. *Pedes Romani.*	50.	3.	135.	75.
3.	20.	160.	70.	4.	[illegible]	105.
4.	10.	250.	90.			

PRO-

PROPOSITIO XXIII.

225. *Corpora gravia libere ad Terram cadentia vel in Vacuo, vel in reſiſtente medio, ut in aere, motum ſuum accelerant.*

Hæc ex obſervationibus relatis luculentiſſime probatur quoad corpora libere per medium reſiſtens prolabentia: ex iis ſiquidem conſtat, gravia corpora æqualibus temporibus majora gradatim, & majora ſpatia percurrere. Quod ſi corpora per medium ponderoſum ſui diviſioni, expulſioni, & aliorum corporum motui reſiſtens labentia, ſuum nihilominus motum accelerant; id ipſum potiori jure, ſi per ſpatium vacuum, aut medium non reſiſtens deſcendant, efficiunt.

COROLLARIUM I.

226. Cum igitur Gravitas ſit vis ea, & peculiaris cauſſa, quæ in decidentibus corporibus accelerationem efficit; ſpectari illa debet, ut premens potentia mobili a tergo ſemper inſtans, illud verſus terram ſemper urgens, & impellens; in eoque per ſingula altitudinis puncta minima novos ſemper impetus velocitatis, & virium gradus imprimens. Niſi enim gravitas novos ſemper impetus, & celeritates imprimeret, ſed impreſſum ſemel a quiete motum, & impetum conſervaret; non accelerato, ſed æquabili motu deſcenderet grave: perinde ac corpus durum in aliud item durum, & quietum incurrens, diviſo per utrunque impetu, eadem cum illo celeritate æquabiliter deinceps fertur; quia prima incurſione peracta novum impetum mobili non communicat. Gravitas vero eſt potentia quædam mobili ſemper conjuncta, & ſemper urgens.

SCHOLION.

224. *Ex hoc capite non leviter Peripateticorum gravitatem in interna qualitate adſtruentium infringitur opinio: Vix enim intelligi poteſt, qua tandem ratione qualitas illa, ſeu principium intrinſecum preſſionem ſuam, vim, & energiam in ſuſpenſo corpore, quod ipſa ver-*

verſus Terram ſemper urget, nequaquam augeat, ſed eodem ſemper modo comprimat; quamprimum autem corpus deſcendere incipiat, vim, & energiam continue augeat, novum ſemper impetum, & quaſi repetitos ictus corpori infligendo: quare enim in ſuſpenſo corpore hujuſmodi vires non producit, ſi eſt principium, & cauſſa ſemper adſtans, rite applicata, immo & ſemper urgens? Si corpus illa ſemper deorſum premit, eſtque ad hujuſmodi preſſionem expedita; quare preſſionem hanc perinde, ac ſi corpus deſcendat, non multiplicat, communi cæteris cauſſarum generibus agendi modo? Hoc utique phænomenon pro ſtabiliendo gravitatis principio attendi maxime debet: Vide quæ ſupra a numero 167. diſputavimus.

COROLLARIUM II.

228. Igitur gravium libere deſcendentium motus eſt uniformiter acceleratus. Per ſingula enim temporis momenta, quæ deſcendendo corpus inſumit; novus ſemper celeritatis gradus a gravitate efficitur, & novus ſemper impetus mobili imprimitur. Porro gravitas, dum corpus eſt ſuſpenſum, eſt vis, ſeu potentia mortua, & ſimiliter in primo lapſus initio, ut vis mortua conſideratur, a quo deinceps uſque ad terram tamquam potentia viva vires ſuas auget, vel potius vis mortua ſemper exiſtens per repetitas & continuatas actiones vim vivam producit.

HYPOTHESIS.

229. Grave, quam ſemel deſcendendo acquiſivit velocitatem, eam ſervat deinceps, quoad Terram attingat; licet novos ſubinde illi gradus adjiciat: neque enim ut novam adquirat velocitatem, antiquam deperdere neceſſe eſt; neque id per vim inertiæ fieri poſſet. Vis ſcilicet, ſeu legis inertiæ illa eſt indoles, ut corporis ſervetur ſtatus, aut vires, quamdiu ab externa contraria cauſſa mutatio non inducitur.

PRO-

PROPOSITIO XXIV.

230. *Velocitates, a gravi deſcendente ſenſim acquiſitæ, ſunt inter ſe, ut tempora, quibus acquiruntur a quiete, ſeu lapſus puncto numerata: eſt dicere; velocitas in fine temporis dupli eſt ad velocitatem in fine temporis dimidii, ut 2. ad 1.*

Ut clariora hæc, & quæ ſequentur, evadant, ob oculos ſunt ſtatuenda. Recta A B C ad Horizontem perpendicularis tempus deſcenſionis repræſentet, quod in partes minimas, ſeu tempora inſenſibilia dividatur in punctis 1, 2, 3, B (fig. 6. tab. 4.) Ex puncto autem B ducatur B E ad A B perpendicularis, quæ velocitatem mobilis uſque ad punctum B acquiſitam exhibeat; ducta etiam E A, fiat triangulum A B E: Ex ſingulis item temporis, ſeu rectæ A B punctis 1, 2, 3, ducantur rectæ 1 F, 2 G &c. baſi B E, aut C D parallelæ. Sunt igitur A 1. ad 1 F, ut A 2 ad 2 G (*a*): quoniam velocitates ſunt, ut tempora, quæ per A B C repræſentantur, erunt 1 F, 2 G &c. velocitates in fine prædictorum temporum acquiſitæ, & deinceps conſervatæ: velocitaſque 2 G eſt velocitatis 1 F dupla, quia tempus A 2 eſt etiam temporis A 1. duplum.

231. Unde ab A, lapſus puncto, uſque ad 1. velocitatem 1 F acquiſivit mobile, eamque deinceps retinet: ab 1 uſque ad 2, retenta priori velocitate 1 F, aliam O G acquiſivit, eſtque integra in fine ſecundi temporis acquiſita velocitas 2 G. Suppono autem, a ſingulis rectæ, ſeu temporis A B punctis ductas rectas parallelas 1 F, 2 G, & alias infinitas trianguli plaſium A B E efformare, quod elementares inſenſibiles velocitates ſecundum tempora acquiſitas, & deinceps per omnia tempora deſcenſus conſervatas repræſentat. Porro ſingulæ velocitates ſeorſim, v. g. 3 H in tempore minimo acquiſitæ ſpectari poſſunt, ut velocitas in omnibus inſenſibilis illius & minimi temporis elementis, ſeu partibus infinite parvis realibus, aut idealibus eadem perſeverans, ac proinde æqua-

(a) *Elem. Geometr. Elem.* 3.

æquabilis; idemque de cæteris eſto judicium: ſunt vero ſpatia velocitatibus æquabilibus percurſa, ut ipſæ velocitates (a): Infinitæ igitur rectæ 1 F, 2 G, ſeu velocitates, hoc eſt, triangulorum A 1 F, A 2 G areæ ſpatia a mobili A deſcendente percurſa repræſentant.

Sunt igitur A 1, 1. 2; 2. 3. tempora ſeparata: A 1, A 2, A 3 tempora conjuncta; ſeu tempora a principio motus numerata: 1 F, 2 G, 3 H velocitates uſque ad finem ſingulorum temporum acquiſitæ; omnia triangulorum plana ſunt ſpatia percurſa (*). Geometrica hac idearum conſtructione præmiſſa, quæ verum rerum ſtatum repræſentat, aut ab illo ſenſibili errore non abludit, ſequentes propoſitiones, ſeu deſcenſus gravitatis theoria experimentis confirmata intelligetur.

PROPOSITIO XXV.

232. *Spatia compoſita, ſeu a principio motus numerata a gravibus decidentibus percurſa ſunt inter ſe, ut quadrata temporum, quibus illa percurruntur.*

Sit A 1 minutum ſecundum, A 2 (Fig. 6. Tab. IV.) duo minuta ſecunda: dico ſpatium unico tempore A 1 peragratum ad ſpatium duobus temporibus A 2 confectum, eſſe, ut eorum temporum quadrata: tempora ſunt 1, 2; eorum quadrata 1, 4: eſt igitur ſpatium, ut 1 ad 4. *Demonſtratur*: Duo triangula A 1 F, A 2 G ſimilia (b) per conſtructionem, ſunt inter ſe, ut quadrata laterum A 1, A 2 homologorum

(a) *Tomo 1. Phyſic. Lect. 15.*

(*) *Cave tamen credas, in ſingulis punctis temporis* A B *novas, & integras produci velocitates* 1 F, 2 G, 3 H: *hoc enim pacto velocitates efficerent ſpatii, ſeu trianguli aream* A B E: *ſed una velocitas* B E, *a puncto* A *incipiens produci, & augeri, per totum tempus* A B *perſeverat, & ſenſim augetur: in ſingulis tamen punctis temporis velocitas non niſi per lineam repræſentatur.*

(b) *Elem. Geom. Elem.* 3. *n.* 125.

gorum (*a*), hoc eſt, temporum (n. 230.): ea triangula ſunt ſpatia a mobili prædictis temporibus confecta (n. 230.): ſunt igitur ſpatia, ut quadrata temporum. Experimenta etiam propoſitionem demonſtrant.

COROLLARIUM.

233. Sunt Igitur ſpatia compoſita, ut quadrata celeritatum in fine temporum acquiſitarum, hoc eſt, ut quadrata velocitatum 1 F, 2 G; ſunt enim hujuſmodi velocitates, ut tempora A 1, A 2 (n. 230.). Sunt etiam ſpatia in ratione duplicata temporum, aut celeritatum: Tempora vero, aut celeritates erunt inter ſe in ratione ſubduplicata ſpatiorum.

Facile iſta capient philoſophi tyrones, modo Geometriæ elementa huic operi præmiſſa recte intelligant.

PROPOSITIO XXVI.

PROBLEMA.

234. *Dato Spatio, quod mobile aliquod A certo tempore a lapſus initio computato confecit; ſpatium alio quocumque tempore ab eodem mobili conficiendum invenire.*

Reſol. Mobile A primo minuto ſecundo 15. pedes confecit; & hoc quidem eſt ſpatium, quod gravia primo illo ſui deſcenſus tempore percurrunt, ſi aeris reſiſtentia aut tollatur, aut ad corporis deſcendentis pondus ſenſibilem non habeat rationem: ex hoc igitur dato, quæritur, quot pedes tranſactis tribus ſecundis minutis peragrabit? Fiat ut 1. ad 9. temporum quadrata, ita 15. ad quartum: quod regulæ aureæ beneficio reperitur eſſe 135: atque hic pedum numerus illud eſt ſpatium, quod quæritur. Problematis demonſtratio ex antecedenti propoſitione eſt evidens.

PRO-

(a) *Elem. Geom.* 3. *n.* 131.

PROPOSITIO XXVII.

235. *Spatia ſeparata, quæ grave deſcendens ſingulis temporibus percurrit, ſunt inter ſe, ut numeri impares in ſerie arithmetica creſcentes 1. 3. 5. 7. 9 11.*

Sint A 1, 1. 2 tempora æqualia: rectilineum ſpatium 1. F G 2 continet tria triangula æqualia triangulo A 1 F; 2 G H 3 eſt quintuplo majus, quam A 1 F; ſed hæc ſunt ſpatia ſeparata, quæ mobile in ſingulis temporibus percurrit, ut ſupra expoſuimus numero 140. Sunt igitur hæc, ut numeri impares (fig. 6. tab. 4.)

PROPOSITIO XXVIII.

236. *Quodcumque corpus grave* A *ſi celeritate* B E *in fine cujuſdam temporis* A B *acquiſita, & permanente a quiete in* A *moveretur; ſpatium conficeret duplum ejus, quod celeritate uniformiter accelerata eodem tempore conficit.*

Demonſtr. Sint A B, B C (Fig. 6. Tab. IV.) tempora æqualia: Cum in motu æquabili factum ex tempore in velocitatem ducto ſit ſpatium peragratum (a); rectangulum B C D E ſpatium referet: cum ſit factum ex tempore B C in C D velocitatem ducto: hujuſmodi rectangulum duplum eſt trianguli A B E, ſub eadem, aut æquali altitudine A B, & eadem baſi (b): ſpatium igitur a gravi decidente cum celeritate in fine temporis acquiſita, & ſemper permanente confectum eſt duplum ejus, quod velocitate ab initio motus accelerata mobile peragrat.

Unde velocitas 1 F per totum aliquod tempus ſenſim acquiſita, & ſequenti alio æquali tempore conſervata ſecundo hoc conſervationis tempore ſpatium emetitur duplum ejus, quod grave corpus ejus celeritatis ope conficit, dum eam de novo acquirit. Supradicta omnia gravibus per ſpatium vacuum aut media non reſiſtentia deſcendentibus exacte obtinent: cum

(a) *Tomo* 1.o *Phyſ. Gen. Lect.* 15.
(b) *Elem. Geom.* 3. *n.* 117.

tum gravitatis effectum, ſeu motus accelerationem nulla impediat reſiſtentia. Quid autem in aere, & cæteris reſiſtentibus mediis fiat, ex ſequentibus edoceberis.

PROPOSITIO XXIX.

237. *Aer, & cætera omnia media, per quæ grave corpus in Terræ viciniis deſcendit, gravium deſcenſum retardant; & eò amplius impediunt, quo majori celeritate gravia deſcendunt.*

Aer enim, ut de eo potiſſimum loquamur, eſt medium ſeu corpus fluidum, craſſum, & in terram etiam gravitans, quod a decidente gravi dividitur, expellitur, ſeparatur, & attollitur: aeris gravitas inferius in Aerometria phyſica plane demonſtrabitur; & impræſentiarum inter data ſupponitur: gravis igitur deſcenſui reſiſtit, eumque ex parte impedit ob vim inertiæ. 2.° Quo majori celeritate corpus deſcendit, eo majorem aeris maſſam intra idem tempus loco pellit, & attollit: plus autem virium opus eſt, & inſumitur, ut in æqualibus temporibus majorem, quam ut minorem corporis maſſam expellat, & ad motum concitet: majorem ſcilicet reſiſtentiam mobili opponit major medii maſſa, ſeu quantitas.

COROLLARIUM I.

238. Sunt igitur mediorum, per quæ grave corpus deſcendit, reſiſtentiæ, ut ſpatia ab eodem mobili percurſa: ac proinde ſunt inter ſe, ut temporum quadrata (n. 232.), aut in ratione duplicata celeritatum in fine temporum acquiſitarum (n. 233.): primo tempore v. g. grave pedem conficiens reſiſtentiam, ut unum ſuperet: duobus temporibus 4. pedes peragrat, & reſiſtentiam, ut 4. offendit. In temporibus autem æqualibus ſeorſim acceptis erunt reſiſtentiæ a principio deſcenſus numeratæ, ut numeri impares 1. 3. 5. 7. &c.

COROLLARIUM II.

239. In mediis igitur reſiſtentibus ſtabilita ſuperius deſcendentium gravium theoria, & celeritatum pro-

portio non ſervatur adamuſſim. Servaretur enim, ſi nullam mobile reſiſtentiam offenderet (n. 236.): ea autem reſiſtentia grave impedit, ne celeritatem ea ratione creſcentem in ſeſe efficiat. Hoc intelligi debet in gravium ex magnis altitudinibus per aerem deſcenſu, in quibus emetiendis ſenſibile tempus impendere, & plurimum aeris impellere neceſſe eſt. In exigua enim altitudine ſuperanda, cum & exiguum tempus impendatur, & modicus aer deturbetur; exigua medii reſiſtentia ſtabilitam gravitatis accelerationem, & agendi modum ſenſibiliter non turbat: dummodo corpus ratione figuræ, ſtatus, aut tenuiſſimi ponderis ejuſmodi non ſit, ut aeris reſiſtentiam parum ſuperet. Neque enim folium chartæ, & alia ſimilia ſecundum demonſtratas modo regulas deſcendunt.

COROLLARIUM III.

240. Cum igitur celeritates augeantur, ut tempora (n. 230.); reſiſtentiæ autem, ut temporum, ſeu celeritatum quadrata (n. 238.); in ratione multo majori creſcunt reſiſtentiæ, quam celeritates acquirantur. Hinc celeritates, quæ in ratione ſuperius expoſita numero 230. augeri deberent, ab ea ratione magis, & magis deficiunt: cum magis, & magis impediatur gravitas ad eam celeritatem efficiendam; unde etiam conſequitur, celeritatum, ſeu ſpatiorum æqualibus temporibus percurſorum differentias ſenſim minui, ut in allatis ſupra Patris *de Chales* experimentis obſervare eſt: Quæ quidem diſcrimina auctæ ſemper aeris reſiſtentiæ tribuenda ſunt.

COROLLARIUM IV.

241. Hinc etiam conſequitur, gravium deſcenſum fieri tandem æquabilem; cum ſcilicet grave illam in aere offendit reſiſtentiam, quæ impedit, ne majorem in ſeſe producat celeritatem, & acquiſitam ſolummodo conſervari patitur. Hoc autem fit, cum grave ad illam aeris reſiſtentiam pervenit, in qua ſuperanda vim omnem, qua ulterior celeritas produceretur, inſumenda eſt; deinceps enim acquiſita ad
eum

eum terminum velocitate progredietur, & æquabili motu deferetur. Hoc ipſum experimenta etiam confirmant.

COROLLARIUM V.

242. Quo denſiora, ſeu graviora fuerint media; vel leviora, cæteris paribus, decidentia corpora; eo citius motus acceleratus ad æquabilem reducetur. Motus enim accelerati ad æquabilem reductio eſt mediorum reſiſtentiæ effectus: quo major igitur hæc fuerit cauſſa, citius etiam effectum producet. Hinc in aqua multo citius, quam in aere, ceteris paribus, ad æquabilem motum reducitur grave corpus deſcendens. Pendet hoc etiam ex varia corporum figura, ſuperficie, & externa textura; cum per hujuſmodi accidentia ſtet plerumque difficilior aeris ſeparatio, attritio, raſio, & ſexcenta alia Phyſici hominis conſideratione digna, quæ in alium locum rejicimus.

PROPOSITIO XXX.

243. *Corpus ſurſum perpendiculariter projectum, vel per medium reſiſtens, vel per ſpatium vacuum impellatur, motu defertur eadem ratione retardato, qua deſcendentis corporis motus acceleratur.*

Demonſtr. Quoniam gravitas deorſum ſemper nititur, & deſcendentis corporis motum accelerat, corporum aſcenſui ſemper reſiſtit, & vi, niſuque ſemper contrario impedire, & retardare conatur; eodem igitur modo, quo gravium decidentium motum accelerat, aſcendentium retardat; eodemque pacto acceleratur deſcenſus, ac corporum aſcenſus retardatur. Hoc etiam experimenta confirmant.

COROLLARIUM I.

244. Ea igitur omnia, quæ de gravium deſcenſu hactenus demonſtravimus, in eorum aſcenſu locum pariter habent; ſi recte, ut par eſt, ſtatuantur: hoc eſt, quæ illic de ſpatiorum, & velocitatum incremento diximus, de eorum decremento hic intelli-

gantur. Igitur in ſpatio vacuo, in medio non reſiſtente, aut in modica tantummodo aſcenſione per aerem ſpatia percurſa ſunt inter ſe in ratione numerorum imparium arithmetice decreſcentium 9. 7. 5. 3. 1.; ea enim ratione inverſa augentur decidentium gravium ſpatia (*n.* 235.)

COROLLARIUM II.

245. Celeritates corporum gravium recta ad horizontem aſcendentium per medium non reſiſtens in eadem minuuntur ratione, qua augentur tempora. Eadem enim ratione retardatur, ſeu minuitur aſcenſus celeritas, qua deſcenſus augetur (*n.* 243.) Spatia item compoſita a principio ad finem uſque motus numerata, ſunt inter ſe, ut temporum, vel celeritatum quadrata: ſi nulla præcipue ſit, aut exigua medii reſiſtentia.

COROLLARIUM III.

246. Grave ſurſum projectum motum ſuum tandem amittit, & in terram motu accelerato relabitur. Cum enim gravitas ſingulis temporis momentis deorſum corpus urgeat, & celeritatem minuat; impreſſus tandem mobili impetus deſtruitur penitus: tumque gravitas nullis jam contrariis viribus impedita deorſum corpus trahit, motumque ſecundum expoſitam ſuperius rationem accelerat. Quod ſi mobile per integrum aſcenſionis tempus impreſſam ſemel ab initio velocitatem ſervaret, duplum percurreret ſpatium, atque motu retardato peragrat. Si enim velocitate BE (Fig. 6. Tab. IV.) moveri inciperet; ſpatium tempore BA motu æquabili confectum eſſet rectangulum trianguli EBA ejuſdem baſis, & altitudinis duplum (*n.* 236.)

COROLLARIUM IV.

247. Porro gravia ſurſum per aerem ad magnam altitudinem projecta motum ſuum citius, atque ſi in medio non reſiſtente aſcenderent, amittunt: ſuperanda enim illis eſt aeris reſiſtentia, ſeu inertia mobilis, quæ vires, & impetum aliquantum infringit.

git. Ex eodem capite ſpatiorum, & velocitatum proportio a ſtabilita ſuperius num. 246. ratione nonnihil deficit: ad eum modum, quo ex eadem cauſſa accelerati per aerem motus proportio ab ea, quam numeris 233. & ſequentibus poſuimus, aliquantulum aberrat.

COROLLARIUM V.

248. Corpus grave B ſurſum recta ad planum horizontis projectum ad eam altitudinem A aſcendit, ex qua ſi libere deſcendat, eam in fine motus velocitatem ſeu vires haberet, quibus ad eamdem altitudinem regrederetur. Eodem enim tempore, ac per eoſdem enim celeritatis gradus deſcendendo tranſiret; quos aſcendendo amitteret (*n.* 244.); ac proinde quodcumque corpus ex data altitudine decidens eam in fine motus accelerati velocitatem, & impetum habet, quo ad eamdem altitudinem aſcendere iterum potuiſſet.

COROLLARIUM VI.

249. Spatia; ſeu altitudines, ad quas idem, vel diverſa corpora ſurſum recta projiciuntur (in medio non reſiſtente), ſunt inter ſe, ut eorum, quæ illis primitus imprimuntur, velocitatum quadrata. Sint v. g. duo corpora ex punctis Z B ſurſum perpendiculariter projecta velocitatibus Z X, B E, quas ſenſim deperdant uſque dum Z ad B (Fig. 7.), B ad A (Fig. 6.) perveniant: cum Z B, B A (Fig. 6. 7. Tab. IV.) ſint tempora, triangula autem X Z B, B E T ſimilia repræſentent ſpatia; erunt hæc in ratione duplicata, ſeu, ut quadrata laterum ſeu velocitatum Z X, B E. Et hinc hujuſmodi Problema nullo negotio reſolves: *Datis duorum corporum ſurſum projectorum velocitatibus, una cum altitudine ad quam eorum primum aſcendit, altitudinem ſecundi invenire*: Sint v. g. duo globi a tormentis muralibus exploſi, primus velocitate 12. paſſus 600. aſcendat, ſecundus velocitate 15. projiciatur: fiat igitur ut quadratum 12. ad quadratum 15., ita 600. ad quartum ſeu 144. 225. : : 600. $937 \frac{72}{144}$ Poſtremus hic numerus altitudinem exprimit, quæ in problemate quæritur.

CO-

COROLLARIUM VII.

250. Corpus grave ſurſum projectum idem tempus in aſcendendo, atque in deſcendendo impendit. Cum eadem celeritate, diverſo tamen ordine, eadem remetiatur ſpatia (*n.* 248.); æqualiter in aſcenſu, & in deſcenſu immoratur. Hinc dato tempore 10. m. v. g., quod grave, manu, tormento bellico, aut alia potentia ſurſum projectum, & in eamdem partem relabens, inter projectionem, & lapſum impendit, facili calculo altitudo, ad quam corpus aſcendit, dignoſcitur. Primo enim conſtat, temporis dimidium, hoc eſt, 5. m. in deſcenſu poſuiſſe: Quoniam autem ſpatia deſcendendo percurſa, ſunt inter ſe, ut quadrata temporum (*n.* 232.); deinde cum corpus v. g. globus ferreus primo minuto ſecundo 15. pedes conficiat (*n.* 224.); erit ut 1. ad 25. (temporum quadrata), ita 15. ad 375. Igitur globus ferreus 5. m. 375. confecit; ad totidem igitur pedum altitudinem aſcendit.

LECTIO VII.

De Motu Corporibus gravibus a projectore quieſcente, vel tranſlato, impreſſo, ſeu externe communicato.

251. Si probe teneas, quæ ſupra de motuum compoſitione demonſtravimus, ſequentia inoffenſo pede percurres. Neque enim aliud continent, quam generalis compoſitionis motuum doctrinæ ad peculiares corporum tranſlationes applicationem, ſeu ad motum ex duplici potentia provenientem. Hujuſmodi potentiarum, alia eſt gravitas, cujus naturam, & proprietates hactenus expoſuimus, alia vero impetus ab externo motore impreſſus ſecundum multiplicem directionem; quoniam autem potentia projiciens quieſcit aliquando, interdum tamen movetur, novamque motu ſuo corpori directionem, & vim conſideratione dignam imprimit; omnia hæc impræſentiarum ſimul exponenda duxi. Omnia fere in natura motibus compoſitis efficiuntur materialia phænomena: inter hujuſmodi autem motus primum forſan locum habet, atque latiſſime omnium extenditur

tur corporum projectio, ſeu motus ille a gravitate, & projectione ortus. Idcirco quæ de hujuſmodi argumento deinceps exponemus, accuratiſſime expendi debent: paſſim ſcilicet oculis obſervantur, & in illa incidimus, illa agimus, aut ab illis afficimur; milleque hujus cauſſæ phænomena cum a natura, tum ab arte edita paſſim obſervamus.

DEFINITIO.

252. Ea corpora projici dicuntur, quæ ab externa aliqua potentia impreſſio impetu ad motum concitantur, contra, aut præter gravitatis indolem, aut vires. Corpora eo modo concitata dicuntur *projecta*, externus motor *projiciens* nuncupatur. Projectio ſecundum multiplicem directionem fieri poteſt: vel enim corpus A per rectam A B ſecundum horizontis planum projicitur; vel ſurſum per rectam A G ad horizontem A B (Fig. 24. Tab. II.) perpendicularem: vel per aliam quamcunque rectam A R ad horizontem A B obliquam projici corpus poteſt; unde triplex projectio, *horizontalis*, *recta*, & *obliqua* diſtinguitur.

Dejici etiam, & projici poſſet corpus deorſum recta ad horizontem per lineam ſcilicet G A S, ita ut majori velocitate deorſum tenderet impreſſo impetu, quam ſi ſola gravitate urgeretur; ſed hujuſmodi projectio parum attenditur.

DEFINITIO.

253. Cum corpus grave vel per planum horizontis A B, vel oblique ad horizontem projicitur, curvam lineam inferius exponendam motu compoſito deſcribit, quam *ſemitam projectionis* nuncupamus, v. g. curvam A M X N B (Fig. 14. Tab. II.) a corpore A verſus R projecto deſcriptam. Rectam vero A B a projectionis puncto A ad eum locum B, in quem corpus projicere intendimus, ducta *ſemitæ amplitudo* appellatur.

In corporum projectione duplex attenditur terminus, projectionis, ſeu directionis R, in quem projiciens collineat, & verſus quem corpus ex puncto A recta dirigit; & jactus B, in quem etiam projiciens col-

collineat, eumque corpore A ferire intendit, dum mobile verſus R recta dirigit: Punctum B *ſcopum* dicimus. Angulus denique R A B, quem linea directionis A R cum linea horizontali A B efficit, *angulus directionis* nuncupatur.

PROPOSITIO XXXI.

254. *Corpus quodcumque grave in vacuo, vel in alio medio quolibet reſiſtente, fluido recta ad horizontem ſurſum vel deorſum a motore quieſcente projectum, rectam lineam deſcribit, a qua nunquam deflectit.*

Demonſtratur. Primo nulla eſt cauſa, quæ corpus A ſecundum directionem A G, (Fig. 24. Tab. II.) vel ex G per G A projectum ab arrepta ſemel directione deturbet. Si enim corpus deorſum tendit; & impetus impreſſus, & gravitas in eamdem directionem conſpirant, mobileque cum velocitate ex duplici hac virtute producta deſcendet. Si autem corpus ſurſum per A G projiciatur, gravitas quidem deorſum renitetur, ſed mobile ſolum retardat, a ſemita autem A G non expellit: In utroque igitur caſu mobile projectum lineam rectam deſcribit.

COROLLARIUM.

255. Corpus A deorſum projectum multo majori fertur velocitate, quam ſi per quamcunque aliam directionem projiciatur (Fig. 24. Tab. II.) Nam præter velocitatem ab impreſſo impetu acceptam, motum ſuum ex gravitatis indole accelerat: & ſi ponimus grave ex projicientis viribus ſingulis minutis 15. pedes v. g. conficere; ſpatia ab ipſo ſequentibus minutis peragrata hanc ſeriem efformabunt, 30. 60. 90. 120. &c. Grave autem e contra ſurſum perpendiculariter projectum, ſi cætera ſint paria, tardiori, quam per directiones cæteras defertur motu. Gravitas enim vires ſuas ſingulis minutis ſecundis ſe ſe ſubſequentibus ſenſim augens, motum magis, & magis retardat, impreſſumque impetum debilitat, impedit, deſtruit, quoad eo penitus extincto, grave iterum eamdem viam remetiri cogit. Corpus v. g. A ita a projiciente ſurſum per A G impellatur, ut ſingulis minutis ſecundis, ſecluſa gravitate, 105. pedes

des conficeret: Primo igitur minuto ſecundo 90. ſolum conficiet: cum gravitas 15. deſtruat, ſeu impediat: ſequenti minuto ſecundo 65. peragrabit, alios enim 45. vis acceleratrix impediet (*n.* 245.): tertio per triginta pedes ſolum aſcendet; eo enim minuto ſecundo accelerata, ſeu aucta gravitatis virtus 75. pedes conficere impedit, & retardat: quarto denique ulterius aſcendere non pergit; cum tantumdem ſuperius aſcendere ab impreſſo impetu nitatur, quantum deorſum a gravitate urgetur.

SCHOLION.

256. *Motum a projiciente impreſſum æquabilem ſemper ſupponimus; neque enim aliquam acceleratricem habet cauſſam, ut motus deorſum: nullam præterea in medio reſiſtentiam ſupponimus, aut attendimus, ex qua impreſſus ſemel motus retardari poſſit.* Hac *ſtante hypotheſi ſequentem projectorum gravium theoriam, & regulas demonſtrabimus: eam a veritate aliquantulum aberrare, dum corporibus per aerem projectis applicatur, non diſſimulandum: quæ enim ab aere incedenti corpori opponitur reſiſtentia, æquabilem in projectis motum non patitur; illam tamen theoriam noſcere juvat, & opus eſt, ut nota aliunde aeris reſiſtentia, quantum illi tribuendum ſit, vel potius communi projecti corporis virium calculo detrahendum, ut projectorum theoria cum obſervatione conſentiat, dignoſcatur. Neque etiam omittendum; projecta, ſi magna, ut plerumque ſit, celeritate progrediantur, non multum ab aeris reſiſtentia perturbari.*

257. *Projecta, ad quæ potiſſimum attendimus, ſunt tormentarii globi e machinis muralibus ope pulveris pyrii inflammati exploſi: in quorum directione & exploſione plurima occurrunt, & attendi debent Philoſopho digna, & neceſſaria; quæ partim nos hoc loco explicabimus, tum vero ſecundum experimentalis Phyſicæ leges exponemus, cum de pulveris pyrii natura ſermonem inſtituemus. Illud obiter non ignorandum, eam, quam modo attingimus theoriam,* Baliſticam, *ſeu* Jaculatricem artem *vulgo dictam, eſſe ſcientiæ militaris partem, militaribus hominibus apprime neceſſariam: cum illa inter prima bellicæ ſcientiæ elementa merito numeretur; quam qui ignorat, neque liberaliter edu-*

educatus, neque bellicum ducem rite agere poſſe exiſtimatur. Ad eam rite capiendam non theoreticæ tantum veritates, ſed plurima potiſſimum, quæ in loco indicabimus, ex uſu dignoſcenda, & ex militaribus exercitiis, arcium obſidionibus; digna militaribus tyronibus ſcholæ; cognoſcenda ſunt. Baliſticæ *fundamenta inter primos jecit* Galilæus (*a*); *quem poſtea ſequuti ſunt* Keill, Vvolffius, *& alii.*

HYPOTHESIS.

258. Corpus quodcumque grave A (Fig. 24. Tab. II.) ſecundum quamcunque directionem A R horizonti A B obliquam projectum duplicis potentiæ viribus agitur; earumque directionibus ſe ſe accommodat. Movetur ſiquidem corpus ab impreſſo impetu, cujus naturam jam explicavimus; ejuſque impetus cauſſa rectam A R ſecundum quam dirigitur, deſcribetet: deinde corporis ipſius gravitas in ipſius maſſam ſemper agens, & per lineam horizonti perpendicularem urgens, corpus ad motum, per aliam tamen directionem, concitat. Omnia hæc demonſtrata ſunt ſuis locis.

COROLLARIUM.

259. Grave igitur corpus ſecundum directionem obliquam projectum, duplicique proinde potentia actum, neque gravitatis, neque projectionis directionem inſiſtit, ſed media quadam vi utrique directioni ſe ſe accommodat per diagonalem ſcilicet parallelogrami, quod prædictæ gravitatis, & impetus directiones efformant, modo ſuperius explicato.

Corpus enim ad motum per directiones A R, A S concitatum velocitatibus, quæ ſint in ratione A O ad A P, quarum directiones angulum P A O (Fig. 24. Tab. II.) efficiant, hujuſce parallelogrami P A O M diagonalem A M deſcribit.

PRO-

(*a*) *Dialogo 4. delle nuove ſcienze.*

PROPOSITIO XXXII.

160. *Corpus grave quodcumque per directionem horizonti parallelam, aut obliquam projectum curvam lineam deſcribit.*

Corpus ſcilicet A per horizontalem AH projectum, quod dato tempore, v. g. minuto ſecundo percurrat AX (Fig. 22. Tab. II.), eodem tempore, urgente gravitate, deorſum per ſpatium AT, ſeu XM deſcendet: motu igitur compoſito diagonalem AM deſcribet: ſequenti inſenſibili tempore æquali ob rationem primi motus æquabilis deſcriberet MI, motu autem accelerato MS percurreret: diagonalem igitur MN conficiet: cum autem rectæ AX, AT parallelogramorum latera, ponantur inſenſibiles; tales etiam ſunt diagonales, quæ cum diverſis ſemper directionibus deorſum ubique vergant, curvam componunt, per quam mobile A, v. g. lapis funda emiſſus movebitur.

COROLLARIUM.

161. Si igitur ex puncto A collinees in ſcopum B (Fig. 24. Tab. II.), & lapidem manu, aut glandem plumbeam ſclopo in ſcopum emittas; eum numquam attinges. Nam corporis gravitas illud deorſum continue deprimit, atque a recta AB magis ſemper, & magis removet: punctum igitur infra ſcopum B attingetur. Si tamen maxima fuerit mobilis gravis ab impreſſo impetu velocitas, exiguumque inter corpus A, & ſcopum B ſpatium interjaceat; inſenſibilis tantum committetur error: unde altius ſemper collineandum eſt, & corpus dirigendum, ſi a ſcopo deflectere nolis.

162. Oppones. Qui glandem plumbeam ex ſclopeto in ſcopum, v. g. in ſtantem avem explodit, recta in avem collineat, & glandem emittit: ſcopum nihilominus attingit: obvia autem ſunt, & quotidiana hujuſmodi experimenta, quæ cum demonſtrata propoſitione ſtare non poſſe videntur. Reſp. Si infra ſclopeti jactum in notabili diſtantia ſcopus exiſtit; a linea directionis aliquantulum glans plumbea deflectit: qualis autem ſit glandis directio, quave fa-

ratione fiat, ut licet in collineando error plerumque committatur, ſcopum tamen attingant venatores, inferius explicabitur. Deinde ſi ſcopus modice a venatore diſtat, magna quæ a pulvere pyrio glandi velocitas imprimitur, errorem plurimum minuit.

Si notum ſit tempus, quod corpus projectum, quoad ſcopum attingat, impendere debet; quantum ab eo deflectat, facile dignoſcitur, ſi probe quæ ſuperius diximus de gravium acceleratione mente teneantur: da enim duo min. ſec. eo tranſitu impendi: ſi igitur recta corpus in ſcopum projiciatur; 60. pedes inferius, quam par erat, grave impinget; cum 15. pedes primo, 45. altero m. ope gravitatis deſcendat (*num.* 224.): 60. igitur pedes altius dirigendum eſt corpus, ut ſcopum ferias.

PROPOSITIO XXXIII.

263. *Corpus grave* A *horizontali directione per* A R *projectum curvam lineam* A O F E *deſcribit, quæ phyſice quidem eſt parabola; non tamen geometrice, & rigoroſe.*

Demonſtratur. Corpus A per A R projectum ob nullam in aere reſiſtentiam (*num.* 256.) æqualibus temporibus æqualia ſpatia A X, X Z, Z R (Fig. 22. Tab. II.) conficeret: eſſent proinde ſpatia æquabiliter peragrata in ratione temporum directa: dicta igitur ſpatia A X, X Z &c. tempora ita referunt, ut primo tempore peracto corpus attingeret X, ſecundo Z &c. Quoniam autem iiſdem temporibus recta deorſum a gravitate motu accelerato corpus truditur; fit, ut primo tempore exacto, corpus, ſpatio A T, ſeu X M confecto, in M reperiatur: ſecundo vero tempore elapſo, ſpatio X S, ſeu Z N emenſo, punctum N attingat. Sunt igitur A T, A V, A C ſpatia ab accelerato motu percurſa: ergo ſunt, ut temporum, hoc eſt, ut probavimus, ut rectarum A X, A Z quadrata (*num.* 232.) ſunt autem æquales A X, T M, ut etiam A Z, V N, &c. (*a*): ergo

(a) *Elem. Geom.* 2. *n.* 105.

go ſpatia A T, A V ſunt inter ſe, ut rectarum T M, V N quadrata: at A T, A V ſunt curvæ A M N abſciſſæ; T M, V N applicatæ: ſunt igitur abſciſſæ, ut applicatarum quadrata: ergo curva A M N eſt curva parabolica. (*a*)

264. Duo in demonſtratione ſupponuntur phyſice vera, geometrice falſa: unde deducitur curvam A M N, projectorum ſemitam, phyſice quidem, & ſenſibiliter eſſe parabolam, non tamen geometrice: *primum* A X, X Z, Z R eſſe inter ſe æquales, ac proinde ſpatia, & tempora æqualia repræſentare: *ſecundum*; rectas A D, X M, Z N, R O eſſe inter ſe parallelas, ut eo pacto parallelogramorum latera efficerent æqualia: eſſentque proinde A X = T M; A Z = V N; A R = C O; A H = D E: hæc enim omnia requiruntur, ut ſpatia, ſeu abſciſſas A T, A V eſſe in ratione duplicata applicatarum T M, V N, C O inferri poſſit.

Duo autem hæc ſunt phyſice, hoc eſt, ſenſibiliter vera; geometrice, & rigoroſe falſa: Nam rectæ A B D, X M, Z N, R O ſunt ad ſenſum parallelæ; ſed cum in centro telluris productæ conveniant, & interſecentur; ſunt enim ad horizontem perpendiculares (*num.* 99.), non ſunt geometrice parallelæ. Rectæ item, ſeu ſpatia A X, X Z, Z R ponuntur, ſuntque phyſice, ſeu ad ſenſum æquales, quia nulla ſupponitur in aere reſiſtentia: reſiſtit tamen aer, & projecti velocitatem, motumque debilitat, ac minuit; neque æquabilem motum patitur. Patet igitur utraque propoſitionis pars. Demonſtratio æque in ſolidis, atque in fluidis corporibus obtinet: eamdemque de omnibus veritatem demonſtrat experientia. Cum tamen plurima philoſophorum conſideratione digna in eos fluidorum corporum motus influant; fuſius hæc in Hydrographia phyſica explicabuntur.

PRO-

(a) *Elem. Geom. Appendix I.*

PROPOSITIO XXXIV.

265. *Corpus grave ſecundum directionem quamcunque ad horizontem obliquam* A R *projectum curvam* A M N B *ſenſibiliter, licet non geometrice parabolicam deſcribit.* (Fig. 24. Tab. II.)

Demonſtr. Recta directionis A R in æquales partes A O, O Q &c. dividatur, quæ temporibus æqualibus motu illo projectionis æquabili percurrerentur (*num.* 256.): ex hujuſmodi diviſionis punctis rectæ O M, Q X &c. ad horizontem perpendiculares, rectæque A S parallelæ ita ducantur, ut ſit O M ad G X, ut quadratum rectæ A O ad quadratum rectæ A G. Ex punctis autem M X N &c. rectæ ducantur M P, X Z, N V lineæ R A parallelæ: erunt proinde parallelograma A O M P, A Q X Z &c. Interea temporis dum corpus ab A ad O projectione perveniret; lineam O M, ſeu A P gravitate percurreret: ad ejus igitur temporis finem eſſet in M: ſecundo igitur tempore per totam Q X deſcenderet, ſeu potius a recta directionis deflecteret (*n.* 232.) Tertio tempore elapſo, ad N pertinget &c.: at omnia hæc ſeriatim diſpoſita puncta parabolam efficiunt: probo: quoniam O M = A P; Q X = A Z (*a*) &c. & præterea O M eſt ad Q X, ut quadratum A O ad quadratum rectæ A Q (per conſtructionem); erunt A P, A Z : : A O: A Q: hoc eſt, ut quadratum rectæ P M ad quadratum rectæ Z X; ſunt igitur abſciſſæ, ut applicatarum quadrata: ergo curva A M X N B eſt parabola (*b*). Quæ in propoſitione præcedenti adnotavimus, eodem de capite in hac propoſitione verum habent.

COROLLARIUM I.

266. Quo major fuerit projecti corporis impetus, ſeu velocitas, eo ampliorem cæteris paribus ſemitam,

(a) *Elem. Geom.* 2. *n.* 105.
(b) *Elem. Geom. Appendix* I.



ſam; ſeu parabolam deſcribet. Fac enim A X quinque paſſus extendi: cum igitur ſint æquales A X, Z X, Z R (Fig. 22. Tab. II.) integraque A R toti C O ſemitæ amplitudini æquetur; erit C O 15. paſſus longa: Si igitur A X 10. paſſus extenderetur; eſſet integra A R, ſeu C O 30. paſſus longa; ergo eſſet longior ab majorem impetum, ac velocitatem projecti.

COROLLARIUM II.

267. Motus compoſitus ex motu projectionis æquabili, & gravitatis accelerato uniformiter deorſum, & ſurſum retardato, parabolam deſcribit; corpus enim grave donec ad altius ſemitæ punctum X, ſeu parabolæ ſummitatem perveniat, motum uniformiter ſurſum retardat: ab eo deinceps puncto per ſemitæ arcum X B (Fig. 24. Tab. II.) deorſum tendens, motum accelerat: accelerato igitur, & retardato motu parabolam deſcribit.

PROPOSITIO XXXV.

268. *Corpus grave directione horizontali projectum per* A R *ſemiparabolam* A M N O *motu compoſito ſenſibiliter deſcribit.*

Demonſtr. Punctum A, curvæ ſemitæ initium, ſupremum eſt parabolæ punctum: ab eo enim digreſſum corpus deorſum ab horizontali A H ſemper recedit. Deinde recta A C ex eo puncto verſus terræ centrum ducta, omnes applicatas T M, V N, C O (Fig. 22. Tab. II.) perpendiculariter ſecat, ut ſupra num. 263. in propoſitionis demonſtratione expoſuimus: ergo ex parabolæ notione (a) recta A C eſt ejuſdem curvæ axis, punctum A illius apex, & curva A M N O ſemiparabola: phyſice quidem, & ſenſibiliter, non diverſa ab ea, quam ſupra num. 263. retulimus. Hæc utique ſemiparabola motu projectionis æquabili, & deſcenſu uniformiter accelerato progignitur.

PRO-

(a) *Elem. Geom. Appendix I.*

PROPOSITIO XXXVI.

169. *Corpus grave* A *ſurſum oblique projectum per* A R *integram parabolam* A X N B *deſcribit.*

Demonſtr. Corpus A oblique ſurſum projectum eatenus per A M X (Fig. 24. Tab. II.) aſcendit, quoad vis gravitatis, ea tandem impetus impreſſi parte ſuperata, qua ſurſum corpus deferebatur, deorſum indole ſua mobile trahit: Punctum igitur X, ex quo tandem prævalens gravitas corpus deorſum trahere incipit, altius, quam reliqua curvæ puncta, ſupra horizontalem A B extat. Deinde idem a mobili projecto in arcu A X, atque in arcu X B deſcribendo tempus impenditur; cum æqualia ſpatia, ordine licet inverſo iiſdem temporibus grave aſcendens, & deſcendens deſcribat (*num.* 267.): æquales proinde ſunt arcus A X, X B: immo & curva ipſa ab eo puncto utrinque æqualiter recedit, ſeu ampliatur, ut ex ipſa aſcenſus, & deſcenſus uniformi retardatione, & acceleratione, una cum æquabili projectionis motu facile conſtat: hæc autem omnia ſtare non poſſunt, quin prædictum curvæ punctum X ſit parabolæ ſummitas, ſeu apex: ergo ſupra horizontalem A B integra ineſt curva parabolica a gravi oblique projecto deſcripta. Aliam prædictæ propoſitionis demonſtrationem in medium afferri ſolitam, magis geometricam, & prolixam prætermitto, ne lectorem ſpinoſis, non neceſſariis, immo & inutilibus difficultatibus ab hiſce ſtudiis deterreamus: cui aliunde plane perſuadet clara ipſa rerum expoſitio, a demonſtratis jam veritatibus evidenter deducta.

COROLLARIUM I.

170. Idem tempus impenderet corpus grave A libere ex A demiſſum in perpendiculari A D ſolius gravitatis ope percurrenda; atque in curva A M N O E (Fig. 22. Tab. II.) motu compoſito deſcribenda: eſt dicere: mobile quodcumque grave A ex data altitudine A D idem ad terram uſque impendit tempus, ſeu ad horizontem D E ſola gravitatis actione perpendiculariter deſcendat; vel impetu projectum curvam

vam quamcunque deſcribat. Hujuſce corollarii veritas præter quam quod multiplici experimento demonſtratur, ut videre eſt apud *Muſchembroek* (*a*) & alios, calculo etiam evincitur: Idem enim tempus a gravi projecto impenditur in diagonalibus inſenſibilibus A M, A N &c. motu compoſito percurrendis, atque inſumeretur ad rectam A T, vel A X, A V, vel A Z peragrandam, ſi ab una tantum cauſſa, v. g. gravitate motum ſimplicem acciperet, ut jam demonſtravi: ergo æquali tempore ſola gravitate omnes rectæ A T, T V &c. ſeu A D, atque omnes diagonales A M, M N &c. ſeu integra curva A E motu compoſito percurreretur.

COROLLARIUM II.

271. Si igitur ex eodem puncto A pluta ſimul projiciantur corpora gravia ſecundum directionem horizonti parallelam, ita ut parabolas longe inter ſe diverſas deſcribant; aliaque ad 10. ad 50. ad 100. pedes alia in terram labantur; omnia hæc corpora ſimul terram attingent. Univerſa enim eodem tempore ad terram deſcenderent, atque corpus aliud, quod una cum ipſis ex eodem puncto A libere demitteretur, ut modò demonſtravimus. Hæc in mediis non reſiſtentibus veriſſima ſunt: ſi in aere fiat periculum, ulterius requiritur, eamdem in omnibus corporibus eſſe figuram, maſſam, & volumen: ab his ſcilicet omnibus augetur, vel minuitur ejuſdem medii fluidi reſiſtentia.

COROLLARIUM III.

272. Si igitur homo ab equo æquabiliter currente delatus, aut vector in navi uniformi celeritate progredienti lapidem, vel quodcumque aliud corpus manu dimittat (idem eſt, ſi lapis a ſummitate mali libere cadat); hujuſmodi corpus ad terram per curvam parabolicam deſcendet. Idem quippe eſt, quantum

(*a*) *Commentar. in Experim. Florentina.*

tum ad curvæ deſcriptionem attinet, vel corpus grave ab impellente motu horizontali translato libere demittatur, vel ſurſum recta ab eodem impellente moto projiciatur, vel a quiescente motore projiciatur horizonti parallelum; cum lapis ab equite delatus communem cum eo habeat velocitatem horizontalem: da equitem eo tempore ab A ad R pertranſire, quo lapis ex A demiſſus ad C perveniret: lapis ab equite per A ad R (Fig. 22. Tab. II.) translato in A demiſſus per curvam parabolicam AMNO in terram deſcenderet. Similem curvam conficiet corpus a mali ſummitate deſcendens; licet vectoribus in eadem navi translatis rectam lineam deſcribere videatur, ut ſuperius explicavimus.

COROLLARIUM IV.

273. Corpus etiam ab equite motu æquabili progrediente ſurſum perpendiculariter projectum, lineam parabolicam aſcendendo, & deſcendendo ita deſcribit, ut ſupra equitis manum regrediatur. Etenim hujuſmodi corpus motu quidem æquabili horizontaliter cum equite moveretur (a); cum interea ſurſum perpendiculariter motum uniformiter primo retardatum acciperet (n. 245.), poſtea vero uniformiter a gravitate acceleratum (n. 224.) At corpus grave motu horizontali æquabili, & perpendiculari inſimul deorſum accelerato delatum, curvam parabolicam deſcribit (n. 263.): lapis igitur per parabolam deſcenderet, per eamdem vero curvam motu ſurſum retardato aſcendit, qua accelerato deorſum motu deſcendit (n. 269.) Ex motu æquabili horizontali conſequitur, quod in terram relabens corpus, in locum, ubi eques exiſtit, relabatur. Rei veritatem experimenta demonſtrant. Pari ratione demonſtrabitur corpus, motore horizontaliter translato oblique ſurſum projectum, curvam parabolicam deſcribere.

Sum-

(a) *Tom. 1.° Phyſ. Lect. 12.*

§. 5.

Summa Theoriæ, & praxis uſus Baliſticæ.

274. Eum ſibi Baliſticæ ſtudioſi finem ejuſdem artis regulis aſſequendum proponunt, ut ſcilicet e dato loco corpus grave in longinquum ſcopum dirigant, eumque feriant: ad id enim maxime prædicta artis inſerviunt theoremata, & regulæ, ut in civitatum, & munitarum arcium obſidionibus mortaria, cæteræque murales machinæ in acie, loco ſcilicet fixo, vel e navibus, ſi maritimæ expugnentur arces ita diſponantur, ut tormentarios globos magnam civitati ruinam illaturos intra obſeſſæ arcis mænia inducant; quæ ut exequantur, ad ſequentia attendere neceſſe eſt.

275. Ex ſuperius dictis circa naturam curvæ a projecto corpore deſcriptæ ſequentia inferuntur in uſu maxime neceſſaria.

Primum. Si corpus quodcumque grave A, v. g. lapis funda, glans e ſclopeto emiſſa horizontaliter projicitur per A H (Fig. 22. Tab. II.); recta A D, directio gravitatis ex puncto projectionis A perpendiculariter ad horizontem ducta deorſum, erit axis parabolæ A E a projecto corpore deſcribendæ. Punctum enim A eſt vertex illius; horizontalis A H eam in vertice tangit.

Secundum. Corpus horizontaliter projectum ſemiparabolam A O E deſcribit: a vertice enim A incipit, & ab una axis A D parte A O E tota jacet; ex alia vero parte axis alia medietas deſcriberetur, ut in fig. 17.

Tertium. Linea directionis A H parabolam tangit; totaque proinde parabola, & ſemita a corpore deſcribenda infra corporis directionem A H jacet. Corpus igitur A horizontaliter projectum in ſua directione nunquam exiſtit, aut per illam movetur; ſed ſtatim poſt projectionem ex A infra directionem A H invenitur.

Quartum. Si corpora plurima ex puncto A ſimul demittantur, unum quidem ſola gravitate per A D (Fig. 22. Tab. II.), alia ita projiciantur, ut unum parabolam A E, aliud parabolam A K deſcribat, &

 ſic

ſic de aliis quamplurimis; omnia, inquam, hæc corpora ſimul horizontem attingent. Si periculum fiat in vacuo, quæcumque adhibeantur corpora, res eveniet: ſi in aëre, vel quocumque alio medio reſiſtente, debent corpora eſſe ſimilia, & æqualia: ac proinde corpora ex eadem altitudine A horizontaliter projecta, quantalibet velocitate, & impetu projiciantur, quaſcumque etiam parabolas deſcribant, eodem tempore ad terram deſcenderent. Id theoria demonſtrat, & experientia confirmavit *Muſchembrock* (*a*). Aliquantilla diverſitas, quam obſervaſſe teſtantur academici Florentini; in id refunditur communiter, quod directio projecti non exacte congrueret cum linea horizontali, quod quidem in dirigenda, & explodenda murali machina facillimum eſt; emendari, aut dignoſci difficillimum.

276. Porro hoc ultimum corollarium præter experimenta, evincitur; quia acceleratio motus deorſum perinde fit in perpendiculari A D motu ſimplici ſecundum rectæ diviſionem in punctis T V C B D, atque motu compoſito in curva A E. Primo enim tempore finito primum mobile in T; ſecundum in M, in altero primum in V, ſecundum in N, & ita deinceps inveniretur.

PROPOSITIO XXXVII.

277. *Si corpus grave* A *ſurſum oblique ad horizontem projiciatur per* A F; *integram parabolam deſcribet* A R I: *tantumdemque temporis in aſcendendo uſque ad verticem* R, *quantum in deſcendendo ab* R *uſque ad* I *inſumet*.

Demonſtr. Corpus A e Bombarda emiſſum per A F intra datum tempus v. g. ſemiminutum ſecundum, ſpatium A B (Fig. 18. Tab. II.) percurrat. Gravitas in dato tempore ſemper agens, illudque a linea directionis jam inde ab A avertens, interim per ſpatium A a, ſeu B b trahat, ſeu trahere poſſit, & reapſe retrahat: Corpus igitur A poſt prædictum tempus

(a) *Commentar. in Exper. Acad. Florentinæ*.

pus erit in b: ex B ſecundo tempore corpus perveniret in C motu æquabili, tertio tempore in D, quarto in E; interim tamen ſpatia a gravitate percurſa, eſſent ut quadrata temporum; ac proinde poſt ſecundum tempus corpus non in C, ſed in c inveniretur, ita ut Cc ad Bb eſſet, ut quatuor ad 1: poſt tertium non in D, ſed in d: poſt quartum in e, percurſis a gravitate ſpatiis Bb, Cc, Dd, Ee, quæ ſunt, ut temporum quadrata. Cum gravitas ſemper magis, & magis impediat motum ſurſum in ratione duplicata temporum; eum tandem ſuperat, & corpus ab e deſcendere cogit.

278. Rurſus motus AG corporis A (fig. 17. tab. 2.) in duos reſolvitur Ab, Ad: quorum ſecundus, cum vel nullam, vel tantillam in medio reſiſtentiam offendat, æquabilis ſupponitur, & perſeverat, ſegmenta æqualia conficiendo *Ad*, *de*, *ef*, *fg*, *gh*, *hl* ſeu alias iis reſpondentes *bc*, *ſm*, *mn*, *nq*, *qx*, *hi*. Primus tamen motus per Ab gravitati directe oppoſitus ab illa perpetuo minuitur in ratione duplicata temporum: dum igitur interim *Ad*, *de*, *ef*, ſeu *dd*, *Cy*, *mn* æquales percurruntur; rectæ *Ab*, *Cs*, *mo* decreſcunt, ut 5, 3, 1. In L nullus eſt jam motus ſurſum; incipit igitur motus deorſum a gravitate accelerandus in eadem ratione, qua fuerat hactenus retardatus motus ſurſum: dum igitur mobile percurreret æquabiliter rectas æquales Lt, tV, VS, ſeu quæ illis inferius reſpondent; ope gravitatis motu accelerato in ratione 1. 3. 5. percurret *Ln*, *nK*, *Kf*: poſt primum igitur tempus erit corpus in *q*, poſt ſecundum in *V*, poſt tertium in *I*: eodemque modo, ſed ordine inverſo diagonales ſimiles, & æquales deſcendendo, & aſcendendo deſcribet.

COROLLARIUM.

279. Hinc patet 1.º parabolam deſcribi integram, quæcumque ſit directio ſurſum oblique AF; eadem enim demonſtratio in omnibus tenet; erunt tamen diverſæ parabolæ pro directionum, & velocitatum diverſitate, ut jam dicemus. 2.º Linea directionis AE (Fig. 18. Tab. II.), quæcumque illa ſit, parabolam ARI tangit. Ob gravitatem enim fit; ut ſemita pro-

projecti, ſeu curva in unico puncto A rectam AE tangat, extra vero A corpus perpetuo a recta AE retrahatur, 3.o Punctum R vertex Parabolæ, ubi motus furſum tandem a vi gravitatis ſuperatur, & extinguitur, eſt maxima altitudo, ad quam projectum corpus aſcendit. 4.o Hæc maxima altitudo per Axim RG deſignatur, eamque amplitudinem jactus AI per medium ſecat in G.

COROLLARIUM

280. In projectione corporis, vel recta, vel obliqua, celeritas, ſeu motus æquabilis projecti repræſentat ſemiordinatas ad axim, vel ad diametrum applicatas; motus vero gravitatis abſciſſas refert. Sunt enim æquales *Lt*, *ng*; *LU*, *Kr*; deſcenſus vero ſunt *Ln*. *LK* (fig. 17. tab. 2.): ſimiliter in directione obliqua AR, & parabola AXB, OM, QX, hoc eſt, AP, AZ (Fig. 24. Tab. II.) illis æquales, ſunt deſcenſus gravitatis, AO, AQ, hoc eſt, PM, ZX motus æquabiles projecti.

281. 2.o Et hinc quo major fuerit celeritas projecti per eamdem directionem; eo major erit amplitudo parabolæ, ſeu jactus. Fac enim, ex puncto L duo æqualia corpora horizontaliter per LS (Fig. 17. Tab. II.) projici; primum tamen duplo velocius ſecundo; Si igitur ſecundum tempore uno percurrit Lt, & gravitate deſcendit Ttq, ac proinde deſcribit parabolam Lqi; primum eodem illo primo tempore percurret LV duplam lineæ Lt, & deſcendet per VX æqualem lineæ tq: ampliorem igitur parabolam deſcribet, & ad majorem diſtantiam projicietur. Idem pari modo demonſtratur de projectione obliqua AC.

282. 3.o Tantumdem temporis impendit projectum corpus in deſcenſu ab L in I, quantum in aſcenſu ab A in L. Id ex demonſtratis liquet. Præterea tempus ex L uſque ad I eſt idem, atque tempus ex L uſque f; hoc ultimum eſt æquale tempori, quod impendit corpus ex f uſque ad L projectum viribus, quas cadendo ex L acquireret (n. 248.). Idem vero corpus projectum ex f perpendiculariter, oblique ex A in L eadem vi, quam cadendo ex L acquireret, eodem tempore ad L in utroque caſu aſcenderet.

283.

283. 4.o Si igitur projecta bombarda ex A, noſcatur tempus, quod impendit uſque in I; inveniri facile poterit altitudo f L Parabolæ, tempore in duas æquales partes diviſo. Vide ex theoria motus accelerati quantum ſpatii in nota medietate dati temporis percurratur a corpore libere cadente: ſit tempus integrum 8. min. ſec.: dimidium 4.: quatuor igitur min. ex L ad I, vel ad f pervenit. Primo minuto ſecundo a lapſu numerato 15. pedes cadendo conficiat corpus grave; 4 ſecundis peragrabit 240. pedes; totidemque erunt in axe f L, dempta ſolùmodo parva illa differentia, quæ ab aeris reſiſtentia oritur. Porro bombardæ ad eam altitudinem ut plurimum non aſcendunt, ex qua deſcendendo ad motum æquabilem deveniant; & hinc facilior erit calculus.

S C H O L I O N.

284. *Id eſt præcipuum, & quaſi unicum in baliſtica, ut ex dato loco* A *ita corpus, v. g. bombardam emittamus, ut datum ſcopum* I *v. g. turrim in nota diſtantia poſitam feriamus. Quatuor in præſenti attendi debent, 1.o vis acceleratrix ſeu retardatrix gravitatis; 2.o amplitudo jactus* A I (Fig. 18. Tab. II.); *3.o directio corporis* A E; *4.o Vis directo corpori impreſſa, ſeu velocitas. Primum jam eſt notum: reliqua tria ex obſervationibus, & calculis noſcenda ſunt; ut amplitudinem jactus agnoſcamus, & velocitatem projecti, & directionem habere oportet. Ex amplitudine, & directione prius notis eruitur etiam velocitas; tandem directio ex amplitudine ipſa, & velocitate datis infertur. Quomodo autem hæc omnia experimento & calculo agnoſcantur, ſequentia edocebunt.*

P R O P O S I T I O XXXVIII.

285. *Projecto corpore per directionem quamcumque obliquam* A B, *deſcriptaque, parabola* A F C (Fig. 19. Tab. II.), *ſi maxima altitudo* G F *parabolæ uſque ad directionem* A B *producatur; erit tota recta* G E *dupla maximæ altitudinis parabolæ* G F.

Demonſt. Corpus projectum A motu æquabili ab impellente in A accepto aſcenderet in E, ſeu in H eo

ipſo

ipſo tempore, quo a motu uniformiter retardato a gravitate aſcendit in F, ſpatium igitur F E eſt effectus, ſeu retardatio gravitatis: at corpus ſurſum projectum intra datum tempus motu æquabili ad altitudinem aſcenderet duplam illius, ad quam eo ipſo tempore aſcendit, cum eſt a gravitate retardatum, ut ſupra demonſtravimus num. 236.; ſpatium igitur AH, hoc eſt, G E eſt duplum altitudinis maximæ G F; ſunt igitur æquales G F, F E.

COROLLARIUM.

286. Si igitur ex puncto C, in quo parabola horizontalem A C ſecat, eſtque ex ea parte parabolæ A F C a mobili deſcriptæ extremum, erigatur recta C B perpendicularis ad horizontalem A C uſque ad directionem A B; erit ea recta C B interpoſita inter horizontalem, & directionem projecti, quadrupla rectæ G F, maximæ altitudinis parabolæ.

Rectæ enim G E, C B ſunt parallelæ, ſenſu ſuperius a nobis indicato (n. 263.): cum igitur ſecent latera trianguli A B C, erunt G E ad C B, ut A G, ad A C (a): quoniam igitur A G eſt dimidium A C; erit etiam G E dimidium C B; ergo C B eſt quadrupla altitudinis G F, quæ eſt dimidia rectæ G E.

PROPOSITIO XXXIX.

287. *Sit recta* D A *perpendicularis ad horizontem, ex qua ſi cadat libere corpus projectum, eam velocitatem acquirat, qua emittitur per directionem* A B *obliquam, eaque recta, tamquam diametro, aſſumpta, deſcribatur per* D & A *ſemicirculus lineam directionis ſecans in* I; *ex punto* I *ad diametrum* A D *ducatur* IL *horizontali parallela: erit* L I *quarta pars amplitudinis* A C *parabolæ* A F C; *altitudo autem* A L *erit maxima altitudo parabolæ* G F. (Fig. 19. Tab. II.).

Ducta enim L F, deſcripta ſupponatur parabola A F C, cujus vertex ſit in F, & a recta L F tangatur,

(a) *Elem. Geom.* 3. *n.* 125.

tur, in qua ſit A G dupla, & A C quadrupla lineæ L I; G F vero maxima altitudo ſit æqualis AL; ea erit parabola, quam mobile cum data velocitate oblique projectum per A B deſcribet, neque aliam poſſet deſcribere. In parabola enim ab eo corpore deſcribenda, erit G E dupla, C B quadrupla altitudinis G F (n. 286.): ſunt autem parallelæ tres rectæ A L, G F E, C B: ſicut etiam rectæ LIF, A G; eſt igitur A L G F parallelogramum, latuſque L F lateri A G, latus A L lateri G F æqualia (*a*). Præterea etiam ſunt C B. G E :: A C. A G (*b*); ergo eſt CB ad dimidiam G E; hoc eſt, ad G F (n. 285.), ut A C ad dimidiam A G, ſeu dimidiam L F: C B vero eſt quadrupla G F (n. 286.): igitur erit A C quadrupla dimidiæ L F, ſeu A G; hæc autem medietas eſt L I: ſunt enim duo triangula LAI, IEF æquiangula, ob angulos in I oppoſitos æquales, F, & L rectos (*c*), atque æqualia latera A I, I E. Sunt igitur etiam æqualia L I, I F, L A, F E; ergo L I eſt dimidium L F, hoc eſt, A G: hoc eſt, quarta pars amplitudinis A C; A L vero eſt qualis G F.

COROLLARIUM I.

288. Cum igitur in ſemicirculo D I A ad horizontem perpendiculari, & cujus diameter DA ea ſit altitudo, ex qua deſcendens corpus eam velocitatem acquireret, quacum projicitur; cum in eo, inquam, ſemicirculo infinitæ rectæ R S, L I, M N &c. ſibi, & horizonti parallelæ, ſint quarta pars amplitudinis projectorum, quorum directiones ex puncto A infimo per S, I, N, O, &c. ducuntur; manifeſtum eſt, projectum, v. g. bombardam eadem ſemper vi projectam, pro varietate anguli directionis, ad majorem, & minorem amplitudinem projici: corpus v. g. ex A per S projectum ad minorem diſtantiam projicietur, quam per I, aut N: eruntque amplitudines parabolarum;

(a) *Elem. Geom.* 2.
(b) *Elem. Geom.* 3.
(c) *Elem. Geom.* 1.

larum, ut ſunt rectæ R S, L I, MN, quartæ earum partes, eadem ſemper velocitate manente.

189. Quare cum recta M N per centrum tranſiens, utpote radius, ſeu ſinus totus ſit major, quam cæteræ omnes R S, L I, H O, &c. ſibi parallelæ, & minorum arcuum ſinus; conſequens eſt, quod ſi bombarda dirigatur per A N, hoc eſt, per extremitatem radii M N, amplitudo jactus erit omnium maxima, ſi eadem pro omnibus ſit velocitas, ſeu virium intenſitas.

190. Et hinc plane ſequitur, quod ſi directio efficiat cum horizontali A C angulum ſemirectum, ſeu 45. graduum B A C (Fig. 19. Tab. II.); amplitudo AC erit maxima omnium, ad quas bombarda, eadem velocitate manente, projici poteſt; directio enim A V per N tranſiens, angulum ſemirectum efficit; in triangulo ſiquidem A M N rectangulo in M ſunt æquales anguli N & A, ob æqualitatem laterum, ſeu radiorum A M, M N, &c. (*a*): ſunt proinde ſemirecti (*b*): quoniam igitur M A C eſt rectus, erit etiam V A C ſemirectus, ſeu 45. graduum.

COROLLARIUM II.

191. Iisdem igitur manentibus viribus, ſeu velocitate, ſi bombarda projiciatur per punctum I, aut O, æqualiter hinc inde ab N (Fig. 19. Tab. II.) diſſita, hoc eſt, anguli directionis æqualiter hinc inde a ſemirecto differant per exceſſum, vel per defectum; erunt amplitudines jactuum, ſeu parabolarum æquales: cum ſint æquales rectæ H O, L I, æqualiter ab M N diſſitæ, ſintque quarta pars amplitudinis. Altitudines tamen maximæ parabolarum erunt, ut A L, ad A H. Quare ſtante eadem velocitate, quo major eſt angulus, major eſt elevatio, non tamen amplitudo. Corpus A horizontaliter projectum per A C ad nullam amplitudinem horizontalem projicitur rigoroſe loquendo: neque ad ullam altitudinem: incipiente, & creſcente elevatione per puncta S, I, N, &c. uſque

(a) *Elem. Geom.* 1.
(b) *Elem. Geom.* 2.

uſque ad N augetur amplitudo, & altitudo: Prima quidem in ratione R S, L I &c.: Secunda in ratione A R, AL &c. creſcente ulterius elevatione ab N uſque ad D, diminuitur per eoſdem gradus amplitudo, quoad in D ſit nulla: augetur tamen ſemper in priori ratione altitudo, quoad in D ſit maxima, cum percurrat totam diametrum, ſeu altitudinem A D, ex qua deſcendendo eam vim acquiſivit in A, cum qua projicitur. Et hinc ulterius patet eo majorem eſſe amplitudinem, quo major fuerit velocitas cæteris paribus.

COROLLARIUM III.

192. Sit igitur regula generalis: amplitudines projectionum, eadem velocitate manente, ſunt inter ſe, ut ſinus anguli dupli elevationis. Cum data velocitate A B projiciatur corpus modo per B F, deſcribatque parabolam B F H; poſtea vero per B E aliam parabolam deſcribat: erit amplitudo B H ad amplitudinem BG, ut DF ad CE: at DF (Fig. 20. Tab. II.) eſt ſinus anguli dupli FBH, & ſimiliter CE eſt ſinus anguli dupli E B G: Nam D F eſt ſinus anguli B I F (a); hic angulus eſt duplus anguli B A F (b); ac proinde etiam anguli F B H, æqualis angulo B A F (c). Eodem modo demonſtrabitur, C E eſſe ſinum anguli dupli anguli elevationis E B G.

SCHOLION.

193. *Nota igitur nobis eſt theoria baliſticæ, & principia, ac proportiones, quibus in projiciendis corporibus, præcipue bombardis militaribus, manuducimur: velocitas, qua bombarda projicitur ex A, talis ſemper eſt, quam, corpus grave ex aliqua altitudine majori, vel minori cadens in fine motus acquiſitam habeat* (Fig. 17. Tab. II.): *ſupra enim demonſtravimus, corpus cadens motum ſuum, & velocitatem accelerare, eoque majorem*

(a) *Elem. Geom.* 2.
(b) *Elem. Geom.* 2.
(c) *Elem. Geom.* 2.

rem in fine motus habere, quo ex majori altitudine cadit; eamque velocitatem eſſe talem, ut corpus tempore deſcenſui æquali per duplo majus ſpatium deferat; Si motu æquabili cum acquiſita velocitate deinceps moveretur. Ponamus, bombardam ea velocitate emitti, ut intra minutum ſecundum 600. *pedes motu æquabili conficiat: ſi Bombarda ab altitudine* D A (Fig. 19. Tab. II.) *pedum* 300. *fere motu accelerato deſcenderet; eam velocitatem in fine motus poſt minuta ſecunda* $4\frac{1}{2}$ *haberet* (*n.* 224.): D A *igitur in hoc caſu repræſentat altitudinem, ſeu diametrum ſemicirculi* DNA. *Dari igitur celeritatem idem eſt, atque dari diametrum* D A: *Angulus elevationis* C A B *aut obſervatione invenitur, aut calculo. Hinc omnia problemata baliſticæ ſolvuntur.*

PROPOSITIO LX.

294. *Data velocitate bombardæ ſeu recta* A D, *invenire amplitudines, & altitudines quaſcumque, quæ ſub diverſis elevationis angulis illa vi haberi poſſunt.* (fig. 19. tab. 2.).

Reſolutio. Aſſumatur in charta linea A D tot partes ſcalæ geometricæ continens, quot pedes habeat, aut repræſentet D A: ductaque ex A perpendiculari A C horizontalem referente, & facto ſemicirculo D N A, ducatur ex A recta quæcumque obliqua ad A C directionem referens: ex puncto quocumque I, in quo directio periphæriam ſecat, ducatur I L ad D A perpendicularis: aſſumptaque in linea horizontali, ad A D perpendiculari, recta A C, quæ L I quater contineat, erit ea amplitudo maxima ſub illa velocitate, & angulo; punctumque C a bombarda ferietur: inventa amplitudine A C bifariam diviſa in G (*a*), erectaque G F æquali rectæ A L, erit F vertex Parabolæ.

295. 2.° Fit ſæpiſſime, ut ex dato aliquo loco B (fig. 20. tab. 2.) intra caſtra, ſed extra civitatem aut arcem exiſtente ædificium quoddam G directa ferire,

(a) *Elem. Geom.* 1.

rire, & evertere opus ſit: eadem igitur manente velocitate, ſeu pulveris pyrii efficacia, quæritur angulus elevationis: fiat igitur, ut BH ad BG, ita DF, ſinus anguli dupli FBH, ad quartum: erit quartum ſinus anguli BIE, cujus medietas eſt angulus GBE quæſitus: regula igitur aurea problema ſolves. Eo pacto omnia alia problemata per Geometriam, aut Trigonometriam citra difficultatem reſolvuntur.

196. Ex ſuperius dictis facile etiam intelligitur, qua ratione venator ſclopeto, ſeu ignea baliſta utens (fig. 21. tab. 2.) recta in ſcopum v. g. avem V per lineam rectam OX collineet, & tamen avem feriat; licet glans, aut grana plumbea, dum interim ab X ad V perveniunt, infra rectam XV gravitate ſua deſcendere deberent & curvam deſcribere. Duplex eſt hujuſce rei cauſſa: Primo magna glandis velocitas a pulvere pyrio impreſſa, & exigua diſtantia inter X & V, in qua percurrenda vix quartam partem ſecundi minuti impendet: quo fieret, ut per unum vix pedem a ſcopo aberrare poſſimus. 2.o ut tamen is etiam error tollatur, alia eſt cauſſa: ſclopetum AX a poſteriori parte A ad aliam uſque extremitatem X ſenſim in craſſitie diminuitur, dum interim cavitas, qua vere globus dirigitur, eſt uniformis cylindrus: inde fit, ut linea directionis AE, per quam emittitur glans plumbea, & linea collineationis AXV non ſint parallelæ, ſed ſeſe interſecent: licet igitur horizontaliter, ſeu recta collinees in ſcopum V, glans tamen per curvam ad V pervenit, & aliquantulum ſupra lineam collineationis aſſurgit. Major, vel minor error oriri poteſt a diverſitate pulveris nitrati, & a majori vel minori longitudine ſclopeti. Cum grana plumbea minuta explodimus ad ſenſibilem diſtantiam; fit nonnunquam, ut ob reſiſtentiam aeris, grana a ſe invicem ſeparentur, & quaſi circularem coronam efficiant, in cujus medio exiſtens avis poſt auditum ſonum aufugiens non aberrantem venatorem relinquat confuſione plenum.

LECTIO VIII.

De deſcenſu Corporum gravium per plana inclinata; ubi de pendulis.

DEFINITIO.

297. *Linea*, ſeu *planum inclinatum* CA (Fig. 10. Tab. 4.) eſt illud, quod horizontalem CS oblique ſecat, ita ut angulum obliquum ACR efficiant. Punctum in plano ſublimius A eſt *ſummitas*, ſeu *vertex* plani. Recta AR a plani vertice ad horizontalem perpendiculariter ducta plani *altitudo* nuncupatur. Recta vero CA eſt *Longitudo plani*. *Angulus elevationis* plani eſt ACR ab horizontali CR, & plani longitudine AC formatus. Angulus autem DCR (fig. 23. tab. 4.), quem longitudo plani CD, & perpendicularis CR ab infimo plani puncto erecta efficiunt, *declinatio plani*, ſeu *angulus declinationis nuncupatur*.

DEFINITIO.

298. *Gravitatem corporis abſolutam* ſeu momentum abſolutum dico in re præſenti illud; quod corpus ipſum habet, dum libere demittitur, a nulloque retinetur, ſed libere, & perpendiculariter per AR deſcendit. *Momentum* vero, & *gravitatem relativam* dico vim, quam corpus, per planum inclinatum AC aliquo modo impeditum, deſcendendo exerit, & in ejus deſcenſum influit (fig. 10. tab. 4.) Suppono interim, corpus per planum inclinatum poſſe deſcendere, & reapſe in terram vel labendo, vel circumvolutione pervenire juxta eas, quas inferius dabimus, regulas. In primo caſu ſcilicet deſcendit corpus viribus, quibus poteſt: in ſecundo viribus, quæ a plano non eliduntur.

299. Quæ circa corporum motus ſupra planum inclinatum ſcitu digna occurrunt, ad quatuor revocantur capita. 1.° motus ipſius acceleratio; ejuſque leges: 2.° velocitas, ejuſdemque ad eam, quam corpus libere cadendo, celeritatem habet proportio: 3.° gravitatis in plano inclinato, & in perpendiculari vires,

res; & impetus: 4:o tempora, quæ a gravibus corporibus impenduntur; cum ab eadem altitudine per inclinata diverſa plana deſcendunt: quæ quidem omnia breviter expediam; neque enim conſentaneum duco; omnia; quæ in *Mechanicà*; *aut ſtaticà*; mixtæ matheſeos tractatibus; de planis inclinatis demonſtrantur; ad Phyſicam transferre. Brevitatis gratia, ne eandem crambem recoquere neceſſe ſit; quæ de gravitatum abſolutæ, & relativæ proportione dicam; de momentorum ratione dicta habe.

OBSERVATIO.

300. *Corpus grave per planum quodcumque inclinatum libere deſcendens, motum ſuum uniformiter accelerat; aſcendens vero; motu uniformiter retardato aſcendit. Hujuſmodi veritatem primus obſervavit, & deprehendit* Galilæus, *occaſionem inde nactus, ut tandem in libero gravium deſcenſu accelerationem, & in aſcenſu retardationem recte poſtea obſervaverit: eandem; ſi opus eſſet, calculo demonſtrarem.*

COROLLARIUM.

301. Corpus igitur grave; per planum inclinatum A C deſcendens, iiſdem plane legibus, ſeu proportione motum ſuum accelerat; atque ſi perpendiculariter caderet. Sunt igitur velocitates, ut tempora: ſpatia æqualibus temporibus a lapſus initio numeratis percurſa, ut numeri impares 1. 3. 5. 7. &c. (Fig. 10. Tab. IV.): ſpatia compoſita, ut temporum, ſeu velocitatum quadrata; hoc eſt, ſi mobile primo tempore A B, 4. pedes confecit; ſecundo B C 12. peragrabit; & ita de reliquis; ſuntque ſpatia compoſita A B; A C; ut 4. ad 16.; quæ ſunt temporum 1. 2. quadrata. Uno verbo: in corporum per plana inclinata accelerato deſcenſu; & aſcenſu retardato ea omnia obtinent; quæ ſupra de aſcenſu & deſcenſu perpendiculari vera eſſe demonſtravimus; cum eædem utrobique cauſſæ, & demonſtrationes locum habeant; ne igitur eadem repetamus; vide citata loca. Id unum intercedit diſcrimen, quod in planis inclinatis multo lentius deſcendit corpus; quam perpendiculariter; ob

raſionem, ſeu aſperitatem plani, & ob minorem gravitatem, quam ibi habet, ut jam explico: & hinc multo facilius obſervari poteſt proportio deſcenſus ſupra plana inclinata, quam per liberum aerem. Neque illud omittendum, in gravium per inclinata plana deſcenſu, & aſcenſu nullam, aut exiguam ſaltem, cum in aere fit, reſiſtentiam ſupponi. Cum omne corpus grave ex gravitatis indole perpendiculariter (n. 98.) ad horizontem deſcendat, aut deſcendere nitatur; planum vero inclinatum hujuſmodi deſcenſum, & gravitatis directionem impediat, & deſtruat (neque enim corporis C per C R (Fig. 7. Tab. 4.) deſcenſum permittit); manifeſtum eſt, planum inclinatum aliquam gravitatis abſolutæ partem ſuſtinere, ejuſque vim, & conatum ex parte deſtruere, dum grave per obliquam C S tendere cogit deorſum. Negari enim non poteſt, planum inclinatum B X a decidente gravi C comprimi, & atteri; compreſſio autem compreſſi obſtaculi reſiſtentiam, & comprimentis actionem includit: agit igitur in planum deſcendens grave; deſcendenti reſiſtit, ejuſque actionem ex parte deſtruit planum.

PROPOSITIO XLI.

302. *Vis, ſeu gravitas relativa corporis cujuſcumque gravis ſupra planum inclinatum* B X *eſt ad abſolutam ejuſdem corporis gravitatem, ut plani altitudo* B Z *ad illius longitudinem* B X. (Fig. 7. Tab. IV.).

Demonſtratur. Supponatur corpus C a ligamine liberum: ſi a nullo ſuſtentaretur plano, ſed libere deſcendere permitteretur per C R horizontem X Z perpendicularem; abſoluta gravitate deſcenderet, per eamque deſcendere nititur eadem abſoluta gravitate; at a plano impeditum per C S ſupra planum gravitate relativa deſcendit: quoniam autem gravitas abſoluta relativam ſuperat (n. 301.); recta C R vim abſolutam referat; recta autem C S gravitatem relativam, ſeu vim, qua corpus grave C plani reſiſtentiam ſuperat, exhibeat: perficiatur parallelogramum I S, ejus diagonalis C R, latus alterum C I: vis igitur abſoluta C R ſpectari poteſt, tamquam vis compoſita ex duabus C I, C S, parallelogrami lateribus.

Cor-

Corpus igitur in C duplici urgetur vi, quarum altera C I a plano penitus impeditur, & deſtruitur, cum ipſi directe opponatur: ſecunda C S corpus deorſum trahit, illiuſque gravitatem relativam repræſentat: ſunt igitur C R abſolutæ, C S relativæ corporis gravitates: at eſt C R ad CS, ut BX ad B Z; quod ita demonſtratur.

Quoniam B Z; C R ſunt horizontali X Z perpendiculares (n. 98.); erunt ſibi invicem parallelæ (*a*): ergo ſunt æquales anguli X B Z, S C R (*b*): ſunt autem anguli Z, & RSC recti, ac proinde æquales (*c*): ergo triangula Z X B, & R S C ſunt ſimilia (*d*): ergo ſunt C R ad C S, ut B X, ad B Z, hoc eſt, gravitas abſoluta ad relativam, ut longitudo ad altitudinem plani. Prædictæ rectæ proportionem potius preſſionum, ſeu momentorum, quam magnitudinem exprimunt, juxta illa, quæ diximus, cum de virium vivarum menſura ſuperius diſſeruimus, & compoſitionis modum expoſuimus. Nequis tamen hinc contra noſtram de virium vivarum menſura argumentari poſſe exiſtimet; animadvertere ſatis eſt, demonſtratam modò proportionem puræ preſſioni, gravitationi, hoc eſt, viribus mortuis convenire.

303. Ut hæc melius intelligantur, concipiatur corpus grave A ſupra planum A C dato quodam tempore ſpatium A a eo ipſo tempore peragrare, quo libere demiſſum rectam A P conficeret: ex P ad *a* ducatur P a, & totum parallelogrammum perficiatur: corporis per A a deſcenſus ſpectari, & recte exprimi poteſt; ut motus compoſitus duarum potentiarum A P, & A F ſeſe dato angulo F A P interſecantium (*e*), quarum prima A P (Fig. 25. Tab. II.) eſt gravitatis actio, ſecunda autem A F plani reſiſtentia plano ipſi perpendiculariter inſiſtens, cum planum mobili reſiſtat, illudque à ſe quaſi rejiciat ſecundum perpendicularem;

Cor-

(a) *Elem. Geom.* 1.
(b) *Elem. Geom.* 1.
(c) *Elem. Geom.* 1.
(d) *Elem. Geom.* 3.
(e) *Tom.* 1. *Phyſicæ Lect.* 16.

Corpus *A*, ad *a* appulſum, non per rectam AP, ſed AK longe minorem deſcendit; ſunt enim *a*K in eadem horizontali, ſeu altitudine; ſectio igitur, ſeu deſcenſus KP a plano deſtruitur. Ex puncto *a* ea vi urgebitur corpus, qua percurreret ſpatium *ap* prioris AK triplum (n. 301.): eam igitur repræſentat *ap*, ad horizontem ſemper perpendicularis, ex cujus extremo *p* ducta ad punctum *b*, quo corpus ſecundo tempore perveniret, recta *pb*, perfectoque parallelogramo *pf*, rectæ *ap*, *af* duplicem potentiam referent, quarum viribus ſpatium *ab* corpus percurrit. Ex hac expoſitione nullo negotio intelliguntur ſequentia.

COROLLARIUM I.

304. Corpus quodcumque grave C minus habet ponderis in plano inclinato quocumque, quam ſi recta ad horizontem deſcendat; hoc eſt, ſi corpus C ſupra planum inclinatum, & deinceps liberum in aere manu ſuſtineas; minorem in plano, quam in libero aere preſſionem experiere; preſſio enim gravitatis rationem ſequitur: decreſcente igitur in plano gravitate, decreſcit pondus, ſeu preſſio. Unde multo facilius pondus datum per planum inclinatum XB (Fig. 7. Tab. IV.), quam perpendiculariter attollimus, & noſmetipſos elevamus, in plano ſiquidem ponderis pars ab illo ſuſtinetur; extra planum ab integro gravamur corpore.

COROLLARIUM II.

305. Duo corpora AC, quorum primum A libere pendeat; ſecundum vero C plano inclinato innitatur, æqualem gravitationem exercent, ſi gravitas A ſit ad C, ut altitudo ZB ad longitudinem plani BX; ſi proinde ſibi mutuo alligentur, ducto per plani apicem ligamine, invicem ſeſe ſuſtentabunt; neque aliud ab alio elevabitur. Nam C gravitate ſolum relativa ſupra planum deſcendit, & corpus A elevaret: eſt autem gravitas relativa C ad ſuam gravitatem abſolutam, ut BZ, ad BX (n. 302.); ſed eamdem habent rationem gravitas abſoluta A ad abſolutam C (hy-

(hypotheſis) : æquantur igitur gravitates abſoluta A, & relativa C.

COROLLARIUM III.

306. Si plurima ex eodem puncto A, ſeu communi apice, & altitudine, naſcantur diverſæ longitudinis plana A C, A X, A S (Fig. 10. Tab. IV.), idemque corpus per ea ſenſim, & ſeorſim demittatur; aut ſupra ipſa detineatur; eo minor erit hujuſce corporis gravitas, quo major fuerit longitudo plani: aliis verbis. Corpus A (Fig. 11.) facilius per planum C A, quam per X A ejuſdem altitudinis, ſed minoris longitudinis ſurſum traheretur, aut ſupra plana detineretur. Nam eadem manente altitudine R A, quo major fuerit plani longitudo, minor etiam eſt ratio altitudinis ad longitudinem: ergo minor erit gravitatis relativæ ad abſolutam ratio: ergo ſupra majoris longitudinis planum A C minor erit gravitas relativa, quam ſupra planum A X: quo enim brevius fuerit ſub eadem altitudine R A planum A X, eo propius ad perpendicularem accedit, in qua maxima eſt gravitas.

COROLLARIUM IV.

307. Contra vero corpus quodcumque A per ejuſdem altitudinis R A, ſed diverſæ longitudinis S A, C A, (Fig. 10.) plana deſcendens, aut ſupra ipſa detentum, eo fortius planum comprimet, quo majorem habuerit longitudinem: nam relativa gravitate decreſcente, preſſio corporis ſupra planum magis augetur; tantumdem enim de corporis gravitate decedit, quantum ejus in plano preſſioni adjicitur, ut per ſe patet: cum igitur minor ſit in longiori plano gravitas relativa; magis planum comprimetur. Ut clariora hæc fiant, concipe planum horizontale R X C ſenſim ſupra punctum immotum R attolli, quoad cum perpendiculari R A congruat: aliquod inſuper grave corpus ipſi deſuper impoſitum inſiſtat. Dum planum fuerit horizontaliter diſpoſitum in R X C; totam corporis gravitatem, & pondus ſuſtinebit, & ab eo comprimetur: minus comprimitur elevatum in R N; longe minus, cum ad R B acceſſerit; tandem

per R A diſpoſitum nullam a gravi preſſionem patie-tur: unde quo major fuerit inclinationis angulus, minus premitur planum.

308. Ex adverſo corpus grave planum impoſitum, vel ab ejus extremitate A pendens omnem ſuam gravitatem exerit, ut deorſum tendat, cum planum, & rectam ad horizontem, puta ſi planum ſit R A, & corpus eſſet illi oppoſitum: plano autem per BN circa punctum R circumvolutione deſcendente, magis ſenſim, & magis corporis gravitas, quâ per planum deſcendere nititur, decreſcit, quoad horizontaliter tandem diſpoſito plano, nulla eſt gravitas, ſeu tota a plano ſuſtentatur.

COROLLARIUM V.

309. Si duo corpora A B ſupra duo diverſæ longitudinis, & elevationis, ejuſdem tamen altitudinis D M plana N M, O M (Fig. 8. Tab. IV.) ſe mutuo ſuſtinent; eorum gravitates ſunt inter ſe, ut eorumdem planorum longitudines: gravitas ſcilicet A ad gravitatem B, ut O M ad N M. Quoniam enim corporum A B gravitates relativæ ſunt æquales, & ſe mutuo ſuſtentant; eadem potentia, ſeu vis, quam voco Z per planum ad horizontem perpendiculare M D deorſum agens, utrumque corpus ſeorſim ſuſtentare poterit: ſunt autem gravitates A, B ad Z, ut plana, quibus inſiſtunt, ad altitudinem M D; hoc eſt, gravitas A eſt ad Z, ut M O ad M D; gravitas B eſt ad Z, ut M N, ad M D (n. 302.): ergo gravitas abſoluta A eſt ad gravitatem B, ut M O, ad M N.

310. Supradicta omnia in nobiſmetipſis experimur, cum per diverſorum montium declivitates aſcendimus, deſcendimus, pondera portamus, cum ſcalam conſcendimus &c. Flumina omnia per alveos, tanquam per plana inclinata, deſcendunt, & hinc tam varia fluminum velocitas pendet. Scala, declivitas montium, fluminum alvei, & infinita alia hujuſmodi ſunt totidem plana inclinata, in quibus exacte obſervantur, quæ hactenus demonſtravimus. (Fig. 10.) Hinc 1.° ut ad montis culmen aſcendamus, non recta per montis declivitatem, ſed per tortuoſum iter progredimur; ut ſcilicet ſuaviori plano minus defati-

ge-

gemut, & qui recta aſcendere non poſſumus, per longius planum inclinatum valeamus. 2.º Boves plauſtra, & ſarcinas difficilius multo per X A, quam per C A trahunt. 3.º e contrario aqua, & corpora quæcumque alia brevius, & impetuoſius per A X, quam per A C ad horizontem prolabuntur, abſoluta gravitate minus impedita.

PROPOSITIO XLII.

311. *Velocitas cujuſcumque corporis gravis per planum inclinatum* C A (Fig. 10. Tab. IV.) *pondere ſuo decidentis, dato quocumque tempore ab initio motus numerato acquiſita, eſt ad velocitatem, quam eodem tempore idem grave* A *perpendiculariter cadendo acquireret, ut altitudo eſt ad longitudinem plani, ſeu, ut* AR *ad* A C.

Demonſtratur. Cauſa corporum deſcenſus, & accelerationis eſt gravitas, relativa quidem in plano inclinato, abſoluta vero, ſi grave libere deſcendat (n. 96.): ſunt autem effectus cauſis ſuis integris, ſeu perfectis, atque neceſſario agentibus proportionales; earumque virium rationem ſequuntur: effectus igitur, ſeu velocitas in plano eſt ad effectum, ſeu velocitatem motus per lineam perpendicularem, ut gravitas relativa ad gravitatem abſolutam ejuſdem corporis, hoc eſt, ut altitudo ad longitudinem plani, ſeu ut A R ad A C. Hanc enim rationem inter gravitates abſolutam, & relativam ſupra demonſtravimus. Debent tamen tempora in comparationem aſſumpta, a lapſu, ſive principio motus, vel pari a lapſu intervallo computari; neque enim contendimus, grave prope plani inclinati finem C parem, ac in perpendicularis deſcenſus initio velocitatem acquirere.

COROLLARIUM I.

312. Si ex puncto C, tamquam centro, intervallo longitudinis plani inclinati C B (fig. 23. tab. 1.) deſcribatur circuli quadrans A G; erit C A, hoc eſt, planum ipſum C B radius, ſeu ſinus totus: AB, plani

ni altitudo, ſinus anguli elevationis A C B (*a*): eſt igitur celeritas abſoluta ad celeritatem relativam ſupra planum eodem tempore a principio motus numerato, ut ſinus totus ad ſinum anguli elevationis plani: eamdem autem ſequuntur rationem gravitas abſoluta, & relativa ejuſdem corporis gravis, ut ſupra adſtruimus.

Non melius fortaſſe preſſiones, velocitates, vires corporum ſupra plana inclinata comprehendes, quam ſi planum C A horizontale, fixo manente puncto C, ſenſim ex A, ubi pondere premitur, elevetur: in A enim totam preſſionem ſuſtinet planum, in G nullam: ab A ad G adſcendendo ſenſim diminuitur preſſio ſupra planum, & augetur vis, & velocitas relativa in ratione ſinuum H B, I D &c.

COROLLARIUM II.

313. Corpus igitur quodcumque grave A ex puncto A libere primum, poſtea vero per planum inclinatum deſcendens, inæqualibus velocitatibus, & temporibus ad terram uſque perveniret: eſſent enim hujuſmodi velocitates reciproce, ut viæ confectæ, ſeu ut perpendicularis A R, & obliqua AC, perpendiculari longior. (fig. 10. tab. 4.). Eo minorem etiam celeritatem habebit in plano, quo major fuerit ejuſdem plani longitudo, eadem manente altitudine; cum minorem habeat rationem A R ad A C, quam ad A X (*b*). Loquimur de velocitatibus tempore acquiſitis: aliter propoſitio eſſet falſa. Vide num. 320.

COROLLARIUM III.

314. Spatia A B, A R ab eodem corpore gravi A ex puncto A per A R libere, poſtea vero per planum inclinatum quodcumque A C demiſſo, in eodem tempore a lapſu numerato percurſa, ſunt inter ſe, ut velo-

---

(a) *Elem. Geom.* 2.
(b) *Elem. Geom. Introductio*.

velocitas relativa ad abſolutam, ſeu, ut gravitas relativa ad abſolutam (fig. 10. tab. 4.) .

Demonſtratur. Si corpus velocitate in B acquiſita æqualiter a principio deſcenſus eodem tempore, quo ex A ad B deſcendit, moveretur; ſpatium ipſius AB duplum conficeret (n. 301.); idem eſt, ſi moveatur per A R æquabiliter celeritate in R acquiſita: ſunt autem ſpatia æquabiliter eodem tempore confecta, ut corporum celeritates (*a*): eſſent igitur duplum AB, & duplum A R, ut celeritas relativa in plano A B ad celeritatem abſolutam: ergo etiam eſt A B ad AR, ut celeritas in A B ad celeritatem in A R, ſeu, ut gravitas relativa ad gravitatem abſolutam; idem enim eſt tempus ab A uſque ad R, atque ab A ad B.

COROLLARIUM IV.

315. Spatia ab eodem, vel æqualibus mobilibus in plano inclinato, & in linea perpendiculari iiſdem, ſeu æqualibus temporibus a lapſu numeratis percurſa, ſunt inter ſe inverſe, ut altitudo A R ad A C longitudinem plani: ſunt enim inter ſe directe, ut velocitates, hoc eſt, ut gravitas relativa ad abſolutam (n. 311.): eſt autem gravitas relativa ad abſolutam, ut altitudo ad longitudinem plani (n. 302.); unde erunt etiam prædicta ſpatia, ut ſinus anguli elevationis ad ſinum totum, ut ſupra numero 312. explicavimus.

COROLLARIUM V.

316. Corpore gravi A ex puncto A libere demiſſo, & noto inſuper ſpatio AR (Fig. 10. Tab. IV.), quod intra datum tempus v. g. intra minutum ſecundum confecit, facillime dignoſces quantum ſpatii in quocumque plano inclinato A C eodem tempore peragrabit. Ducta enim ex dato puncto R recta R B ad planum inclinatum perpendiculari, erit A B ſpatium a puncto lapſus A uſque ad ſectionem B a mobili intra

(a) *Tom. 1. Phyſ. Lect. 15.*

tra datum tempus, quo A R conficit, peragratum. Sunt enim hæc ſpatia R A, A B directe inter ſe, ut A R altitudo ad A C longitudinem plani; cum A R ſit inter A B, A C media proportionalis (*a*): quoniam igitur ſpatium in plano confectum ad ſpatium libere deſcendendo eodem tempore peragratum prædictam habet rationem altitudinis ad longitudinem plani (n. 315.); erit A B ſpatium quæſitum.

COROLLARIUM VI.

317. Similiter dato quocumque ſpatio AB (Fig. 10.), quod grave deſcendens intra datum tempus, puta, minutum ſecundum a lapſu confecit, ſpatium, quod intra idem tempus libere deſcendens conficeret, dignoſces; ſi ex puncto B rectam B R ad planum A B perpendicularem ducas. Erit enim A R ſpatium quæſitum, ut facile eadem demonſtratione evincitur. Utrumque problema his corollariis indicatum, duplici hac analogia ſolves *primum*: ſit A R 15. pedum: AR ſinus totus ad A B ſinum elevationis, ita A R 15. pedum ad quartum.... *Secundum*: ſit A B 3. pedum: A B ſinus elevationis eſt ad AR ſinum totum, ut AB trium pedum ad 4um.

COROLLARIUM VII.

318. Si ex eodem puncto A plurima diſponantur multiplicis longitudinis plana A C, A X, ad quæ ex dato puncto R lineæ perpendicularis, ſeu liberi deſcenſus A R ducantur perpendiculares R N, R B, R Z (Fig. 10.); hujuſmodi perpendiculares ſpatia in ſingulis planis ſecabunt, quæ grave corpus ex A per ſingula demiſſum pari tempore peragrabit, atque ſpatium A R ex eodem puncto A per ſingula plana ſimul demittantur; ad data puncta R, N, B, Z ſimul pervenient. Unde etiam patet, inæqualem prorſus corporis in diverſis planis celeritatem eſſe.

CO-

(a) *Geomet. Elem. tertium.*

COROLLARIUM VIII.

319. Statuatur planum circulare ASN ad horizontem perpendiculare, & ex ſupremo illius puncto A ad infimum N ducatur diameter NA: inſuper vero rectæ AB, AC, AS, AR ex eodem puncto, A, ad diverſa peripheriæ puncta ducantur: quæ totidem plana inclinata referant. Si corpus ex ſupremo puncto A ſeorſim & per planum liberi deſcenſus AN, & per inclinata AB, AR &c. (Fig. 9. Tab. IV.) demittitur; idem tempus in percurrendis chordis, ſeu planis AB, AC, AS, AR, atque in tota perpendiculari diametro, ſeu plano AN impendet: adeo ut ſi plura corpora gravia ex puncto A ſimul per ea omnia plana demitterentur; puncta BCSNR ſimul attingerent. Rectæ enim NS, NC, NB, NR ex infimo perpendicularis lineæ puncto N ad chordas, ſeu plana inclinata ductæ, ſunt iiſdem planis perpendiculares (*a*): igitur, ut numero 318. demonſtravimus, eodem tempore corpora ex A demiſſa ad N, atque ad S, C, B, R pervenirent.

PROPOSITIO XLIII.

320. *Corpus grave* A *per planum inclinatum* AC *deſcendens, eam, cum ad plani extremitatem* C *in plano horizontali ſitam pervenerit, velocitatem habet, quam ad punctum uſque* R *in eadem horizontali exiſtens acquireret, ſi ex puncto* A *libere deſcenderet: ſeu ad horizontem pertingens eamdem prorſus habet velocitatem, per quæcumque plana ab eadem altitudine deſcendat.* (fig. 10. tab. 4.)

Hæc propoſitio lectori phyſico hoc ratiocinio eſt probanda. Corpus grave ex A ad R, & C deſcendens, & eandem altitudinem perpendicularem emetitur, & ad eandem a centro diſtantiam pervenit; ergo ex ſtabilita ſuperius generali gravitatis proprietate, & phænomenis in ſingulis horizontalis plani punctis CRXS eamdem habet celeritatem. Quod ſi geo-

(a) *Elem. Geom.* 2.

geometricam potius concinnitatem ames; ita rem conficies.

Velocitas gravis in R eſt ad velocitatem in B, ut A C ad A R; hoc eſt; ut A R ad A B: at velocitas corporis, per A C deſcendentis, in C eſt ad velocitatem in B; ut radix quadrata ſpatii A C ad radicem quadratam ſpatii A B (n. 301.), hoc eſt, ut A C ad A R; cum ſint continue proportionales AC; AR; A B (*a*); ſitque proinde AR; ad AB in ratione ſubduplicata primæ A C ad tertiam A B: parem igitur celeritatem habet corpus ex A deſcendens cum ad C, vel cum ad R perveniat.

COROLLARIUM I.

321. Corpus igitur grave, per quæcumque plana ex eodem puncto A, ſeu altitudine ad eandem horizontalem deſcendat, parem ſemper, in hac horizontali habet celeritatem; licet alia aliis majora ſint plana: pluſque temporis in majoribus percurrendis mobile impendat, ut ſtatim dicemus. (Fig. 9.)

COROLLARIUM II.

322. Corpus grave per planum inclinatum deſcendens, eam in fine motus, cum horizontem C attingit, vim, & celeritatem habet, qua corpus ipſum ad eandem altitudinem per idem, aut ſimile planum aſcendere poteſt. Demonſtravimus ſiquidem ſupra; corpus motu libere, ſeu per lineam perpendicularem deſcendens eam acquirere velocitatem, & impetum; quo ad eamdem altitudinem, motu retardato aſcendere poſſit: cum igitur eamdem, vel recta, vel oblique deſcendat corpus, in fine motus habeat velocitatem, & proinde impetum (n. 320.); conſequens eſt, ut ad eandem altitudinem etiam poſſit acquiſito impetu regredi. (Fig. 10. tab. 4.).

PRO-

(a) *Elem. Geometr.* 3.

PROPOSITIO XLIV.

323. *Tempora, quibus corpus grave lineam liberi deſcenſus* A R; *&* *planum inclinatum* A C *percurrit, ſunt inter ſe directè, ut ſpatia; ſeu ut planorum longitudines: hoc eſt, tempus deſcenſionis per* A R *eſt ad tempus deſcenſionis per* A C, *ut* A R *ad* A C. (Fig. 10. tab. 4.).

Demonſtr. Si corpus dimidiis velocitatibus in C, & R acquiſitis per planum A C motu æquabili deſcenderet; eadem impenderet tempora; quæ modò in iiſdem planis motu accelerato peragrandis inſumit (n. 301.): Velocitates autem in C, & R acquiſitæ ſunt æquales (n. 320.); & conſequenter earum etiam dimidia; cum autem mobilium eadem celeritate translatorum motu æquabili tempora ſint directè, ut ſpatia (*a*); in facta hypotheſi motus æquabilis eſſet tempus deſcenſionis per A C ad tempus deſcenſionis per A R, ut ſpatia A C ad A R, hoc eſt, ut longitudo ad altitudinem plani: tempus igitur in plano A C motu accelerato percurrendo inſumptum eſt ad tempus in A R, ut A C ad A R (*b*).

COROLLARIUM I.

324. Inæqualibus temporibus per inæqualia plana, ejuſdem tamen altitudinis, corpus deſcendit, & quo longiora erunt plana, diuturnior erit motus: ſunt enim tempora in hiſce planis percurrendis inſumpta in directa planorum ratione.

COROLLARIUM II.

325. Si circuli planum S A R (fig. 9. tab. 4.) rectum ad horizontem ſtatuatur, & ex pluribus peripheriæ punctis R, S, C plures chordæ, ſeu plana inclinata R N, S N, C N ad infimum perpendicularis diametri punctum N ducantur; corpora gravia ſimul ex quolibet puncto R, & ex diametri vertice A demiſſa, eodem

(a) *Vide Lect. 6. & num.* 314. *in hac lect.*
(b) *Tomo primo Phyſ. lect.* 15.

dem tempore infimum punctum N attingent; ac proinde idem tempus in diametro, atque in chorda percurrenda impendunt.

Demonſt. Ex puncto R, plani, ſeu chordæ N R extremo, ducatur recta R V ad diametrum N A perpendicularis: ſi corpus grave ex V, & R demittatur; erit tempus deſcenſionis per V N ad tempus per R N, ut V N ad R N (n. 323.), hoc eſt, in ſubduplicata ratione V N ad A N, cum ſint V N, NR, A N continue geometrice proportionales (*a*). Tempus autem deſcenſionis per V N ad tempus per AN eſt etiam in ſubduplicata ratione V N ad A N (n. 301.): ergo tempus per V N eamdem habet rationem ad tempus R N, & ad tempus A N; ergo deſcenſionis tempora per R N, & per A N ſunt æqualia (*b*).

PROPOSITIO LXV.

326. *Si corpus ex data quacumque altitudine* A *ad horizontem* D X *per plura plana inclinata, & contigua* A B, B C, C D, *quæ quidem plana ſenſibili angulo* A B E *ſint ad ſe invicem inclinata, demittatur; minorem, cum horizontale punctum* D *attigerit, velocitatem habebit, atque ſi ex* A *per lineam perpendicularem ad horizontem deſcenderet*. (Fig. 26. Tab. II.).

Plures mathematici, & Philoſophi contrarium communiter in mechanicis tradunt, & hoc modo probare adnituntur: corpus ex A per planum inclinatum A B demiſſum, eam in B velocitatem habet, quam, ſi perpendiculariter per O B, vel oblique per E B deſcenderet, acquiſiviſſet (n. 320.): rurſus grave ex B per E B C deſcendens, eamdem in C habet velocitatem, atque ſi per M C deſcenderet (num. 320.). Idem enim eſt, ſive per E B C, ſive per A B C percurrat: ergo vel per duo ſibi mutuo, & horizonti inclinata plana A B, B C, ſive per unum tantummodo planum inclinatum E B C deſcendat, eamdem in C habet velocitatem. Tandem ob eamdem rationem, cum corpus grave eadem celeritate in planum
C D

(a) *Elem. Geom.*
(b) *Elem. Geom. introductio.*

CD ingrediatur: per quaſcumque vias MC, ABC, EBC, OBC, YC deſcendat, continuato deinceps per CD motu, eamdem in D habebit velocitatem, vel per planum ND, aut obliquum YCD aut plura obliqua, & contigua AB, BC, CD deſcenderit.

327. Dandum eſt huic argumento aliquid, quod noſtram propoſitionem everteret, ſi nulla ex parte claudicaret: duplex igitur diſtinguendus eſt caſus: vel plana inclinata AB, BC &c. ſenſibilem efficiunt angulum ABE, producto nimirum CB, uſque ad E; vel penitus inſenſibilem; ita ut ABC, cum CBE ad ſenſum congruat; angulumque propterea ABE minimum, & inſenſibilem efficiant: ſi primum, fallit demonſtratio, ut ſtatim evincam, & tenet propoſitio: ſi ſecundum, ſtat demonſtratio, ſed propoſitioni non opponitur, ut ex ſe patet.

Primo in caſu fallit demonſtratio, quia falſæ innititur hypotheſi grave ſcilicet per AB deſcendens nullam vim, & velocitatem in tranſitu ad planum BC amittere, ſed acquiſitam velocitatem perinde retinere, ac ſi per EB deſcendiſſet. (*) Cum corpus grave per AB deſcendens ingreditur BC, novam in B directionem aſſumere, & priorem deſerere cogitur; quia ſcilicet in novum planum impingit, quod priori directioni opponitur, & priori motui reſiſtit; omnis autem impactio, & reſiſtentia, aliquid ſemper virium, ſeu velocitatis elidit, ut eſt ex ſe notum: minori igitur velocitate in BC ingreditur, ſi per AB, quam ſi per EB deſcenderit; deſcendens ſiquidem per EB, nullam in B reſiſtentiam offendit: quod ut geometrice oſtendatur, demittatur ex puncto A plani ſummitate, in planum ſecundum CB ulterius productum uſque ad D (fig. 27. tab. 2.) perpendicularis AD; planum inſuper AB celeritatem referat, quam grave per AB deſcendens acquireret: dico rectam BD, minorem, quam AB, celeritatem repræſentare, qua grave in planum BC ingreditur.

328.

(*) *Eam hypotheſim primus poſuit Galileus, quem mathematici deinceps ſunt ſecuti: errorem detexit* Varignonius. *Quæ ſubjicitur in orationis contextu demonſtratio hypotheſis falſitatem, & veritatem propoſitionis oſtendit.*

328. Velocitas A B a deſcendente gravi in B acquiſita, in duas A D, D B reſolvitur (*a*): ſed prior A D plano B C perpendicularis penitus contraria, a plano eliditur, & deſtruitur: neque enim ejus potentiæ, ſeu velocitatis ope movetur grave in plano BC; una igitur ſupereſt velocitas D B, qua mobile planum BC ingreditur, exacto per A B deſcenſu: velocitas igitur in B acquiſita, ad velocitatem, quacum B C planum ingreditur, ſe habet, ut A B ad B D: at mobile majori velocitate in B C ingrediens, majori velocitate perveniet in C: ergo majorem in C habet velocitatem, ſi per unicum, quam ſi per duo plana inclinata deſcendat. Q. E. Dem.

COROLLARIUM I.

329. Si igitur planum A B, ut radius, vel ſinus totus accipiatur; erit velocitas per planum A B acquiſita, ad velocitatem, quacum in aliud planum BC ingreditur, ut ſinus totus ad ſinum complementi anguli: A B D ſeu ut radius ad ſinum anguli B A D; recta enim D B eſt hujuſmodi anguli D A B ſinus.

330. Quod ſi ex puncto D ad planum A B ducatur perpendicularis D F (Fig. 27. Tab. II.); corpus grave ex A deſcendens, in planum BC ingrederetur cum velocitate, quam acquireret, ſi ex F, per F B deſcenderet. Velocitas enim per A B ad velocitatem per F B eſt in ſubduplicata ratione A B ad F B (*): at A B ad B D eamdem habet ſubduplicatam rationem (*b*). Hinc iterum patet, æquales fore AB, D B, F B, ſi angulus A B D ſit penitus inſenſibilis, ac proinde A B, & D B vel eædem ſint lineæ, vel parallelæ; in eoque caſu non minui velocitatem per diverſa plana. Phænomena utramque partem probant: priorem caſum, hoc eſt, velocitatem cadendo per diverſa plana imminutam habes in homine, in ſolido corpore, in aqua per ſcalæ gradus ex alto labente: retardata enim ad ſingulos gradus velocitate, & tardius,

(*a*) *Lect. 1. hujus vol. & lect. 16. primi phyſ. vol.*

(*) *Sunt enim ſpatia, ut velocitatum quadrata* (*n. 30., & ibi cit.*).

(*b*) *Elem. Geomet.*

dius, & ſuavius deſcendunt. Habes 2. in corpore quocumque ſolido, aut fluido per concavam declivitatem montis labentibus; ſi enim alicubi declivitas inæqualiter incurvetur, ut ad montium radices plerumque fit, velocitatem ſenſim decreſcere animadvertes. Secundum vero habes in ponderibus, in corporibus per declivitates uniformiter incurvatas &c.

COROLLARIUM II.

331. Hinc patet, eo majorem fieri virium, & velocitatis corporis deſcendentis, & in aliud planum tranſeuntis amiſſionem, quo major fuerit angulus A B D; minorem, quo magis decreverit: Nam quo major fuerit angulus, minor erit recta, ſeu ſinus D B, eadem manente A B; quo vero magis ad ſe accedant A B, & D B; major erit B D, puncto D in A ſemper accedente: Concipiatur enim A B perpendiculariter ad B C inſiſtere; omnis motus corporis per A B decidentis periret in B: at quo magis AB a ſitu recto deflectit, minus recta BC motui, & directioni AB reſiſtit: quoad AB cum D B congruente, nullam jam erit reſiſtentia.

COROLLARIUM III.

332. Linea curva v. g. circuli peripheria ex lateribus infinite parvis polygoni componi concipitur: ſpectari proinde poteſt, & debet tamquam ſeries quædam, atque ordo compoſitus ex infinitis planis inclinatis inſenſibilibus ordine contiguis, & ſeſe ſub angulis infinite parvis ſecantibus; ac proinde grave corpus per circuli, aut alterius curvæ arcum deſcendens nullam velocitatis jacturam facit, dum ab aliis in alia ejuſdem curvæ puncta, arcus, ſeu plana infinite parva pertranſit; eamdemque proinde per arcum M L deſcendens in infimo arcus puncto L celeritatem habet, atque ſi recta per ſubtenſam, ſeu planum unicum inclinatum M L (Fig. 12. Tab. IV.) deſcenderet.

PROPOSITIO XLVI.

333. *Si duo gravia ſuper duobus aut pluribus planis*

ſimiliter inclinatis, & proportionalibus PA TB *deſcendant; tempora iis percurrendis impenſa, erunt inter ſe in ſubduplicata ratione longitudinum planorum.*

Demonſtr. Si duo tantum ſint plana AP, BT (Fig. 34. tab. III.); res eſt evidens; ſint enim PS, TX horizontalia plana: quoniam PA, TB ſunt ſimiliter inclinata; congruent anguli APS, BTX ſibi mutuo impoſiti: ergo duo plana AP, BT unicum efficiunt planum. In eo igitur aliud corpus ex puncto B, alterum ex *a* demittatur. Plana BT, *a* P ſunt ſpatia confecta: hæc autem ſunt, ut quadrata temporum, ſeu in ratione duplicata temporum (n. 301.); ergo tempora deſcenſus ſunt in planorum, ſeu ſpatiorum ratione ſubduplicata.

Si autem plura ſint plana, per quæ ſingula deſcendunt corpora; rem ſimili argumento conficiemus: ſint duo plana DA, AP duobus CB, BT ſimilia, & proportionalia: dico, tempus deſcenſionis per DAP eſſe ad tempus deſcenſionis per CBT, in ſubduplicata ratione DA ad CB. Tempus per DA eſt ad tempus per CB in ſubduplicata ratione DA ad CB per primam partem; cum igitur ob planorum, & angulorum B, A ſimilitudinem, gravium decidentium celeritates, & tempora in tranſitu ex aliis ad alia plana non perturbentur; eadem proportio temporis in ſecundis planis percurrendis obſervabitur: ergo integrum tempus per DAP ad integrum tempus per CBT erit in ſubduplicata ratione planorum.

COROLLARIUM I.

334. Datis igitur duabus curvis ſimilibus LN, BD, & ad horizontem ſimiliter inclinatis, erunt tempora, quibus idem, vel diverſa corpora gravia eas deſcendendo percurrunt, in ratione ſubduplicata ipſarum curvarum LN, BD (Fig. 12. Tab. IV.); hujuſmodi enim curvæ ſimiles ſunt ordines ſimiles planorum ſimilium, ſeu polygona ſimilia, ex infinitis planis minimis (*a*) & ſimiliter inclinatis ad horizontem compoſita (hypotheſis): tempora igitur iis percurrendis im-

(a) *Elem. Geom.* 3.

impenſa ſubduplicatam ipſorum planorum, ſeu curvarum habent rationem.

Sunt autem curvæ ſimiles, ut eorum radii, vel diametri: erunt igitur tempora, de quibus loquimur, in ratione ſubduplicatâ radiorum, vel diametrorum ipſarum curvarum.

COROLLARIUM II.

335. Inæqualium igitur circulorum GFN, CAD (Fig. 12. Tab. IV.) ad horizontem perpendicularium arcus ſimiles DB, LN eodem modo ad horizontem diſpoſiti ſunt inter ſe directe, ut quadrata temporum, quibus a decidente gravi percurruntur. Eorundem etiam circulorum radii, vel diametri ſunt inter ſe, ut quadrata temporum, quæ in ſimilibus arcubus percurrendis impenduntur: cum diametri eamdem, ac peripheriæ, & illius arcus ſimiles rationem habeant.

PROPOSITIO XLVII.

336. *Si Grave quodcumque* M *per exiguos, licet inæquales circuli ad horizontem recti* GFN *arcus* LM, NL, *parum a rectis ſubtenſis* LM, LN *diſcrepantes ad imum uſque diametri, & peripheriæ punctum* L *deſcendat; erunt deſcenſionis tempora phyſice & ſenſibiliter æqualia* (fig. 12. tab. 4.).

Demonſtr. Quoniam prædicti arcus cum rectis ſubtenſis fere congruunt; idem erit tempus deſcenſionis per arcum, atque per rectam ML: per arcum, atque per ſubtenſam LN: at tempora per ſubtenſas LM, LN ſunt inter ſe æqualia (n. 325.): ergo & tempora per exiguos arcus LN, LM, quantumvis inæquales. Dixi phyſice, & ſenſibiliter; mathematice enim, & geometrice non eſt perfecte æquale tempus deſcenſionis per arcus, atque per eorum ſubtenſas, cum non ſint perfecte æqualia, & ſimilia. Hinc vero, quo minores fuerint arcus, aut majoris circuli ſegmenta; eo magis ad æqualitatem accedent tempora deſcenſionis per arcum, & per illius ſubtenſam; nam quo minor fuerit arcus, aut majoris peripheriæ ſegmentum, eo minus a recta linea differt; ut vide-

re eſt in arcu L M relato ad arcum B P ſibi æqualem, ſed minoris peripheriæ ſegmentum.

Ex demonſtratis manifeſte ſequitur, gravia corpora M N, H G, per ejuſdem circuli ad horizontem recti peripheriæ arcus exiguos M L, G L, hinc inde a puncto infimo L diſpoſitos decidentia, æquale tempus in deſcenſu ad L uſque impendere.

SCHOLION.

337. *Plura alia ſcitu quidem digna, ſed quæ altiorem Geometriam ſapiunt, ſciens prætermitto, ne Tyronum mentes a Phyſicæ geometricis calculis nimium implexæ amore, & ſtudio deterream, atque ab alienem, ut fieri ea ratione ſolet: tria tantum impræſentiarum a Geometris demonſtrata indicaſſe ſufficiat:* Primum, *corpora gravia ex puncto quocumque M, aut N decidentia, citius ad horizontem, ſeu infimum punctum* L *pervenire, ſi per circuli arcum* N L, *quam ſi per illius ſubtenſam, rectam ſcilicet* N L, *deſcendat: brevius proinde per longiorem viam accedere: hoc autem non ſolius circuli, ſed cujuſcumque etiam curvæ proprium eſt.* (fig. 12 tab. 4.)

Hujuſce phænomeni, quod prima facie falſum videretur, ratio & cauſſa eſt manifeſta: arcus quicumque N M L, ab initio N magis ad rectam horizonti perpendicularem accedit, quam ſubtenſa N L: ab initio igitur lapſus majus erit corporis momentum, actio, atque velocitas per arcum, quam per chordam: quæ quidem velocitas cum ſenſim, & ſemper a lapſus puncto acceleretur, majorem viam breviori tempore conficit. Id tamen ſolum ſenſibile eſt in arcubus majoribus L N, L G, qui a ſubtenſis ſenſibiliter differunt: aliud ob oppoſitam rationem in exiguis arcubus obſervatur.

Secundum. *Corpora gravia ex data quacumque altitudine citiſſime ad horizontem* B *oblique pervenire, ſi per cycloidem a puncto* C *incipientem, & verſus* B *deorſum jacentem deſcendat: Cycloidem proinde eſſe breviſſimi deſcenſus obliqui viam non ſolum inter curvas omnes, ſed etiam inclinata quæcumque plana relatam. Cycloidis* A B C L *planum horizonti rectum ſupponitur.* Tertium *ſi integra Cyclois* A B C, *vertice* B *deorſum*

ſup-

ſpectante, perpendicularis ad horizontem ſtatuatur, & corpus grave ex quibuslibet illius peripheriæ punctis N, *aut* M (fig. 28. tab. 3.) *demiſſum, per eam curvam deſcendat ad imum uſque punctum* B; *erunt deſcenſionis tempora perfectiſſime æqualia: unde corpus grave hinc inde a puncto infimo* B *ad illud per Cycloidem demiſſum, puta ex* N I, *æqualiter, aut inæqualiter ab infimo puncto* B *remotis demiſſum, idem ad* B *uſque impendit tempus. Qui tres baſce Cycloidis proprietates geometrice demonſtratas legere deſideret,* Volfium, *aut recentiores alios Mechanicæ ſcriptores, mathematicos conſulat. Hinc cyclois commodiſſime, & utiliter ad pendula adhibetur, ut tempora exacte dimetiantur.*

Porro Cycloidem, illiuſque geneſim, & præcipuas proprietates in Geometriæ elementis expoſuimus, quantum Philoſopho opus eſſe judicavimus.

§ 5.

De Pendulis.

DEFINITIO.

338. *Pendulum* vocatur corpus quodcumque grave B tenui filo B A circa punctum aliquod immobile A religato ſuſpenſum, circa quod tamquam centrum exiguos hinc inde a puncto infimo B deſcribit arcus C B, B D, (fig. 12. tab. 4.), & liberrime movetur. Punctum A, ex quo pendet corpus, *punctum ſuſpenſionis nuncupatur*. Longitudo autem penduli eſt fili A B a ſuſpenſionis puncto A ad gravis uſque centrum B extenſio. Nulla in filo, ſenſibilis ſaltem, eſſe, aut ſupponi debet gravitas, & totum penduli pondus in pendentis gravis centro ſupponitur.

DEFINITIO.

339. Cum pendulum ex ſitu ſeu poſitione A B ad horizontem B O perpendiculari, ad punctum D v. g. adducitur, ſibique libere permittitur; deſcendit ad B, infimum arcus punctum, illudque tranſgrediens uſque ad C, eamdem relegit viam, & per B ad D regreditur: hujuſmodi itus, & reditus, penduli vibrationes, & oſcillationes dicuntur. Eſt tamen *oſcil-*

latio totius arcus C B D deſcriptio, ac deſcenſum, & aſcenſum comprehendit: *ſemivibratio* autem eſt dimidii arcus C B D deſcriptio; unde vel ſolum aſcenſum vel ſolum deſcenſum comprehendit. Pendulum aliud eſt ſimplex, compoſitum vero aliud; primum hactenus definivimus. Secundum eſt cum eidem filo A B plura gravia corpora in diverſis a puncto ſuſpenſionis A diſtantiis adnectuntur.

PROPOSITIO XLVIII.

340. *Pendulum* B A *ex puncto* B *ſuſpenſum, ſi a puncto infimo* A *in* C *v. g. adducatur, ſibique permittatur, perinde ex* C *movetur, ac ſi rupto filo per planum inclinatum, ſeu potius per arcum ſolidum, & infinite lævigatum deſcenderet; eamdem in ſuſpenſionis puncto* B *preſſionem efficit, quam ſoluto filo in ſubjectum planum vel arcum efficeret.*

Sit enim grave adductum in punctum C; ex quo ducatur recta CO (fig. 29. tab. 3.) tangens arcus, & cum illo ob utriuſque parvitatem quoad ſenſum congruens. Filo inſuper B C uſque in E producto, ducatur C I ad horizontem perpendicularis: perficiaturque parallelogramum C E O: Recta C I perpendicularis ad horizontem abſolutam corporis gravitatem exprimet: ea autem in vires C E, C O reſolvitur: quarum quidem C O, vim, ſeu gravitatem relativam in arcu, ſeu plano C O exprimet, quæ a plano, cui non opponitur, non deſtruitur: C E autem preſſionem gravis ſupra planum, ſeu vim, & gravitatem a plano deſtructam ſeu potius ſuſtentatam repræſentat; cum autem grave per vim C E filum diſtendere nitatur, & puncto ſuſpenſionis directe opponatur; hujuſmodi vis C E a filo ad ſuſpenſionis punctum religato, deſtruitur, ſeu ſuſtentatur: unaque ſupereſt vis C O, qua corpus oſcillationes conficiat, quaſi per immobilem arcum deſcenderet: cum autem hujuſmodi virium diſpoſitio, combinatio, & directio in ſingulis prædicti illius arcus punctis eadem perſeveret; perinde in arcu movetur corpus filo circa punctum B religato ſuſpenſum, ac ſi rupto filo, ſupra planum, ſeu arcum firmum immobilem, & non reſiſtentem deſcenderet.

Si corpus A per integrum circuli quadrantem ab H ad

ad A deſcenderet; diverſa ratione in diverſis quadrantis arcubus punctum ſuſpenſionis B premeret. Ex hac deſcenſionis penduli explicatione, omnes illius proprietates, & phænomena nullo negotio ex jam dictis deducuntur: ſit igitur.

COROLLARIUM I.

341. Pendulum B ex puncto ſuſpenſum, & circa illud ſeſe volvens, in C (fig. 12. tab. 4.) v. g. adductum, ſibique commiſſum, ad locum infimum B pondere ſuo deſcendit; illudque tranſgrediens, ad D uſque aſcendit, æquales hinc inde a puncto B arcus CB, BD deſcribendo, a puncto autem D deorſum in B relabens, ad æqualem ex alia parte altitudinem aſcendit: eoque pacto oſcillationes ſuas ſemper continuat. Corpus enim grave per planum inclinatum deſcendens, eam deſcendendo vim, & celeritatem acquirit, qua, niſi impediatur, ad eamdem, unde deſcenderat, altitudinem regredi poſſit, & actu aſcendat, ſi vel motum ſuum ad idem planum invertat; vel aliud ex alia parte planum inclinatum, & ſimile nactum ſit (n. 322.): cum igitur pendulum perinde moveatur, ac ſi ex utraque parte CD ſuper ſimilia plana non reſiſtentia progrederetur (n. 339.); per æquales arcus oſcillationes ſemper continuaret. Conſiderari igitur poteſt pendulum N, tamquam corpus lævigatiſſimum N per duo plana, aut arcus lævigatiſſimos, ſimiles, æquales, continuatos, & ex adverſo oppoſitos NL, LG perpetuo aſcendens, & deſcendens ſublato filo FN, & reſiſtentiis a medio, & ratione ortis. (fig. 12. tab. 4.)

Hic tamen caſus in rebus, hic ſaltem apud nos, & in tellure noſtra non exiſtit: ſupponit enim in medio non reſiſtente fieri vibrationes, cum autem aer, in quo potiſſimum pendula diſponuntur, motum impediat; inde eſt, quod pendulum B, ex C v. g. cadens ad altitudinem D priori C exactiſſime æqualem non aſcendat; eaque altitudinum differentia ſemper aucta, iis ſcilicet perpetuo decreſcentibus, pendulum tandem in infimo puncto B ſubſiſtit: hoc autem aliam inſimul habet cauſam, fili nempe AB in puncto ſuſpenſionis A attritum, unde non leviter penduli minuitur motus. Illud igitur ex demonſtratis elicitur,

tur, unicum continui hujuſmodi motus impedimentum eſſe mediorum reſiſtentiam: quo quidem nomine rationem etiam, ſeu frictionem intelligimus.

COROLLARIUM II.

342. Pendulum B A circa punctum ſuſpenſionis A libere oſcillans, arcus circulares deſcribit ea ratione, ut ex C, vel D, ad infimum uſque punctum B, ubi perpendiculariter ad horizontem inſiſtit, motum ſuum acceleret, ab eo puncto recedens motum uniformiter retardet, per eoſdemque gradus acceleratio, & retardatio, ordine tamen inverſo, atque oppoſito perficiuntur. Hoc enim pacto corporis gravis per planum inclinatum aſcenſio, & deſcenſio peragitur.

COROLLARIUM. III.

343. Idem igitur tempus a Pendulo A B in deſcenſu per D B, atque in aſcenſu per B C impenditur: ſimiliter æquali tempore aſcendendo, & deſcendendo percurrit arcum H L M, atque arcum G L N. Sunt igitur omnes unius ejuſdemque penduli (eadem ſemper longitudine manente) oſcillationes *iſochronæ*, ſeu duratione inter ſe æquales, quantumvis inæquales circuli arcus ſingulis vibrationibus percurrantur. Demonſtravimus enim ſupra (n. 336.), grave M per inæquales utcumque circuli arcus L M, L N eodem tempore deſcendere ad infimum uſque punctum: eodem etiam tempore fiunt aſcenſus, & deſcenſus, ut (n. 301.) & aliis demonſtravimus: ergo & integræ vibrationes, & earum dimidia ſunt inter ſe æqualia.

344. Ex dictis autem num. 336. conſtat, deſcenſiones per inæquales ejuſdem circuli arcus eſſe phyſice, & ſenſibiliter, non geometrice inter ſe æquales, ſeu tempore phyſice æquali peragi; corpus vero per Cycloidis A B C (fig. 28. tab. 3.) æquales, aut inæquales arcus, tempore exactiſſime æquali deſcendere: unde deducitur, penduli A B vibrationes per circulares arcus, licet inæquales, eſſe ſenſibiliter tempore æquales; vibrationes autem penduli S P motu ſuo cycloidis arcus deſcribentis, eſſe exactiſſime æquales. (fig. 20. tab. 4.)

Et hoc quidem ex capite pendulum cycloidis circula-

culari præferri deberet: ſi res ſecundum puram theoriam fieri poſſent. In uſu tamen ſecundus primo eſt utilior, atque exactior temporis menſura: ex una enim parte exigui circularis penduli arcus parum ab arcubus cycloidis differunt: ex alia chalybeæ laminæ S M, S N cycloidis, inter quas filum penduli cycloidem deſcribentis oſcillari opus eſt, perpetua illa hinc inde raſione vibrationum æqualitatem omnino impediunt.

COROLLARIUM IV.

345. Pendulum A B eo tempore arcum D B, vel B G percurrit, quo idem, vel aliud grave totam diametrum circuli cujus radius eſt A B, longitudo penduli, percurreret: tempore enim phyſice æquali, arcum L M (fig. 12. tab. 4.), aut ejus ſubtenſam percurrit (n. 336.) At eodem tempore ſubtenſam, & diametrum lapſu perpendiculari conficeret (n. 325.) dummodo arcus oſcillationum ſint exigui, ut ſemper ſupponimus, & in horologiis verum ſemper exiſtit: penduli igitur integra oſcillatio per arcum G L N eo tempore abſolvitur, quo idem, vel aliud corpus grave 4. circuli integras diametros lapſu perpendiculari percurreret. Da enim 1" arcum, ſeu ſemioſcillationem N L, hoc eſt, circuli diametrum, confici; ergo 2" totus arcus, ſeu integra oſcillatio NLG peragetur, ſi autem diameter uno minuto ſecundo percurritur; duobus conficientur diametri quatuor: ſunt enim ſpatia 1. 4. ut quadrata temporum 1. 2.

COROLLARIUM V.

346. Si igitur eadem ubique ſit corporis gravitas; idem pendulum eundem oſcillationum numerum æquali tempore ubique locorum conficiet.

Demonſt. Si eadem ſit ubique corporis G, quoad molem, & ſuperficiem haud mutati, gravitas; æquali tempore, puta minuto ſecundo quatuor diametros circuli, cujus arcus eſt G L N (fig. 12. tab. 4.) ubique terrarum percurret; dum enim eadem manet cauſa, illiuſque virtus; idem conſequitur effectus, neque niſi aucta gravitate pluſquam 4. diametros dato tempore percurret: cum igitur & oſcillatio, &

4. dia-

4. diametri eodem tempore abſolvantur ; unica tantum oſcillatio eo tempore perficietur : ſi igitur pluſquam una oſcillatio aliquo in loco, eo fiat tempore ; eodem etiam in loco ; & tempore eodem ; pluſquam 4. diametros confici neceſſe eſt : Majorem igitur haberet gravitatem, cum major cæteris paribus ſit gravitatis effectus . Ratio igitur jam conſtat, quare ſuperius, tamquam verum, ſeu potius veroſimile, aſſumpſimus, & affirmavimus : idem ſcilicet corpus, integra illius maſſa permanente, non eamdem ubique locorum gravitatem habere, non modo relativam, ſed etiam abſolutam : cum eumdem oſcillationum numerum eodem tempore non ubique conficiat : hoc eſt, creſcat, & decreſcat gravitatis effectus. Loquimur ſemper de pendulo ; cujus longitudo ſit ſemper eadem.

Veriſimile tantum, ſeu probabile, non *certum* pronuntiavi prædictum gravitatis incrementum, atque decrementum : quod ſcilicet a duobus capitibus res pendeat, quorum neutrum adhuc eſt demonſtratum: primum eſt ipſarum obſervationum exactitudo, hoc eſt, veritas facti, qua in re, ſtante optima obſervatorum fide, errare facile eſt : ſecundum, quod nullius alterius cauſſæ illa met facta, ſeu obſervata effectus eſſe poſſint. De utroque capite dubitari adhuc prudenter poſſe, in Geographia phyſica, cum de telluris figura & magnitudine diſſeremus, luculenter conficiemus.

PROPOSITIO XLIX.

347. *Pendulorum* A B, F L *inæqualium*, & *per ſimiles arcus excurrentium longitudines ſunt inter ſe, ut quadrata temporum, quibus oſcillationes conficiuntur.*

Demonſtr. Semivibrationes, hoc eſt, aſcenſus, aut deſcenſus per ſimiles arcus D B, N L ſunt inter ſe, ut radii, ſeu longitudines A B, F L (fig. 12. tab. 4.): ergo ſemivibrationum, & conſequenter vibrationum tempora ſunt in ratione ſubduplicata longitudinum: hoc eſt, longitudines ſunt inter ſe, ut quadrata temporum, quibus vibrationes abſolvuntur. Si igitur eadem ubique ſit gravitatis actio, eo diuturniores erunt vibrationes, quo major fuerit penduli longitudo ; breviores, quo brevior ipſa fuerit longitudo. Ut penduli

duli FL breviores fiant oſcillationes; minuatur longitudo FL; augeatur, ut tardius oſcilletur. Unde ſi duo pendula inæqualia FL, AB oſcillationes ſuas eodem tempore abſolvant; inæquali gravitate urgentur. Nullam ſemper, vel exiguam, & æqualem in medio reſiſtentiam ſupponimus. Pendulum autem tamquam punctum gravitans ſemper conſideramus.

Et hinc ſi ejuſdem longitudinis pendulum in variis terrarum locis oſcillationes ſuas inæquali tempore abſolvat; non eadem ubique eſt gravitatis actio, & vires: eadem enim penduli longitudine, & gravitatis actione manente, duratione æquales ſunt oſcillationes, ut modo probavimus.

SCHOLION.

348. *Numeri oſcillationum, quas intra idem, aut æquale tempus duo inæqualia pendula abſolvunt, ſunt in ratione inverſa temporum, quibus ſingulæ perficiuntur. Exemplo res demonſtrabitur: pendulum* FL *duplum in ſingulis oſcillationibus tempus impendat: pendulum* B *ſubduplum: ergo eodem tempore, puta intra quadrantem, numeros oſcillationum penduli* B *erit duplus oſcillationum penduli* FL, *ut eſt manifeſtum.*

349. *Quæ hactenus de pendulis circuli arcus motu ſuo deſcribentibus demonſtravimus, de iis potiori jure intelligenda ſunt, quæ ob peculiarem, & exponendam mox ſtructuram, cycloidales arcus oſcillando deſcribunt, quale eſt pendulum* SP (fig. 20. tab. 4.); *quæ enim non niſi phyſice, & ſenſibiliter in gravium per circuli arcus deſcenſione demonſtravimus, exactiſſime in cycloide obtinent: unde fit, ut pendulum cycloidale utilius multo ad temporis menſuram adhiberetur, atque horologiis automatis applicaretur: modo indicata ſuperius incommoda vitari poſſent: quæ in cauſſa ſunt, ut pendula, dum geometrice conſiderantur, exactiſſima, ad uſum, & ſenſibilia corpora non ſatis inſerviant. In geometricis vero elementis præcipuas cycloidis proprietates, huc maxime ſpectantes, attigimus, & quantum phyſico tyroni opus eſt, expoſuimus: iis igitur probe animadverſis, modum cycloidalis penduli aptandi, quo automaton horologium inſtrui poſſit, paucis accipe ex* Chriſt. Hugenio, *qui omnium primus, & optime hujuſmodi argumentum tractavit.*

Duæ laminæ ſemicycloidales pares, & ſimiles MS, NS

N S *ita inter ſe diſponantur, ut convexitatibus quidem ſibi mutuo obverſis, earum vero planis ad horizontem perpendicularibus arcuum extremitates* S *a ſuperiori parte jungantur, aliis deorſum extremitatibus* NM *divergentibus. In communi junctionis puncto* S *penduli filum ſemicycloidi* S M *æquale circumligetur. Hujuſmodi pendulum ex poſitione perpendiculari* S O *ita verſus alteram cycloidis extremitatem* M *adductum ut pars ſuperior fili convexitati cycloidis aptetur; dum reliqua inferior pars libera adhuc in aere, & recta diſtenditur: pendulum, inquam, dum hac ratione a puncto* O *adducitur, & ſibi libere relictum ad* O *reducitur, alium cycloidis arcum* O P *priori* M S *æqualem, & ſimilem, demonſtrante Hugenio, deſcribit: eademque ratione ſemicycloidem* O N *ex alia parte æqualem, & ſimilem explicato motu conficit: Pendulum igitur hac ratione conſtructum in Cycloide movetur, vibrationeſque ſuas perfectiſſime æquales efficit, eſtque proinde aptiſſima temporis menſura.*

350. *In uſu autem opus non eſt, ut laminæ* M S, S N *integra longitudine conſtent; ſatis erit, ſi eam utrinque partem adhibeas, circum quam penduli filum oſcillando cum ea ſeſe incurvando congruat: quales eſſent arcus* S K, S K: *neque enim pendulum ex* O *ad* M, *aut ad* N *uſque aſcendit* (fig. 20. tab. 4.) *Quoniam autem in pendulis, ſeu horologii uſum deſcendimus; regulas aliquot in id rei inſervientes hic etiam ſubjungemus.* Prima: *Licet Cycloidale pendulum ſit omnium perfectiſſimum, circuli tamen pendulum filo aliquot pedes longo conſtans citra ſenſibilis erroris periculum, automatis horologiis adhiberi poteſt; cum enim oſcillando parum a puncto* L *bino inde diſcedat; exiguos tantum magni circuli arcus deſcribit; qui non niſi modice a cycloidis arcubus differunt: vibrationes proinde ad ſenſum ſemper duratione æquales efficiunt: hinc quo longius eſt pendulum, æquabilius fluit tempus.*

2. *Si autem pendulum breviori conſtet filo illius oſcillationis arcus, quantumvis exigui, a cycloidalibus arcubus ſenſibiliter differunt: ſenſibile igitur in vibrationum duratione diſcrimen admittunt.* 3. *in uſu pendulum circuli* 3. *aut* 4. *pedes longum, qualia illa ſunt, quorum oſcillationes minuto ſecundo abſolvuntur, ob expoſitam modo, & ſuperius cauſam, cycloidalibus præferuntur.*

351.

351. *Plerumque fit (quod maxime in horologiis notandum), ut ob pluvioſum tempus, vel aliam aeris temperiem, majori lubricitate donentur rotæ, liberiuſque, ac facilius pendulum moveri permittant: unde in majores arcus excurrens, inæqualia vibrationum tempora efficiat, & tardius, quam par eſt, temporis fluat menſura. Quod ſi rubiginem etiam aliquam contrahant, vel alio de capite difficilius moventur rotæ, & moveri pendulum permittunt, in breviores arcus excurrente pendulo, citius, quam par eſt, vibrationes ingeminantur. Hæc tamen temporis inæqualitas in arcubus inæqualibus peragrandis non tantum ob inæqualitate arcuum circuli, ſed potiſſimum a diverſo rotarum ſtatu provenit.*

Communi huic malo remedium eſt, penduli nimis cito oſcillantis longitudinem augere, tarde incedentis minuere. 4. in pendulis aliquid etiam aeris, ſeu medii reſiſtentiæ dandum eſt: idcirco corpus filo appenditur parvam ſub mole magna habens gravitatem, quo facilius aerem dividat, ac ſuperet, ut v. g. chalybeum, aut æreum corpus in globum conformatum, vel ita complanatum, ut aciem ſemper dividendo aeri exponat: Hæc ego de pendulis, & gravium per inclinata plana deſcenſu in medium adducenda, atque demonſtranda exiſtimavi. Erunt fortaſſe, qui me nimium in geometriam deſcendiſſe querentur tyrones philoſophi: ii tamen animadvertant, velim, omnia a me de pendulis demonſtrata non modo in uſum communem maxime inſervire, ſed ad id etiam eſſe neceſſaria, ut famoſa per id temporis de telluris magnitudine, figura dimenſione controverſia in 5. volumine tractanda intelligatur. Jam vero expoſita pendulorum doctrina, quin gravium per inclinata plana deſcenſionis theoria præmittatur, intelligi omnino non poteſt.

LECTIO IX.

De Corporum ſolidorum gravium ſuſtentatione & lapſu, ſeu* Centrobarica *Phyſica, ubi etiam de modo inveniendi centrum gravitatis corporum phyſice agitur.

352. Hactenus gravium corporum lapſum, illiuſque leges perſcrutati ſumus tam per liberi deſcenſus lineam, quam etiam per plana inclinata: hypotheſis pro-

proinde loco habuimus, corpora gravia per planum inclinatum deſcendere, neque ab illo omnino ſuſtentari. Id modo diſcutiendum ſupereſt, quibus tandem in planis corpora ſuſtententur; quæ eorum lapſum permittant; quibus etiam de cauſis gravia ipſa a lapſu ſerventur immunia, vel deorſum recta, aut oblique proprio pondere prolabantur. Ut autem hæc melius intelligantur, recolenda ſunt, quæ ſuperius de gravitatis, & magnitudinis centro, & linea directionis diximus; & ſuperaddendum præterea, ea corpora eſſe per ſe ejuſdem ſeu uniformis gravitatis, quorum partes omnes & ſingulæ æquali volumine acceptæ idem habent pondus, aut gravitatem; qualis eſſet globus, aut virga aurea; illius proinde centrum gravitatis cum magnitudinis centro congruit. Si autem globus ſit partim ligneus, partim aureus; gravitatem habet heterogeneam; cum æqualia ligni, & auri volumina inæqualem habeant gravitatem; illius proinde magnitudinis centrum cum gravitatis centro non congruit. Virgæ cylindricæ, cujus dimidia longitudo eſſet aurea, alia vero lignea, centrum magnitudinis in media longitudine ſitum eſt; centrum gravitatis intra partem auream invenitur.

HYPOTHESIS.

353. Omnium cujuſcumque corporis partium gravitas perinde agit, ac ſi ejuſdem in corporis centro gravitatis exiſteret; adeo ut omnis corporis gravitas, in illius centro velut adunata, & conjuncta concipi debeat, neque centrum moveri aut ſuſtineri poſſit, quin totam maſſam moveas, & pondus ſuſtineas, & ſi corporis centrum gravitatis attollas, totum corpus eleves. Contra vero, ſi centrum loco non moveas, aut ſuſtineas, licet quamplurimas corporis partes dimoveas, attollas, aut circumferas, totam corporis gravitatem non ſuſtines, attollis, aut circumferes, ut viſitur in circumagente immobilem rotam, & corpus ex una tantum parte elevante. Facile vero eſſet, hanc hypotheſim demonſtrare; ſed cum de ejus veritate omnes conveniant, eam poſtulati loco habeamus.

354. Sit corporis N M K L centrum gravitatis O, per quod ductum planum, aut recta N M intelligatur:

tur: linea K I. (fig. 14. tab 4.) ſpectari poteſt tamquam virga inflexibilis, quæ ex utraque parte duo pondera æqualia contineat: ea igitur pondera æqualia æquilibrantur in O, ibique velut in communi fulcro totum ſuum corpus ſeu omnium partium gravitatem refundunt. Punctum enim vero, circa quod partes hinc inde ſunt in æquilibrio, a toto corporis pondere premitur.

Corpus igitur eatenus aſcendit; quatenus illius gravitatis centrum aſcendit; tum ſolummodo deſcendit, cum ejus centrum gravitatis deorſum tendit; dumque immobile perſtat centrum; neque aſcendit neque deſcendit; quantumvis circa centrum ipſum partes agitentur, aut circum volvantur.

PROPOSITIO L.

355. *Cujuſcumque corporis gravis centrum gravitatis per lineam rectam ab eo ad centrum terræ ductam deſcendere ſemper nititur; neque aſcendere unquam poteſt, niſi a virtute externa impellatur, & ſurſum trahatur.*

Demonſtr. 1. *Pars*. Cum univerſa corporis gravitas illiuſque actio in centrum refundatur (n. 353.), per gravium corporum directionem ex gravitatis indole moveri ſemper nititur: gravium autem directio eſt recta ab illorum ad terræ centrum ducta (n. 171.). 2. *Pars*: ſi gravitatis centrum ex propria ipſius corporis vi, & energia aſcendere poſſet, corpus grave contra gravitatis indolem aſcendere, & ſurſum elevari ſponte poſſet; aſcendit enim corpus, illius gravitatis centro aſcendente (n. 353.): at nullum grave ex propria indole aſcendit, quin imo deorſum gravitate ſua ſemper urgetur.

Sic enim corpus BS, centrum gravitatis A, per quod tranſiens planum RS corpus in duas æquales ponderis partes BS, XMO dividit (fig. 15. tab. 4.). Per A centrum gravitatis corporis ex puncto ſuſpenſionis G ductus intelligatur arcus AO, ita ut punctum A ſit infimum ejus arcus punctum. Cum partes XX ſint æqualis ponderis; neutra aliam poteſt elevare; elevaret autem pars BS partem oppoſitam XM, ſi centrum A per AO v. g. propelleret: quod utique fieri nequit, cum utraque æqualiter reſiſtat.

PROPOSITIO LI.

356. *Corpus, illiuſque centrum gravitatis non tantum perpendiculariter, verum etiam oblique deſcendere nititur: ruitque corpus, quotieſcumque ita moveri poteſt, ut illius centrum gravitatis recta aut oblique ſi moveatur, deſcendat.*

Sit corpus A D, cujus centrum gravitatis O, per punctum O ducatur S M perpendicularis ad horizontem, quæ extra baſim X L (fig. 15. tab. 4.) tranſeat: corpus ita inſiſtit ſolo, ut illius centrum perpendiculariter moveri nequeat per S M: neque aliter moveri poterit, quam ſi circa punctum L, quaſi centrum, circumvolvatur centrum O per arcum O O T ex L deſcriptum: per eum autem arcum movebitur: pars ſcilicet corporis L R D, non ſuſtentata ſupra baſim, alii R L X prævalet; eam igitur poſt ſe trahet, centrum ergo per O T oblique deſcendit.

Propoſitio per ſeſe clara, ex indole gravitatis, atque ab experimentis probata, adducto exemplo illuſtrata, in hunc modum breviter, & univerſim demonſtrari poteſt. Tota corporis gravitas in ejus centrum refunditur, & veluti exiſtit (n. 353.) vel igitur corpus nullo detinetur impedimento, ne labatur: vel ſubjecto alicui corpori, tamquam baſi innixum impeditur: ſi primum: per vim gravitatis recta prolabetur. Si ſecundum; ſit illud impedimentum baſis; centrum gravitatis O in linea, aut plano SOM: per hujuſmodi centrum ducatur planum horizonti rectum S M: partes igitur S M D, S M X centrum gravitatis hinc inde æqualiter traherent: ſi igitur baſis, ſeu impedimentum X L ad M uſque extenderetur, ſtaret corpus: ſi tamen illud planum S M extra impedimentum tranſeat; tum vero per L, punctum illud impedimenti plano S M vicinius, aliud ducatur planum I R horizonti ſimiliter rectum: tum vero parti S M D non ſuſtentatæ pars altera additur R S M L: tota ergo pars L R D non ſuſtentata reliquæ parti L R X ſuſtentatæ prævalet.

COROLLARIUM I.

357. Quodcumque igitur corpus grave, niſi ab extimo

timo obſtaculo impediatur, recta aut oblique ad horizontem, ſeu terræ centrum deſcendet. Dum vero grave corpus X X (fig. 25. tab. 4.) ex G ſuſpenſum, in O adduci, ſibique deinde committi; pondere ſuo deorſum verſus A per arcum A O deſcendit, oblique ſcilicet ad horizontem, quoad ejus centrum A in linea directionis A M ſubſiſtat; cum a filo, ne aliter deſcendat, impediatur. Contra vero corpus quodcumque B (fig. 12.) aut X X (fig. 25.) filo ſuſpenſum, & perpendiculariter pendens ſiſtit; neque ab eo ſitu, niſi violenter, dimoveri poteſt; ejus enim gravitatis centrum A in inferiori arcus puncto exiſtit: in quo cum hinc inde æqualiter trahatur immotum perſeverabit.

COROLLARIUM II.

358. Si corpus quodcumque grave X X ita ſuppoſito in M fulcro, in acutiſſimam licet cuſpidem deſinenti, innitatur, ut linea A M (fig. 25. tab. 4.) ex centro gravitatis A per fulcri cuſpidem M ducta ad centrum terræ dirigatur; ſtabit corpus & a fulcro penitus ſuſtentabitur. Cum enim æqualiter utrimque deorſum premat, & nitatur; partes ſeſe mutuo a lapſu impediunt, & viciſſim ne cadant, retinent: fulcrum interea omni pondere, & gravitatis actione premetur. Id in fig. 11. manifeſtius videtur; ut enim caderet A ſupra cuſpidem L ſuſtentatum; vel pars dextra ſiniſtram, vel ſiniſtra dextram ad ſe traheret: cum tamen vires habeant pares; alia aliam non vincit, ac proinde ſuſtinentur. Hinc etiam deducitur, quod jam ſupra probavimus, totum corpus ſuſtinere, qui ejus gravitatis centrum ſuſtinet.

Secundo deducitur, corpus pendulum, & libere ex puncto ſuſpenſionis pendens, tum ſolum quieſcere, cum illius centrum in linea directionis, quæ per punctum ſuſpenſionis, & terræ centrum tranſit, exſtat. Perinde enim eſt, ſive corpus A libere pendens ſuperius ex puncto G in linea directionis M A b poſito ſuſtentes, ſive inferius in puncto M ſuſtineas.

PROPOSITIO LII.

359. *Corpus quodcumque grave alteri corpori, ſeu pla-*

no impoſitum, & innixum penitus quieſcet, ſi linea directionis gravitatis intra corporis baſim cadat, ruet autem, ſi linea directionis extra baſim cadat.

Sit corpus Z, cujus baſis A, horizontali plano v. g. innixum; centrum gravitatis Z, linea directionis C Z X intra baſim A cadens; dico hujuſmodi corpus, quantumvis ad horizontem inclinatum, ſtare a lapſu immune. (fig. 15 tab. 4.)

Demonſtr. Omnis corporis N L gravitas in ejus gravitatis centrum refunditur, & perinde agit, ac ſi in illo ex ſteret (n. 353.) Ea autem gravitas per gravium directionem Z X movere corpus nequit: cum a plano horizontali, cui innititur, impediatur, illudque penetrare non poſſit: deinde per nullam aliam directionem horizonti obliquam deſcendere corpus potest: ſunt enim partes C N X, C X L æqualis ponderis (n. 169.): tantumdem igitur pars C N X verſus Q centrum Z trahere nititur, quantum ex adverſo a parte C X L ei reſiſtitur: æquiparatis ergo viribus ſtat immobile centrum, & corpus ex eodem enim partium æquilibrio a lapſu per quamcumque aliam directionem impeditur.

Sit ſecundo corpus D A cylindricum v. gr., centrum gravitatis O, linea directionis S O M; ex baſis autem puncto L ad punctum M proximiori erigatur recta L R horizonti perpendicularis, ac per conſequens lineæ directionis S O M parallela: ex punctis inſuper L M per gravitatis centrum O ducantur arcus, O T ex L, O P ex M: dico corpus D A deorſum labi, ejus centro O per arcum O T circumvoluto.

Demonſtr. Cum ſint æqualis ponderis S D M, S A M (n. 169.); majus erit in L R D, quam in R A L pondus; fortius igitur pars L D R agit, & centrum, totumque corpus deorſum verſus P trahere nititur, quam illi ab oppoſita parte R L A reſiſtatur: cum igitur pars R L D ſit ad deſcenſum libera, a nulloque ſuſtineatur; & eam ſolummodo pars alia R A L impedire conetur; patet ab ejus pondere centrum deorſum detrudi; aliamque proinde partem R A L una ſecum trahi. Centrum autem O per arcum O T oblique convolvetur: cum punctum L, circa quod tamquam centrum revolvetur corpus A D, viam quamlibet aliam breviorem impediat: deſcendit vero cen-

trum

trum per breviſſimam, quam poteſt viam, ſeu minus a directione OM diſſitam.

PHÆNOMENON I.

360. *Ut igitur dignoſcamus, ſit nec ne corpus a lapſu immune; ex illius gravitatis centro ducatur recta ad horizontem perpendicularis: ſi hujuſmodi recta per corporis baſim, ſupra quam inſidet, pertranſeat; ſtabit corpus; alioquin deorſum ruet. Hinc globus in horizontalis plani* AA (fig. 5. tab. 4.) *puncto contactus* M *exiſtens penitus quieſcet: linea enim directionis ab illius centro in telluris centrum ducta per contactus, cui innititur, punctum tranſit.*

PHÆNOMENON II.

361. *Corpus quodcumque immenſi licet ponderis* A *exili tenuiſſimæ acus* L *ad horizontem perpendicularis cuſpidi ita innixum, ut illius linea directionis per acus longitudinem pertranſeat, verſus nullam partem præcipitabitur. Exiguum enim, quod ſupra acum innititur, punctum baſis vicem gerit: cum igitur per hujuſmodi baſim corporis directio pertranſeat: ac proinde gravitatis centrum ſupra acus cuſpidem ſuſtentetur; deorſum cadere non poteſt: neque enim ulla eſt ratio verſus unam potius, quam verſus aliam partem prolabendi; cum omnes illius partes hinc inde a centro æqualiter graviṭent* (fig. 11. tab. 4.). *Minimus tamen quicumque impulſus, momentum, aut pondus ex una parte adjunctum, corpus deorſum præcipitabit: idemque eſt, cum linea directionis per extremitatem baſis* X *tranſit, impulſuſque adhibeatur ex parte* O, *vel pondus ex parte* NX (fig. 15. tab. 4.).

PHÆNOMENON III.

362. *Norunt hoc ipſum, experientia magiſtra, infantes, quibus ludendi gratia ſolemne eſt, longum, & teretem baculum una ſui extremitate ſupra digiti ſummitatem innixum perpendiculariter ad horizontem erigere, erectum ſervare; rectum enim ea ratione ſuſtinent, ut linea directionis per baculi longitudinem, & digiti extremitatem pertranſeat; & baculus proinde horizonti*

ſemper perpendicularis exiſtat: quamprimum itaque baculum a ſitu ad horizontem recto deflectit & verſus dextram v. g. convergit, ludens illico puer ſuſtinentem manum illuc porrigit ut digiti extremitatem centro gravitatis, & lineæ directionis ſupponat.

PHÆNOMENON IV.

363. *Parietes, turres, ædificia ea arte conſtrui poſſunt; ut oblique licet ad horizontem ſtatuantur, a ruina tamen, quæ imminens ſemper videtur, ſint prorſus immunes. Dum enim turris* NL *linea directionis* CZX *per gravitatis centrum* Z *tranſiens intra illius baſim cadat; quantumvis inclinata exiſtat turris, cadere ipſa non poteſt* (n. 359.). *Lapidum enim, lignorum, & cæterarum partium contignatione & commiſſura prohibente, ne aliæ ab aliis divellantur, omnes eæ partes unum corpus componunt, quod deorſum ruere nequit, quamdiu commune earum partium gravitatis centrum* Z *ſupra baſim innitatur. Ea arte conſtructas ſcimus Bononiæ, & Piſis celebres in Italia turres: primæ altitudo* 130. *pedes habet,* 138. *ſecundæ: in priori perpendicularis a ſummitate prominente demiſſa novem pedes in terra a baſi diſtat,* 15. *in ſecunda.*

PHÆNOMENON V.

Peculiari naturæ inſtinctu parvæ etiam aviculæ corpus ſuum ſupra teretes, atque ſubtiles arborum ramos, ut noctem citra lapſus, & ſomni periculum exigant, ita componunt, ut alterius quidem pedis, puta ſiniſtri, ungulis ramum prehendant; dextrum pedem ſub alas ſubducant; caput vero ſub ſiniſtra ala ſubmittant, & componant; ut ſcilicet æquilibratis hinc inde gravitantium partium viribus linea directionis per inſiſtentem ramo pedem tranſeat.

PHÆNOMENON VI.

Bajulus impoſitum humeris pondus ſuſtinens prono capite, & corpore anterius curvato incedit; dum enim eſt ab omni ſarcina liber, pedibus ſtare rectus poteſt; cum linea directionis ab illius gravitatis centro, ſeu corporis medio ducta per pedem alterum, vel per ſpatium

tium inter utrumque pedem exiſtens tranſeat : at novum illius dorſo additum, & appenſum, ſeu impoſitum pondus centrum gravitatis immutat, & deorſum verſus retrahit: ex eo proinde, ſi rectus ſtaret bajulus, ducta directionis linea extra pedes retrorſum caderet; neceſſe igitur eſt, ut prono in terram capite ita curvetur, ut directionis linea intra pedes, qui homini baſes ſunt, cadat.

PHÆNOMENON VII.

Eodem de capite, qui dextra manu deorſum pendente pondus aliquod notabile ſuſtinet, inclinato in ſiniſtram partem corpore progreditur; vel ſiniſtram manum æquilibrii cauſa in partem dextræ oppoſitam aliquantulum extendat neceſſe eſt. Hinc etiam ventroſi homines ut plurimum non ſunt gibboſi: imo potius humeros verſus dorſum & poſteriorem partem flectunt & inclinant, ut oppoſitum ventris pondus compenſetur, & recte ſtare atque ambulare poſſint. Repetitis ſcilicet experimentis conſtat, centrum gravitatis humanorum corporum eſſe in pelvi, inter os pubis, & extremitatem ſpinæ dorſi, ſeu os ſacrum: illud uſque proinde directionis linea per illud punctum, & inter pedes tranſit.

PHÆNOMENON VIII.

367. *Homo ſtans utroque pede, rectus inſiſtit, dum ejus linea directionis inter utrumque pedem* X S (fig. 18. tab. 4.) *pertranſit, cum neque ad dextram, neque ad ſiniſtram inclinat. Quod ſi pedem alium* A *tantiſper elevet; corpus illico ita verſus oppoſitam partem adducit, diſponit, ut per alium pedem* B *linea directionis* O B *pertranſeat; eo enim in caſu pes unus* B *integræ baſeos vicem gerit per quam directionis lineam pertranſire neceſſe eſt, ut nullum ſit cadendi periculum. Hinc etiam eſt, quod homo progrediens, & pedes alternatim elevans, corpus modo ad dextram, cum ſiniſtrum attollit pedem: modo ad ſiniſtram, dextro pede elato, inclinet. Idem in quocumque animali bipede obſervare eſt.*

PHÆNOMENON IX.

368. *Quo major, ſeu capacior fuerit corporis baſis; eo difficilius a ſitu recto detruditur, & deorſum præcipitatur. Corpus* X (*fig.* 16 *tab.* 4.) *unico inſiſtens puncto* R *quacumque vi externa ex aliqua parte impulſum cadit; minima enim vi adhibita, linea directionis a ſitu* X R *deflecteret, per punctum* R *amplius non tranſiret, hoc eſt, extra baſim caderet; corpuſque deorſum rueret. Sit autem corpus* Z (*fig.* 15. *tab.* 4.) *capaciori baſi* A *ſupra horizontale planum inſiſtens: ut hujuſmodi corpus verſus* P *v. gr. devolvatur; eam ex parte* Q *vim adhibere neceſſe eſt, qua centrum gravitatis* Z, *hoc eſt, totum corporis pondus ex* Z *ad* O *propellatur, ut linea directionis* Z X, *tota baſeos amplitudine tranſgreſſa, extra baſim tandem cadat: eo autem majoribus viribus opus eſt, cæteris paribus, quo per ampliorem baſim, ſeu ſpatium movendum eſt corpus, ut illius gravitatis centrum ſuſtineri ulterius non poſſit.*

PHÆNOMENON X.

369. *Facilius igitur homo dejicietur ſtans pede in uno* B (*fig.* 18. *tab.* 4.), *quam ſi duobus inniteretur: duobus etiam pedibus inſiſtens facilius ad terram protruditur; ſi a tergo vel a fronte, quam ſi a latere altero impellatur. Stans quippe uno in pede baſim habet minorem, quam duobus innixus: longius etiam a* X *verſus* S, *quam ab* R *verſus* N *extenditur baſis: niſi junctis omnino pedibus homo inſiſtat: eo enim caſu facilius in terram dejicitur, ſi a dextra, aut ſiniſtra, quam ſi a fronte vel a tergo impulſus ſit.*

PHÆNOMENON XI.

370. *Mirabiles, quos in funambulis levandi animi cauſa obſervamus, motus, & ſingularis dexteritas, qua ſupra chordas horizonti parallelas, & etiam inclinatas ambulant, ſtant, currunt, ſaltant, miroque ad pecuniam comparandam motus exercent, traditis hactenus centrobaricæ regulis innituntur, in id enim a teneris incumbunt, & periculo identidem facto, milleque experimentorum, & caſuum continuata repetitione aſſueſ-*

cunt,

Digitized by Google

cunt, ut corporis ſui centrum gravitatis, & lineam directionis per chordam ſemper trajicere diſcant: quod brachiorum expanſione, & ad pedes, manuſve appenſis ponderibus conſequuntur.

PHÆNOMENON XII.

371. *Corpus plano inclinato innixum, ſupra ipſum circumvolvitur, cum linea directionis ab illius centro ducta extra punctum contactus cum plano ipſo inclinato, vel baſim, quæ plano inſidet, aut innititur, pertranſeat. Sit corpus* B *plano* NM (fig. 8. tab. 4.) *in puncto* E *innixum; cum hujuſmodi corporis liber ſit deſcenſus per lineam directionis* BX *per contactus punctum* E *non tranſeuntem, ſuſtineri a plano non poteſt, & proprio ruet pondere, & circa punctum* E, *& omnia alia puncta contactus ſucceſſim revolvetur corpus: cumque eadem maneat ſemper recta* EB *perpendicularis ad planum inclinatum, centrum ſphæræ motu parallello ad planum deſcendit.*

PHÆNOMENON XIII.

372. *Forte nullum eſt animal bipes, cujus centrum gravitatis per lineam rectam* MNOP (fig. 35. 36. tab. III.) *tendat; ad id enim opus eſſet primo, ut uterque pes, illorumque baſium centra cum in ſolo ſunt, in eadem ſemper exſtent recta: ſecundo, ut quamdiu pes unus eſt in aere, converſo in oppoſitam partem corpore, centrum gravitatis aut non mutaretur, aut per eamdem rectam, promoto ulterius corpore, procederet; utrumque autem eſt difficile. Quare neque ullus eſt homo, neque aliud bipes animal cujus corpus hinc & inde non inclinetur. Cum duo pedes* AB *per eamdem lineam rectam* MNOP *non moventur, ſed unus per* BD, *alius per* AC *promovetur; centrum gravitatis anguloſam ſemitam* ABCD *deſcribit, per eamque movetur ſemper. Aut enim pedem alteri, tamquam baſi inſiſtit, aut ab unius ad alterius pedis locum alternatim ſemper tranſit: cum igitur alterna pedum veſtigia, & ſemitæ in eodem plano, aut recta non exſtant; angulos ſemper deſcribere opus eſt. Animal igitur bipes, cum movetur, pro baſi cui centrum gravitatis inſiſtat, ſolummodo habet vel amplitudinem pedis* A *aut* B, *vel*

ſemi-

ſemitam rectam modice amplam A B , BC, C D : *facillimeque proinde agi potest.*

PHÆNOMENON XIV.

373. *Aliud tamen accidit in quadrupedibus : equus v. g. quamdiu non movetur , baſim habet parallelogramam* M X Z N : *lineaque directionis in centro ſeu communi ſecti one diagonalium , aut prope illam exiſtit* (fig. 17. tab. 4.). *Cum vero movetur equus , tres pedes habet in ſolo , eodemque tempore nonniſi unum per aerem conducit : elevat* X , *ut illum ad* Z *promoveat , interim tribus pedibus* M N Z *innititur : poſtea elevando* Z , *dum illum ad* R *promovet , tribus pedibus* M N *&* X *ad* ſ *prope* Z *jam præmoto inſiſtit : eadem ratione duos alios pedes alterius partis* M N *elevat , & promovet. Semper igitur habet baſim , aut parallelogramam , aut triangularem : dum movetur , triangularem in parallelogramam , & iſtam in triangularem mutat ; parallelogramma tamen nonniſi ad breviſſimum temporis momentum perſeverat , a poſitione ſcilicet pedis* Z *in* R *ad elevationem poſterioris , & oppoſiti pedis* M . *Hæc tamen omnia pro vario diverſorum , imo & unius ejuſdemque animalis motu , greſſu ſcilicet , curſu ſaltu non eadem ratione peraguntur. Sunt illa vero quantumvis obvia ſemper phænomena , & ante oculos ubique obverſantia , obſervatu ſatis difficilia.*

LECTIO X.

De ſolidorum corporum æquilibrio , ſuſtentatione , elevatione , ſeu ſtatica phyſica : ubi primum , & univerſale Mechanicæ traditur principium.

374. Hactenus corporum gravitatem abſolutam , deſcenſum , lapſum , eorumque leges expendimus ; rectius modo doctrinæ ordo poſtulat , ut corporum eorumdem pondera relativa explicemus ; ſeu corporum gravitates , ac vires , & momenta inter ſe conferamus ; ut facile inde dignoſcamus , quam inter ſe corpora ipſa quoad maſſas , & pondera rationem habeant ; quod in ſingulare hominum , humanæque ſocietatis commodum redundare , nemo eſt , qui ignoret. Naturalibus enim , civilibuſque legibus ratum

eſt ,

eſt, ipſo etiam rationis lumine dictante, ut in aliorum pro aliis corporum permutatione, ac ſubſtitutione, qua quidem re totum humanarum ſocietatum commercium conſiſtit, omnia ſecundum pondus, & menſuram homines exequantur. In eum igitur finem, aliorumque humanorum uſuum gratiam, artem invenerunt homines, quam græco nomine *Staticam* appellarunt, cujus regulæ, & leges in id unum collineant, ut corporum pondera, momenta, vires dignoſcantur, & ad æquilibrium atque communem menſuram, & æqualitatem omnia redigi poſſint. In duplicem potiſſimum partem pro duplici corporum genere Staticam dividimus, *Geoſtaticam*, & *Hydroſtaticam*: prior ſolidorum, ſecunda fluidorum corporum gravitates, & momentorum rationem conſiderat; expendit, & ad æquilibrium reducere docet. Priorem modo, quantum per Geometriæ leges, atque methodum phyſica hæc argumenta expendi debent, modo expendimus: poſteriorem inferius tradituri. Quoniam vero machinarum potiſſimum ope corpora ipſa explorantur, conferuntur, ad æquilibrium reducuntur; *machinatrix* etiam, ſeu *Mechanica* ars inventa eſt, quæ in eum tendit ſcopum, ut notum corporis pondus, & reſiſtentiam quamcumque machinarum ope, imbelli etiam potentia ſuperet, corporaque ipſa facillime moveat, & in quam voluerimus partem adducat. Mechanicæ igitur ſubſervit *Statica*. Quin imo ſi *Mechanicam* univerſaliori ſenſu accipiamus, quo quidem non machinarum tantummodo inventionem, conſiderationem, calculum complectitur, ſed generalem motuum, ſeu virium corporum leges, cauſſas, effectus comprehendit; ſi, inquam, rem ita conſideremus; univerſa doctrinæ capita, quæ toto hoc volumine continentur, generalem Phyſicam Mechanicam, hoc eſt, *naturalium cauſſarum, virium, effectuum leges, & geometricum calculum* componunt.

Id diligenter notandum, in ſtatica vires ſolummodo corporum, quæ ex gravitate oriuntur, ſpectari, ſeu corporis in alia corpora actionem gravitatis expendi. In mechanica vero non ſola corporum gravitas, ſed hominum, animaliumque cæterorum actiones, & vires ad reſiſtentiam ſuperandam adhibentur, quarum directiones a gravitatis directione ſæpiſſime differunt. Duo potiſſimum ſunt inſtrumenta ſta-

ſtatica, quibus corporum pondera inter ſe conferimus eorumque momenta, vires, æquilibrium exploramus, *libra*, & *ſtatera*.

DEFINITIO LIBRÆ.

375. *Libra*, ſeu *bilanx*, præcipuum ſtaticæ inſtrumentum, eſt rigida quædam inflexibilis, atque ejuſdem materiæ virga ex ferro v. g. aut ære conſtructa A B, ex cujus extremitatibus A B (fig. 31. tab. 3.), mediis funiculis ad virgam circumligatis lances D, G dependent & ſuſtinentur: hujuſmodi virga alio nomine *jugum* nuncupatur. Anſa eſt E F, duabus lamellis conſtans, cui ope axiculi utramque lamellam pervadentis virga ipſa committitur, ſuſtentatur, & inter lamellas circa axem convolvitur, attollitur, aut deprimitur. Intra anſæ lamellas ſupra axiculum a virga ipſa erigitur lingula quædam ad libram perpendicularis, atque æquilibrii index; cum enim intra anſulæ lamellas, horizonti ſemper perpendiculares dirigitur, quin ad aliquam inclinet partem, libram horizonti parallelam indicat, & appenſa virgæ extremitatibus corpora idem habere pondus, ſeu libram æqualiter deorſum premere demonſtrat. Unde ejus muneris cauſa *trutina*, *examen*, *libræ argumentum* nuncupatur: ad eam ſiquidem communiter in examinandis corporum ponderibus attendimus. Ipſe etiam axiculus eſt centrum motus; circa illum libra convolvitur; brachia autem dicuntur S A, S B: ſunt proinde æqualia.

DEFINITIO.

376. *Statera* eſt fortior inæqualium brachiorum libra B A (fig. 6. tab. 5.), ad magna pondera examinanda adhiberi ſolita: eaſdem fere, ac libra habet partes, *virgam*, *anſulam*, *lingulam*, *axem*, *brachia*: a puncto B, brevioris brachii extremitate, lanx X dependet, qua examinanda corpora ſuperponuntur: longius brachium A O in æquales partes pro libito dividitur, ex quibus parvum quoddam dependet corpus, ſeu æquipondium M, quod ad axiculum O per totum brachium A O adduci, & reduci, & ad ſingulas diſtantias detineri, & pendere facile poſſit: unde

& cur-

& *curſor* appellatur. Duplicis hujuſce inſtrumenti uſum interius explicabimus.

DEFINITIO.

377. *Corporum æquilibrium* eſt eorum ex virgæ brachiis pendentium horizonti parallela diſpoſitio; corpora proinde æquilibrata eſſe dicuntur, cum ex utroque inſtrumenti brachio pendent; quin brachium aliud præ alio deorſum vergat. Corpora ejuſdem, ſeu æqualis ponderis ea ſunt, quæ a bilancis, ſeu virgæ extremitatibus ſuſpenſa, aut pendentia æquilibrium ſervant, neque aliud alteri prævalet, illudque deſcendendo attollit: quod ſi eorum alterum brachium, ex quo pendet, infra horizontalem ſitum deprimat, oppoſitumque proinde brachium, & annexum illi pondus elevet, dicuntur pondera *non æquiponderantia*.

Cum corpora omnia gravia ex gravitatis indole deorſum ad terræ centrum dirigantur, propendeant, aut tendere conentur; hujuſmodi corporum niſus, tendentia, ſeu conatus, quem & ex gravitatis indole, & ex machinæ, libræ, aut ſtateræ diſpoſitione obtinent, dicitur eorum momentum. Non eandem, aut æqualem corporibus omnibus gravitatem ineſſe, manifeſtum eſt; unde inæqualibus viribus deorſum nituntur deſcendere: eam porro virium, & momentorum inæqualitatem, vel æqualitatem non melius, quam per libram, & ſtateram dignoſcimus; cum enim utrumque bilancis A B (fig. 31. tab. 3.) extremum deorſum premant; deſcendere autem eorum extremorum alterum nequeat, quin oppoſitum aſcendat; fit, ut & ſibi mutuo reſiſtant, & in ſe mutuo agant: utriuſque igitur vires ſecum invicem ope hujuſmodi inſtrumenti recte conferuntur.

PRINCIPIUM ET LEX I.

378. *Mobilis cujuſcumque vires ſunt, & exprimuntur recte per factum ex corporis ipſius maſſa in ejus velocitatem ducta.*

Hujuſmodi legem ſuperius jam ſtabilitam habes. Notandum præterea, celebre philoſophorum circa virium vivarum, aut mortuarum æſtimationem diſſidium ad rem præſentem non ſpectare; & quamcumque

quæ opinionem ampleſtaris, aut ſupponas, principii veritatem admittere neceſſe eſt: cum in præſentiarum de viribus gravitatis, potentiæ mortuæ, aut de motu æquabili ſermo tantum ſit, circa quem omnes de menſura ſeu æſtimatione convenimus.

PRINCIPIUM, ET LEX II.

379. *Duo quæcumque corpora* A C (fig. 4. tab. 5.) *libræ horizontaliter jacentis extremitatibus impoſita, aut ab illis pendentia, ſi moveantur, eam celeritatum habent rationem, quam inter ſe habent ipſius libræ, aut ſtateræ brachia.*

Sint libræ C A brachiorum, æqualium, aut inæqualium extremitatibus impoſita duo pondera: ſi moveatur libra, utrumque punctum, & corpus C A circa punctum B circumvolvitur, & arcus C D, A O æquales, aut inæquales deſcribit, qui ſunt ſimiles, & directe inter ſe, ut radii ſeu brachia B A, B C, ob æqualitatem angulorum C B D, A B O: ſpatium igitur C D a corpore C confectum, eſt ad ſpatium A O ab alio pondere peragratum, ut brachium ad brachium: ſunt vero hujuſmodi brachia prædictorum ponderum diſtantiæ a puncto ſuſpenſionis: hujuſmodi igitur brachia, radii, ſeu diſtantiæ ponderum recte exprimunt rationem velocitatum, quas in motus principio habent corpora. Quod ultimum addo propter inferius dicenda.

PROPOSITIO LIII.

380. *Corpora univerſim* C A *libræ, aut ſtateræ appenſa, aut impoſita, ſunt in æquilibrio, & ſe mutuo ſuſtinent, ſi pondus unius* A *ſit ad pondus alterius* C, *ut velocitas ejuſdem* C *ad velocitatem primi* A, *hoc eſt, ut diſtantia* C B *ad diſtantiam* B A, (fig. 4. tab. 5.)

Idem eſt, ac dicere, corpora ſeu potentiæ quæcumque bilancem a virgæ extremitatibus recta trahentes, ſunt in æquilibrio; ſi ſint inverſe, ut diſtantiæ ſeu radii a centro motus.

Demonſtr. Vis, impetus, ſeu preſſio corporum eſt productum ex maſſa in celeritatem ducta: vis igitur, niſus, & momentum, quo duo gravia C, A libram

B pre-

B premunt, & deorſum tendere nituntur, ſunt factum ex maſſa in celeritatem: cum igitur datis 4. terminis reciproce proportionalibus, ſit factum ab extremis facto ex mediis æquale (*a*); erit momentum corporis A, factum ex illius maſſa & celeritate, quæ ſunt proportionis extrema, momento corporis C æquale, facto ſcilicet ex maſſa, & celeritate C, quæ duo ſunt medii proportionis termini.

381. Oppones: duo corpora C A libræ extremitatibus impoſita, aut ab iis pendentia, dum libra ipſa horizontaliter diſpoſita manet, nullum habent motum, aut celeritatem, imo ſe viciſſim ad motum impediunt; dum igitur eo in ſtatu permanent, eorum vires non ſunt factum ex maſſis in celeritates ductis: neque dici poteſt, illorum velocitates habere reciprocam maſſarum, ſeu ponderum rationem. Sint enim duo pondera R, A ex libræ B, vel ſtateræ horizontaliter diſpoſitæ punctis R A æqualiter ab axe diſſitis pendentia: poſtea autem immoto manente pondere A, longius in G pondus R removeatur: cum nullum in punctis C A præfata corpora habeant motum, nullamque celeritatem; vi tantum mortua, ſeu gravitatis actione libram premunt, & ſeſe mutuo attollere nituntur: hujuſmodi igitur actiones erunt æquales; æqualium enim maſſarum nullo motu affectarum rationem ſequentur: erit igitur perpetuum æquilibrium, quantumvis ea æqualia corpora inæqualiter ab axe rotationis removeantur: cum eandem ubique habeant maſſam ſeu pondus, nullum vero motum. Suppono enim, pondus R ſenſim per R C immota libra removeri: ſi vero hanc hypotheſim inficieris, contendaſque, brachium B C ſtatim a pondere C deprimi, & oppoſitum elevari, quamprimum pondus ipſum a puncto R verſus C removeatur; difficultatem non ſolvis; unde enim hujuſce inæqualis, & prævalentis preſſionis in pondere R initium?

382. Reſp. communiter, pondera C A ita diſpoſita in bilance aut ſtatera, ut ſint in ratione diſtantiarum, ſeu velocitatum reciproca, ob id potiſſimum manere in æquilibrio, & immota, quia motum nullum in ſe viciſſim poſſunt producere: motum vero pro-

(a) *Geomet. elem.* 3.

producere nequeunt; quoniam ita in bilanci diſpoſita ſunt, ut moveri ne tantillum quidem poſſint, quin velocitates viciſſim producant, & in ſe habeant ponderibus, ſeu maſſis reciproce proportionales, ac proinde æquales vires, quibus ſe mutuo impediant: moveri igitur non poſſunt, cum vel immota, vel ad motum concitata, virium, preſſionum, ſeu reſiſtentiarum æqualitatem ſervent, dum in reciproca ponderis diſtantia exiſtunt. Si igitur (quod affirmare non auſim) perfecte aliquando quieſcant; æquilibrii cauſa eſt mutua reſiſtentiarum æqualitas: eæ autem reſiſtentiæ ſunt maſſæ, & velocitates, quas illico ac moveri inciperent, unum quodque haberet pondus. Dici etiam poteſt, neque id magna probabilitate deſtituitur, corpora A, C in reciproca ſuorum ponderum diſtantia ſuſpenſa nullum quidem habere motum, aut celeritatem ſenſibilem, & obſervabilem, aliquam tamen celeritatem, & motum initialem habere: dum enim hinc inde ſtateræ brachia mutuo premunt, & deorſum trahere nituntur, moveri ſemper affectant, & incipiunt, licet continuo ſeſe mutuo impediant, ne ſenſibilem motus effectum producant; cum initialis ponderis C motus ab oppoſito pondere continuo deſtruatur, & viciſſim: initiales autem parvæ celeritates corporum A C ſunt inter ſe, ut brachia B C, B A, hoc eſt, in ratione ponderum reciproca: prædicta igitur corpora vires, quibus ſe mutuo ſuſtineant, habebunt æquales. In id fere recidit explicatio a P. *Caſtel* adhibita: corpora, inquit, in quocumque ſtatu ex ſtant, ob gravitatis indolem, & naturam in perenni vibrationum exercitio, & reciprocatione exiſtere, quibus velut pendulum, ad tellurem trahuntur, & retrahuntur: in hac enim vibrationum a peripheria ad centrum perennitate gravitatis natura ſecundum prædicti authoris mentem conſiſtit. Hujuſmodi autem vibrationes, etſi inſenſibiles, ſine motu perfici non poſſunt: prædicta igitur corpora, etiam dum ſuſpenſa exiſtunt, ſuam habent celeritatem; ea proinde in reciproca ponderum ratione ex ſtentes; æquales erunt in utroque corpore vires, eritque perfectum inter illa æquilibrium: dum utrumque pondus ex brachiis libræ ſuſpenſum, ea deorſum perpendiculariter ad horizontem urgent, iis quidem celeritatibus, quæ in maſſam ſeu pondus du-

ctæ

ſtæ duo facta inter ſe paria efficiunt. Quamcumque igitur teneas de gravitate corporum ſententiam, adducta difficultas ſoluta eſt: ſi gravitas reapſe eſt motus, quadrant ſibi omnia; perfecta viſitur inter actiones æqualitas: ſi gravitas eſt purus niſus, atque vis ſine motu; æquilibrium ab æqualitate reſiſtentiarum derivatur.

COROLLARIUM I.

383. Si duo corpora CD ejuſdem ponderis in æqualibus ab axe diſtantiis ſtatuantur; erunt in æquilibrio, & momenta habebunt æqualia. (fig. 31, tab. 3.)

Nam cum & pondera, & diſtantiæ ſint æquales; erunt diſtantiæ, ſeu celeritates in ratione ponderum reciproca: paria igitur erunt eorum corporum momenta, atque ſervabitur æquilibrium; cum neutrum alteri prævalere poſſit.

COROLLARIUM II.

384. Si duo corpora in æqualibus ab axe diſtantiis ſtatuta, ſint in æquilibrio; æqualia habebunt pondera. Nam ſi pondera ſint inæqualia, æquales autem diſtantiæ, non erunt celeritates in ratione reciproca ponderum: ergo facta ex celeritatibus in pondera non ſunt paria: ſint celeritates, ſeu diſtantiæ 4. pondus A 3, B 6: erit 24. corporis B momentum majus, quam 12. corporis A momentum: ergo nullum erit æquilibrium contra hypotheſim.

PROPOSITIO LIV.

385. *Si corpora quæcumque ſtateræ, aut libræ impoſita, aut ex earum brachiis pendentia, ſint in æquilibrio; erunt eorum celeritates, aut diſtantiæ in ratione ponderum reciproca, hoc eſt, erit pondus* A *ad* C, *ut* CB *ad* BA (fig. 41. tab. 5.)

Nam ſi diſtantiæ reciprocam ponderum rationem non habeant, non erunt corporum momenta æqualia, ac proinde non ſervabitur æquilibrium, contra hypotheſim: da enim, pondus A ad pondus C majorem habere rationem, quam diſtantia BC ad di-

ſtantiam B A: ſit v. g. pondus A, 6, pondus C, 3, diſtantia vero C B, 4, diſtantia B A, 3: momentum ſeu vires corporis A ſunt, 18. momentum C, 12. Majus igitur erit momentum corporis A, quam momentum corporis C, nullumque proinde erit æquilibrium contra hypotheſim.

COROLLARIUM III.

386. Æqualia igitur pondera B A in inæqualibus ab axe diſtantiis ſuſpenſa, aut impoſita æquilibrium non habent, ſed remotius proximiori prævalet. (fig. 6. tab. 5.)

Primo enim pondera æqualia non ſunt in reciproca ratione diſtantiarum inæqualium: deinde ponderis æqualis A majori celeritate moti majores ſunt vires, aut momentum: cum factum ex pondere A in majorem celeritatem ſit majus, quam factum ex eodem, aut æquali pondere in minorem celeritatem: pondus igitur A, ab axe remotius, majus habet momentum, & alteri prævalet.

COROLLARIUM IV.

387. Si duo pondera æqualia ſtateræ appenſa non habeant æquilibrium: in imparibus ab axe diſtantiis ſunt appenſa: ſi enim pares eſſent diſtantiæ BO, OL: eſſent etiam pondera in reciproca diſtantiarum ratione: ergo æquale haberent momentum (n. 380.), & æquilibrium ſervarent contra hypotheſim.

COROLLARIUM V.

388. Si duo inæqualia pondera ſtateræ brachiis appendantur in paribus ab axe diſtantiis, nullum erit æquilibrium, ſed majus minori prævalebit, illudque elevabit. Nam ſi pondus N minus, & ab axe remotius, quam A, ſtatuatur in puncto N, ita ut ſit N ad A, ut A B ad B N (fig. 4. tab. 5.), erit æquilibrium. Majus autem eſt momentum ponderis in majori, quam in minori ab axe diſtantia: adducto igitur pondere N in punctum R æqualiter, atque A ab axe diſtans, non erit amplius æquilibrium.

CO-

COROLLARIUM VI.

389. Si duo pondera B, A (fig. 31. tab. 3.) ſtateræ brachiis appenſa in paribus ab axe diſtantiis non maneant in æquilibrio; inæqualia erunt. Nam ſi pondera ſunt æqualia; erunt inter ſe in ratione diſtantiarum reciproca; ergo æquale habebunt momentum, ac proinde æquilibrium ſervabunt contra hypotheſim. Univerſaliter igitur verum eſt, corporis in ſtateræ, aut libræ brachiis impoſiti momentum ea ratione augeri, qua illius ab axe rotationis diſtantia creſcit: ea item ratione minui, qua prædicta diſtantia decreſcit; in diſtantiarum enim proportione minuuntur, & augentur prædicti ponderis celeritates.

SCHOLION.

390. *Illud libræ, ſtateræ, ſeu rigidæ cujuſcumque virgæ corpora ſuſtinentis punctum* B *(fig. 4. tab. 5.), a quo ſuſpenſa libra, æquilibrium habeant appenſa pondera, commune eorum gravitatis centrum nuncupatur: in eoque prædictorum corporum mutuæ in ſe ipſa gravitatum actiones, & momenta, velut unita conſiderari poſſunt, atque reapſe refunduntur, adeo ut, qui hujuſmodi virgæ, centra ponderum connectentis punctum* A *(fig. 32. tab. 3.) ſuſtineat, omnem eorum corporum actionem, ſeu gravitatem ſuſtentet. Duo ſcilicet quæcumque corpora gravia, æqualia, aut inæqualia inflexibilis virgæ* B C *extremitatibus appendantur, aut ab iis aliqua ratione ſuſtineantur: virgam ita in* A *dividе, ut ſint* B *ad* C, *ut* C A *ad* A B: *ſi ergo punctum* A *ſuſtineas; virga quidem erit horizontalis, pondera in æquilibrio; totam vero eorum corporum gravitatem ſuſtinebis. Ex dictis autem facile conſtat, qua ratione duorum corporum, quæ inflexibili virgæ connectuntur, aut ſuſtinentur, commune gravitatis centrum inveniri poſſit: virgam enim ita divide in* A, *ut brachia ſeu diſtantiæ* B A, A C *rationem habeant ponderum reciprocam: nam corpora ſtateræ, ex dato diviſionis puncto pendentis, extremis in data ratione appenſa, ſunt in æquilibrio.*

Quod ſi plura corpora gravia in ſe invicem agant; &

& commune eorum gravitatis centrum inveniri oporteat; nullo id negotio aſſequemur. Sint enim tria, vel plura corpora B, C, E, G *in ſe mutuo gravitantia, & agentia: connexis inter ſe corporibus* B, C, *commune eorum gravitatis centrum expoſita modo ratione invenitur, & ſtatuitur in* A: *eo autem in centro univerſa prædictorum corporum gravitas refunditur: ex eo igitur puncto ad tertium corpus datum* E *ducta concipiatur recta inflexibilis* A E: *eam ita divide in* D, *ut ſit diſtantia* A D *ad diſtantiam* D E *in ratione reciproca tertii ponderis* E *ad duorum ponderum* B C *ſummam in centro* A *conflatam: erit prædictum punctum* D *commune trium corporum gravitatis, & actionum centrum, circa quod libere ſuſpenſa in æquilibrio manebunt.*

Eodem pacto 4. *aut plurium quorumque corporum ſyſtematis centrum gravitatis invenietur: nam ſi ex puncto* D, *trium corporum* B C E *centro, recta ad datum corpus* G *ducas, eamque dividas in* F, *ita ut ſint* D F *ad* F G *in ratione inverſa ponderis* G *ad tria pondera* B C E; *erit* F *novum, & commune gravitatis centrum. Hujuſmodi doctrina ad explicandum Nevvtonianum ſyſtema in aſtronomia opus erit. Qui punctum* F *ope fili v. gr. ſuſpenſum ſuſtineret;* 1. *quatuor illorum corporum gravitatem ſuſtentaret:* 2. *illa omnia æquilibrium interſeſe ſemper ſervarent:* 3. *ſingula interim illa corpora circum relativa centra, circa quæ ſunt in æquilibrio convolvi poſſunt; quin æquilibrium amittant. Corpora* B C *v. gr. revolvi circa centrum* A *in circulis, aut aliis curvis poſſunt, quarum radii ſint ſemper* A B, A C, *aut his proportionales: interim centrum* A *& corpus* E *ſuas item ſimiles curvas circa punctum* D *deſcribere poſſunt; dum inſimul centrum ipſum* D *una cum corpore* G *circa punctum aliud* F *revolvuntur: dum, inquam, hæc omnia ita peraguntur, relativa illa omnia æquilibria conſervantur, & integrum ſyſtema illud in punctum* F *refunditur.*

§. 5.

Staticæ inſtrumentorum uſus, examen, fallaciæ.

391 Libræ uſus in eo conſiſtit, ut corporum, quæ illius brachiis appenduntur, pondera explorentur, ſecum

cum invicem, & cum dato corpore, tamquam communi menſura conferantur. Cum enim æqualium ponderum corpora ad æquales a centro diſtantias A E, E B (fig. 31. tab. 3.) appoſita, ſint in æquilibrio; & viciſſim ſi ſint in æquilibrio in paribus diſtantiis, ſint æqualis ponderis; facile conſtat, ignoti ponderis corpus D v. gr. brachio appenſum, ſi cum dato pondere C, puta unius libræ, æquilibratur, unius etiam libræ pondus habere, & hoc pacto cum dato pondere C collatum innoteſcere. Virga A B eſſe debet maxime dura, ejuſdem plane materiæ, quam fieri poteſt, inflexibilis, & minimi ponderis: ſi enim ex diverſis materiis componeretur, detegendæ mox fallaciæ locum dabit. Si facile flectatur, & adhibitis ponderibus incurvetur; illius brachia E M, E N a gravitantibus ponderibus perpendiculariter non premuntur & urgentur, ſed oblique tantum deorſum trahuntur: quod & preſſionem minuit; cum diſtantiæ decreſcant: & fallacia etiam ſubeſt, cum fieri interdum poſſit, ut inæqualiter ex utraque parte curventur. Quo minus etiam fuerit virgæ pondus; minus axem S, circum quem revolvitur, premet; minor illic erit partium tritura, major movendi facilitas; unde pondere vel minimo ex aliqua parte adjuncto, & deſcendente illico brachio æquilibrium deſtruitur.

392. Hinc etiam eſt, quod magna adhibita pondera facilius quidem ad æquilibrium adducuntur; licet aliquod inter ipſa diſcrimen intercedat: magna ſcilicet ſupra axem S preſſio, & gravamen, ortaque inde in convolutione tritura virgam impedit, ne facile moveatur: ſi enim nulla eiſet tritura ad minimum in ponderibus diſcrimen deorſum a majoris ponderis parte deſcenderet.

Magnopere igitur curandum eſt, ut virga A B circa centrum E ſit maxime mobilis, ut vel minutiſſimum in appenſis ponderibus diſcrimen rupto æquilibrio demonſtret: ejus rei cauſa axis ſuperficiei ſcabrities atterenda eſt: eamque accuratiſſime levigari opportet.

Quo longiora erunt brachia, cæteris quidem paribus, magis exacte ponderum differentiæ indicantur, & perfectiori modo in libra expenduntur: quo enim appenſa pondera erunt a centro remotiora, majori

momento prædita facilius moventur; & æquilibrium turbare poſſunt, admiſſa qualibet in pondere differentia; obſervandum tamen, ne juſto longior brachiorum extenſio eorum curvaturæ ſit obnoxia.

393. Pondera in æquilibrio eſſe dicimus, & ita communis fert uſus, cum brachia A X, X B ponderibus hinc inde appenſis ad horizontalem lineam reducuntur, in eaque permanent immobilia, quod poſt aliquas hinc inde oſcillationes, ſeu mutuas depreſſiones, ut plurimum fit. Ut hujuſmodi parallelismum, & æquilibrium dignoſcamus, ad lingulam attendimus, quæ ob id muneris *examen* appellatur; ſi enim intra anſulam ſeu lamellas X F (quæ libere ex puncto F ſuſpenſæ eſſe debent ad horizontem perpendiculares) quieſcat, iiſque congruat; erunt brachia A S, S B, quibus ad angulos rectos inſiſtit lingula S Z horizonti parallela, & pondera in æquilibrio; ſecus, ſi aliquam in partem examen inclinet; ea enim ex parte majus eſt appenſum pondus.

Quo longior erit lingula, eo perfectius pendentium ponderum diſcrimen exploratur, & æquilibrium quæritur; cum pro majori lingulæ Z longitudine facilius vel minima ejus a perpendiculari ſitu deflexio dignoſcatur; me tamen non latet, aliquod eſſe librarum genus, in quibus appenſa pondera æqualia æquilibrium ſervant, etſi brachia M E, E N horizontalem ſitum non habeant. Id vero ut intelligi, atque definiri poſſit, ſequentia addere oportet.

394. Triplicem libræ ſpeciem conſtrui poſſe, animadvertendum eſt: vel enim centrum motus libræ cum centro gravitatis ponderum appenſorum in eadem linea, & puncto inveniuntur; vel centrum motus eſt ſupra centrum gravitatis, vel infra: primum viſitur in figura A B F (fig. 31. n. 1. tab. 3.), in qua punctum E eſt utrumque centrum: ſecundum obtinet, & viſitur in G P H (fig. 31. n. 2. tab. 3.), in qua centrum motus eſt E, centrum vero gravitatis ponderum eſt Q: Punctum nimirum rectæ G H utrumque corpus, eorumque centra conjungentis; tertium viſitur in V Y X (fig. 31. n. 3. tab. 3.): centrum enim motus eſt Y, centrum gravitatis eſt punctum K. In prima A B F & brachia & appenſa brachiis pondera æqualia C D erunt in æquilibrio, qualemcumque virga ipſa A B ſitum obtineat, hoc eſt, vel horizon-

rizontalis exiſtat, vel ad horizontem utcumque inclinata: ſemper enim pondera æqualem habebunt diſtantiam a centro motus, & gravitatis, ut in mechanica demonſtramus; cum vectis inclinati proportionem & calculum inimus.

395. Prima hæc libra eſt ſatis incommoda, & ad communem uſum vix adhibetur, ob frequentes oſcillationes, quibus pondera, etſi aliunde æqualia, atque æquilibrata, hinc inde agitantur, priuſquam horizontaliter quieſcant: quod quidem ex data modo ratione provenit, quod ponderum centrum immobile ſemper maneat, quamcumque ad horizontem inclinationem habeat virga. Huic vero incommodo remedium affert ſecunda G E H P, quam in uſu communiter adhibemus. In hac libræ ſpecie ſi æqualia pondera agitatione vel caſu alio a ſitu horizontali deturbentur, ſibi ipſis relicta poſt aliquas oſcillationes horizontaliter diſponuntur; virga enim L O inclinata, centrum gravitatis Q aſcendit in punctum I verſus partem L, ex qua attollitur virga, & ſupra horizontalem G H exiſtit; hinc igitur motu accelerato deſcendens ad Q uſque ad R conſcendit, brevique oſcillationum confecto numero, quieſcit in Q. Opus tamen eſt, ut centrum gravitatis parum ſenſibiliter diſtet a centro motus; aliter magnum ponderum diſcrimen opus foret, ut unum alteri prævaleret, virgam a ſitu horizontali diſturbaret, atque gravitatis centrum per arcum R Q I moveret: quo enim major eſt diſtantia E Q centrorum, major erit arcus a centro E deſcriptus ſub data virgæ ad horizontem G H inclinatione.

396. Tertia libræ ſpecies V Y X vix eſt in uſu, in eaque ſi pondus alterum X vel tantillum ob cauſam quamcumque in S inclinavit, non amplius ad horizontalem ſitum V X reſtituitur; quin imo ad infimum uſque punctum deſcendit: centrum enim gravitatis F ſemel ex puncto K diſturbatum, in quo verſus partem nullam inclinabat, ſupremumque locum occupabat, per arcum K F deſcendere ſemper perget.

397. Non uno de capite fallaces eſſe poſſunt libræ: primum & præcipuum ab inæquali brachiorum extenſione petitur: ſi enim ita ſint conſtructa, ut & longitudine inæqualia ſint, & idem habeant pondus, dum nulla iis appenduntur corpora, erunt in æquili-

 brio:

ſemitam rectam modice amplam AB, BC, CD: *faciliimeque proinde acquiri poteſt.*

PHÆNOMENON XIV.

373. *Aliud tamen accidit in quadrupedibus: equus v. g. quamdiu non movetur, baſim habet parallelogrammam* MXZN: *lineaque directionis in centro ſeu communi ſectione diagonalium, aut prope illam exiſtit* (fig. 17. tab. 4.). *Cum vero movetur equus, tres pedes habet in ſolo, eodemque tempore nonniſi unum per aerem conducit: elevat* X, *ut illum ad* Z *promoveat, interim tribus pedibus* MNZ *innititur: poſtea elevando* Z, *dum illum ad* R *promovet, tribus pedibus* MN & X *ad, ſeu prope* Z *jam promoto inſiſtit: eadem ratione duos alios pedes alterius partis* MN *elevat, &, promovet. Semper igitur habet baſim, aut parallelogrammam, aut triangularem: dum movetur, triangularem in parallelogrammam, & iſtam in triangularem mutat; parallelogramma tamen nonniſi ad breviſſimum temporis momentum perſeverat, a poſitione ſcilicet pedis* Z *in* R *ad elevationem poſterioris, & oppoſiti pedis* M. *Hæc tamen omnia pro vario diverſorum, imo & unius ejuſdemque animalis motu, greſſu ſcilicet, curſu ſaltu non eadem ratione peraguntur. Sunt illa vero quantumvis obvia ſemper phænomena, & ante oculos ubique obverſantia, obſervatu ſatis difficilia.*

LECTIO X.

De ſolidorum corporum æquilibrio, ſuſtentatione, elevatione, ſeu ſtatica phyſica: ubi primum, & univerſale Mechanicæ traditur principium.

374. Hactenus corporum gravitatem abſolutam, deſcenſum, lapſum, eorumque leges expendimus; rectus modo doctrinæ ordo poſtulat, ut corporum eorumdem pondera relativa explicemus; ſeu corporum gravitates, ac vires, & momenta inter ſe conferamus; ut facile inde dignoſcamus, quam inter ſe corpora ipſa quoad maſſas, & pondera rationem habeant; quod in ſingulare hominum, humanæque ſocietatis commodum redundare, nemo eſt, qui ignoret. Naturalibus enim, civilibuſque legibus ratum eſt,

eſt, ipſo etiam rationis lumine dictante, ut in aliorum pro aliis corporum permutatione, ac ſubſtitutione, qua quidem re totum humanarum ſocietatum commercium conſiſtit, omnia ſecundum pondus, & menſuram homines exequantur. In eum igitur finem, aliorumque humanorum uſuum gratiam, artem invenerunt homines, quam græco nomine *Staticam* appellarunt, cujus regulæ, & leges in id unum collineant, ut corporum pondera, momenta, vires dignoſcantur, & ad æquilibrium atque communem menſuram, & æqualitatem omnia redigi poſſint. In duplicem potiſſimum partem pro duplici corporum genere Staticam dividimus, *Geoſtaticam*, & *Hydroſtaticam*: prior ſolidorum, ſecunda fluidorum corporum gravitates, & momentorum rationem conſiderat, expendit; & ad æquilibrium reducere docet. Priorem modo, quantum per Geometriæ leges, atque methodum phyſica hæc argumenta expendi debent, modo expendimus: poſteriorem inferius tradituri. Quoniam vero machinarum potiſſimum ope corpora ipſa explorantur, conferuntur, ad æquilibrium reducuntur; *machinatrix* etiam, ſeu *Mechanica* ars inventa eſt, quæ in eum tendit ſcopum, ut notum corporis pondus, & reſiſtentiam quamcumque machinarum ope, imbelli etiam potentia ſuperet, corporaque ipſa facillime moveat, & in quam voluerimus partem adducat. Mechanicæ igitur ſubſervit *Statica*. Quin imo ſi *Mechanicam* univerſaliori ſenſu accipiamus, quo quidem non machinarum tantummodo inventionem, conſiderationem, calculum complectitur, ſed generalem motuum, ſeu virium corporum leges, cauſſas, effectus comprehendit; ſi, inquam, rem ita conſideremus; univerſa doctrinæ capita, quæ toto hoc volumine continentur, generalem Phyſicam Mechanicam, hoc eſt, *naturalium cauſſarum*, *virium*, *effectuum leges*, & *geometricum calculum* componunt.

Id diligenter notandum, in ſtatica vires ſolummodo corporum, quæ ex gravitate oriuntur, ſpectari, ſeu corporis in alia corpora actionem gravitatis expendi. In mechanica vero non ſola corporum gravitas, ſed hominum, animaliumque cæterorum actiones, & vires ad reſiſtentiam ſuperandam adhibentur, quarum directiones a gravitatis directione ſæpiſſime differunt. Duo potiſſimum ſunt inſtrumenta

ſta-

ſtatica, quibus corporum pondera inter ſe conferimus eorumque momenta, vires, æquilibrium exploramus, *libra*, & *ſtatera*.

DEFINITIO LIBRÆ.

375. *Libra*, ſeu *bilanx*, præcipuum ſtaticæ inſtrumentum, eſt rigida quædam inflexibilis, atque ejuſdem materiæ virga ex ferro v. g. aut ære conſtructa A B, ex cujus extremitatibus A B (fig. 31. tab. 5.) mediis funiculis ad virgam circumligatis lances D, C dependent & ſuſtinentur: hujuſmodi virga alio nomine *jugum* nuncupatur. Anſa eſt E F, duabus lamellis conſtans, cui ope axiculi utramque lamellam pervadentis virga ipſa committitur, ſuſtentatur, & inter lamellas circa axem convolvitur, attollitur, aut deprimitur. Intra anſæ lamellas ſupra axiculum a virga ipſa erigitur lingula quædam ad libram perpendicularis, atque æquilibrii index; cum enim intra anſulæ lamellas, horizonti ſemper perpendiculares dirigitur, quin ad aliquam inclinet partem, libram horizonti parallelam indicat, & appenſa virgæ extremitatibus corpora idem habere pondus, ſeu libram æqualiter deorſum premere demonſtrat. Unde ejus muneris cauſa *trutina*, *examen*, *libræ argumentum* nuncupatur: ad eam ſiquidem communiter in examinandis corporum ponderibus attendimus. Ipſe etiam axiculus eſt centrum motus; circa illum libra convolvitur; brachia autem dicuntur S A, S B; ſunt proinde æqualia.

DEFINITIO.

376. *Statera* eſt fortior inæqualium brachiorum libra B A (fig. 6. tab. 5.), ad magna pondera examinanda adhiberi ſolita: eaſdem fere, ac libra habet partes, *virgam*, *anſulam*, *lingulam*, *axem*, *brachia*: a puncto B, brevioris brachii extremitate, lanx X dependet, qua examinanda corpora ſuperponuntur: longius brachium A O in æquales partes pro libito dividitur, ex quibus parvum quoddam dependet corpus, ſeu æquipondium M, quod ad axiculum O per totum brachium A O adduci, & reduci, & ad ſingulas diſtantias detineri, & pendere facile poſſit: unde

& cur-

& *curſor* appellatur. Duplicis hujuſce inſtrumenti uſum interius explicabimus.

DEFINITIO.

377. *Corporum æquilibrium* eſt eorum ex virgæ brachiis pendentium horizonti parallela diſpoſitio; corpora proinde æquilibrata eſſe dicuntur, cum ex utroque inſtrumenti brachio pendent; quin brachium aliud præ alio deorſum vergat. Corpora ejuſdem, ſeu æqualis ponderis ea ſunt, quæ a bilancis, ſeu virgæ extremitatibus ſuſpenſa, aut pendentia æquilibrium ſervant, neque aliud alteri prævalet, illudque deſcendendo attollit: quod ſi eorum alterum brachium, ex quo pendet, infra horizontalem ſitum deprimat, oppoſitumque proinde brachium, & annexum illi pondus elevet, dicuntur pondera *non æquiponderantia*.

Cum corpora omnia gravia ex gravitatis indole deorſum ad terræ centrum dirigantur, propendeant, aut tendere conentur; hujuſmodi corporum niſus, tendentia, ſeu conatus, quem & ex gravitatis indole, & ex machinæ, libræ, aut ſtateræ diſpoſitione obtinent, dicitur eorum momentum. Non eandem, aut æqualem corporibus omnibus gravitatem ineſſe, manifeſtum eſt; unde inæqualibus viribus deorſum nituntur deſcendere: eam porro virium, & momentorum inæqualitatem, vel æqualitatem non melius, quam per libram, & ſtateram dignoſcimus; cum enim utrumque bilancis A B (fig. 31. tab. 3.) extremum deorſum premant; deſcendere autem eorum extremorum alterum nequeat, quin oppoſitum aſcendat; fit, ut & ſibi mutuo reſiſtant, & in ſe mutuo agant: utriuſque igitur vires ſecum invicem ope hujuſmodi inſtrumenti recte conferuntur.

PRINCIPIUM ET LEX I.

378. *Mobilis cujuſcumque vires ſunt, & exprimuntur recte per factum ex corporis ipſius maſſa in ejus velocitatem ducta.*

Hujuſmodi legem ſuperius jam ſtabilitam habes. Notandum præterea, celebre philoſophorum circa virium vivarum, aut mortuarum æſtimationem diſſidium ad rem præſentem non ſpectare; & quamcum-

que

quæ opinionem ampleſtaris, aut ſupponas, principii veritatem admittere neceſſe eſt: cum in præſentiarum de viribus gravitatis, potentiæ mortuæ, aut de motu æquabili ſermo tantum ſit, circa quem omnes de menſura ſeu æſtimatione convenimus.

PRINCIPIUM, ET LEX II.

379. *Duo quæcumque corpora* A C (fig. 4. tab. 5.) *libræ horizontaliter jacentis extremitatibus impoſita, aut ab illis pendentia, ſi moveantur, eam celeritatum habent rationem, quam inter ſe habent ipſius libræ, aut ſtateræ brachia.*

Sint libræ C A brachiorum, æqualium, aut inæqualium extremitatibus impoſita duo pondera: ſi moveatur libra, utrumque punctum, & corpus C A circa punctum B circumvolvitur, & arcus C D, A O æquales, aut inæquales deſcribit, qui ſunt ſimiles, & directe inter ſe, ut radii ſeu brachia B A, B C, ob æqualitatem angulorum C B D, A B O: ſpatium igitur C D a corpore C confectum, eſt ad ſpatium A O ab alio pondere peragratum, ut brachium ad brachium: ſunt vero hujuſmodi brachia prædictorum ponderum diſtantiæ a puncto ſuſpenſionis: hujuſmodi igitur brachia, radii, ſeu diſtantiæ ponderum recte exprimunt rationem velocitatum, quas in motus principio habent corpora. Quod ultimum addo propter inferius dicenda.

PROPOSITIO LIII.

380. *Corpora univerſim* C A *libræ, aut ſtateræ appenſa, aut impoſita, ſunt in æquilibrio, & ſe mutuo ſuſtinent, ſi pondus unius* A *ſit ad pondus alterius* C, *ut velocitas ejuſdem* C *ad velocitatem primi* A, *hoc eſt, ut diſtantia* C B *ad diſtantiam* B A, (fig. 4. tab. 5.)

Idem eſt, ac dicere, corpora ſeu potentiæ quæcumque bilancem a virgæ extremitatibus recta trahentes, ſunt in æquilibrio; ſi ſint inverſe, ut diſtantiæ ſeu radii a centro motus.

Demonſtr. Vis, impetus, ſeu preſſio corporum eſt productum ex maſſa in celeritatem ducta: vis igitur, niſus, & momentum, quo duo gravia C, A libram

B pre-

B, premunt, & deorſum tendere nituntur, ſunt factum ex maſſa in celeritatem: cum igitur datis 4. terminis reciproce proportionalibus, ſit fact. m ab extremis facto ex mediis æquale (a); erit momentum corporis A, factum ex illius maſſa & celeritate, quæ ſunt proportionis extrema, momento corporis C æquale, facto ſcilicet ex maſſa, & celeritate C, quæ duo ſunt medii proportionis termini.

381. Oppones: duo corpora C A libræ extremitatibus impoſita, aut ab iis pendentia, dum libra ipſa horizonraliter diſpoſita manet, nullum habent motum, aut celeritatem, imo ſe viciſſim ad motum impediunt; dum igitur eo in ſtatu permanent, eorum vires non ſunt factum ex maſſis in celeritates ductis: neque dici poteſt, illorum velocitates habere reciprocam maſſarum, ſeu ponderum rationem. Sint enim duo pondera R, A ex libræ B, vel ſtateræ horizontaliter diſpoſitæ punctis R A æqualiter ab axe diſſitis pendentia: poſtea autem immoto manente pondere A, longius in C pondus R removeatur: cum nullum in punctis C A præfata corpora habeant motum, nullamque celeritatem; vi tantum mortua, ſeu gravitatis actione libram premunt, & ſeſe mutuo attollere nituntur: hujuſmodi igitur actiones erunt æquales; æqualium enim maſſarum nullo motu affectarum rationem ſequentur: erit igitur perpetuum æquilibrium, quantumvis ea æqualia corpora inæqualiter ab axe rotationis removeantur: cum eandem ubique habeant maſſam ſeu pondus, nullum vero motum. Suppono enim, pondus R ſenſim per R C immota libra removeri: ſi vero hanc hypotheſim inficieris, contendaſque, brachium B C ſtatim a pondere C deprimi, & oppoſitum elevari, quamprimum pondus ipſum a puncto R verſus C removeatur; difficultatem non ſolvis; unde enim hujuſce inæqualis, & prævalentis preſſionis in pondere R initium?

382. Reſp. communiter, pondera C A ita diſpoſita in bilance aut ſtatera, ut ſint in ratione diſtantiarum, ſeu velocitatum reciproca, ob id potiſſimum manere in æquilibrio, & immota, quia motum nullum in ſe viciſſim poſſunt producere: motum vero pro-

(a) *Geomet. elem.* 3.

producere nequeunt; quæ ita in bilanci diſpoſita ſunt, ut moveri ne tantillum quidem poſſint, quin velocitates viciſſim producant, & in ſe habeant ponderibus, ſeu maſſis reciproce proportionales, ac proinde æquales vires, quibus ſe mutuo impediant: moveri igitur non poſſunt, cum vel immota, vel ad motum concitata, virium, preſſionum, ſeu reſiſtentiarum æqualitatem ſervent, dum in reciproca ponderis diſtantia exiſtunt. Si igitur (quod affirmare non auſim) perfecte aliquando quieſcant; æquilibrii cauſa eſt mutua reſiſtentiarum æqualitas: eæ autem reſiſtentiæ ſunt maſſæ, & velocitates, quas illico ac moveri inciperent, unum quodque haberet pondus. Dici etiam poteſt, neque id magna probabilitate deſtituitur, corpora A, C in reciproca ſuorum ponderum diſtantia ſuſpenſa nullum quidem habere motum, aut celeritatem ſenſibilem, & obſervabilem; aliquam tamen celeritatem, & motum initialem habere: dum enim hinc inde ſtateræ brachia mutuo premunt, & deorſum trahere nituntur, moveri ſemper affectant, & incipiunt, licet continuo ſeſe mutuo impediant, ne ſenſibilem motus effectum producant; cum initialis ponderis C motus ab oppoſito pondere continuo deſtruatur, & viciſſim: initiales autem parvæ celeritates corporum A C ſunt inter ſe, ut brachia B C, B A, hoc eſt, in ratione ponderum reciproca: prædicta igitur corpora vires, quibus ſe mutuo ſuſtineant, habebunt æquales. In id fere recidit explicatio a P. *Caſtel* adhibita: corpora, inquit, in quocumque ſtatu extant, ob gravitatis indolem, & naturam in perenni vibrationum exercitio, & reciprocatione exiſtere, quibus velut pendulum, ad tellurem trahuntur, & retrahuntur: in hac enim vibrationum a peripheria ad centrum perennitate gravitatis natura ſecundum prædicti authoris mentem conſiſtit. Hujuſmodi autem vibrationes, etſi inſenſibiles, ſine motu perfici non poſſunt: prædicta igitur corpora, etiam dum ſuſpenſa exiſtunt, ſuam habent celeritatem; ea proinde in reciproca ponderum ratione exiſtente, æquales erunt in utroque corpore vires, eritque perfectum inter illa æquilibrium: dum utrumque pondus ex brachiis libræ ſuſpenſum, ea deorſum perpendiculariter ad horizontem urgent, iis quidem celeritatibus, quæ in maſſam ſeu pondus du-

ctæ

ſtæ duo facta inter ſe paria efficiunt. Quamcumque igitur teneas de gravitate corporum ſententiam, adducta difficultas ſoluta eſt: ſi gravitas reapſe eſt motus, quadrant ſibi omnia; perfecta viſitur inter actiones æqualitas: ſi gravitas eſt purus niſus, atque vis ſine motu; æquilibrium ab æqualitate reſiſtentiarum derivatur.

COROLLARIUM I.

383. Si duo corpora CD ejuſdem ponderis in æqualibus ab axe diſtantijs ſtatuantur; erunt in æquilibrio, & momenta habebunt æqualia. (fig. 31, tab. 3.)

Nam cum & pondera, & diſtantiæ ſint æquales; erunt diſtantiæ, ſeu celeritates in ratione ponderum reciproca: paria igitur erunt eorum corporum momenta, atque ſervabitur æquilibrium; cum neutrum alteri prævalere poſſit.

COROLLARIUM II.

384. Si duo corpora in æqualibus ab axe diſtantiis ſtatuta, ſint in æquilibrio; æqualia habebunt pondera. Nam ſi pondera ſint inæqualia, æquales autem diſtantiæ, non erunt celeritates in ratione reciproca ponderum: ergo facta ex celeritatibus in pondera non ſunt paria: ſint celeritates, ſeu diſtantiæ 4. pondus A 3, B 6: erit 24. corporis B momentum majus, quam 12. corporis A momentum: ergo nullum erit æquilibrium contra hypotheſim.

PROPOSITIO LIV.

385. *Si corpora quæcumque ſtateræ, aut libræ impoſita, aut ex earum brachiis pendentia, ſint in æquilibrio; erunt eorum celeritates, aut diſtantiæ in ratione ponderum reciproca, hoc eſt, erit pondus* A *ad* C, *ut* CB *ad* BA (fig. 41. tab. 5.)

Nam ſi diſtantiæ reciprocam ponderum rationem non habeant, non erunt corporum momenta æqualia, ac proinde non ſervabitur æquilibrium, contra hypotheſim: da enim, pondus A ad pondus C majorem habere rationem, quam diſtantia BC ad di-

ſtantiam B A: ſit v. g. pondus A, 6, pondus C, 3, diſtantia vero C B, 4, diſtantia B A, 3: momentum ſeu vires corporis A ſunt, 18. momentum C, 12. Majus igitur erit momentum corporis A, quam momentum corporis C, nullumque proinde erit æquilibrium contra hypotheſim.

COROLLARIUM III.

386. Æqualia igitur pondera B A in inæqualibus ab axe diſtantiis ſuſpenſa, aut impoſita æquilibrium non habent, ſed remotius proximiori prævalet. (fig. 6. tab. 5.)

Primo enim pondera æqualia non ſunt in reciproca ratione diſtantiarum inæqualium: deinde ponderis æqualis A majori celeritate moti majores ſunt vires, aut momentum: cum factum ex pondere A in majorem celeritatem ſit majus, quam factum ex eodem, aut æquali pondere in minorem celeritatem: pondus igitur A, ab axe remotius, majus habet momentum, & alteri prævalet.

COROLLARIUM IV.

387. Si duo pondera æqualia ſtateræ appenſa non habeant æquilibrium: in imparibus ab axe diſtantiis ſunt appenſa: ſi enim pares eſſent diſtantiæ B O, O L: eſſent etiam pondera in reciproca diſtantiarum ratione: ergo æquale haberent momentum (n. 380.), & æquilibrium ſervarent contra hypotheſim.

COROLLARIUM V.

388. Si duo inæqualia pondera ſtateræ brachiis appendantur in paribus ab axe diſtantiis, nullum erit æquilibrium, ſed majus minori prævalebit, illudque elevabit. Nam ſi pondus N minus, & ab axe remotius, quam A, ſtatuatur in puncto N, ita ut ſit N ad A, ut A B ad B N (fig. 4. tab. 5.), erit æquilibrium. Majus autem eſt momentum ponderis in majori, quam in minori ab axe diſtantia: adducto igitur pondere N in punctum R æqualiter, atque A ab axe diſtans, non erit amplius æquilibrium.

CO-

COROLLARIUM VI.

389. Si duo pondera B, A (fig. 31. tab. 3.) ſtateræ brachiis appenſa in paribus ab axe diſtantiis non maneant in æquilibrio; inæqualia erunt. Nam ſi pondera ſunt æqualia; erunt inter ſe in ratione diſtantiarum reciproca; ergo æquale habebunt momentum, ac proinde æquilibrium ſervabunt contra hypotheſim. Univerſaliter igitur verum eſt, corporis in ſtateræ, aut libræ brachiis impoſiti momentum ea ratione augeri, qua illius ab axe rotationis diſtantia creſcit: ea item ratione minui, qua prædicta diſtantia decreſcit; in diſtantiarum enim proportione minuuntur, & augentur prædicti ponderis celeritates.

SCHOLION.

390. *Illud libræ, ſtateræ, ſeu rigidæ cujuſcumque virgæ corpora ſuſtinentis punctum* B (*fig.* 4. *tab.* 5.), *a quo ſuſpenſa libra, æquilibrium habeant appenſa pondera; commune eorum gravitatis centrum nuncupatur: in eoque prædictorum corporum mutuæ in ſe ipſa gravitatum actiones, & momenta, velut unita conſiderari poſſunt, atque reapſe refunduntur, adeo ut, qui hujuſmodi virgæ, centra ponderum connectentis; punctum* A (*fig.* 32. *tab.* 3.) *ſuſtineat, omnem eorum corporum actionem, ſeu gravitatem ſuſtineat. Duo ſcilicet quæcumque corpora gravia, æqualia, aut inæqualia inflexibilis virgæ* BC *extremitatibus appendantur, aut ab iis aliqua ratione ſuſtineantur: virgam ita in* A *divide, ut ſint* B *ad* C, *ut* CA *ad* AB: *ſi ergo punctum* A *ſuſtineas; virga quidem erit horizontalis, pondera in æquilibrio; totam vero eorum corporum gravitatem ſuſtinebis. Ex dictis autem facile conſtat, qua ratione duorum corporum, quæ inflexibili virgæ connectuntur, aut ſuſtinentur, commune gravitatis centrum inveniri poſſit: virgam enim ita divide in* A, *ut brachia ſeu diſtantiæ* BA, AC *rationem habeant ponderum reciprocam: nam corpora ſtateræ, ex dato diviſionis puncto pendentis, extremis in data ratione appenſa, ſunt in æquilibrio.*

Quod ſi plura corpora gravia in ſe invicem agant;

& commune eorum gravitatis centrum inveniri oporteat; nullo id negotio aſſequemur. Sint enim tria, vel plura corpora B, C, E, G *in ſe mutuo gravitantia, & agentia: connexis inter ſe corporibus* B, C, *commune eorum gravitatis centrum expoſita modo ratione invenitur, & ſtatuitur in* A: *eo autem in centro univerſa prædictorum corporum gravitas refunditur: ex eo igitur puncto ad tertium corpus datum* E *ducta concipiatur recta inflexibilis* A E: *eam ita divide in* D, *ut ſit diſtantia* A D *ad diſtantiam* D E *in ratione reciproca tertii ponderis* E *ad duorum ponderum* B C *ſummam in centro* A *conflatam: erit prædictum punctum* D *commune trium corporum gravitatis, & actionum centrum, circa quod libere ſuſpenſa in æquilibrio manebunt.*

Eodem pacto 4. *aut plurium quorumque corporum ſyſtematis centrum gravitatis invenietur: nam ſi ex puncto* D, *trium corporum* B C E *centro, recta ad datum corpus* G *ducas, eamque dividas in* F, *ita ut ſint* D F *ad* F G *in ratione inverſa ponderis* G *ad tria pondera* B C E; *erit* F *novum, & commune gravitatis centrum. Hujuſmodi doctrina ad explicandum Nevvtonianum ſyſtema in aſtronomia opus erit. Qui punctum* F *ope fili v. gr. ſuſpenſum ſuſtineret;* 1. *quatuor illorum corporum gravitatem ſuſtentaret:* 2. *illa omnia æquilibrium interſeſe ſemper ſervarent:* 3. *ſingula interim illa corpora circum relativa centra, circa quæ ſunt in æquilibrio convolvi poſſunt; quin æquilibrium amittant. Corpora* B C *v. gr. revolvi circa centrum* A *in circulis, aut aliis curvis poſſunt, quarum radii ſint ſemper* A B, A C, *aut his proportionales: interim centrum* A *& corpus* E *ſuas item ſimiles curvas circa punctum* D *deſcribere poſſunt; dum inſimul centrum ipſum* D *una cum corpore* G *circa punctum aliud* F *revolvuntur: dum, inquam, hæc omnia ita peraguntur, relativa illa omnia æquilibria conſervantur, & integrum ſyſtema illud in punctum* F *refunditur.*

§. 5.

Staticæ inſtrumentorum uſus, examen, fallaciæ.

391 Libræ uſus in eo conſiſtit, ut corporum, quæ illius brachiis appenduntur, pondera explorentur, ſecum

cum invicem, & cum dato corpore, tamquam communi menſura conferantur. Cum enim æqualium ponderum corpora ad æquales a centro diſtantias A E, E B (fig. 31. tab. 3.) appoſita, ſint in æquilibrio; & viciſſim ſi ſint in æquilibrio in paribus diſtantiis, ſint æqualis ponderis; facile conſtat, ignoti ponderis corpus D v. gr. brachio appenſum, ſi cum dato pondere C, puta unius libræ, æquilibratur, unius etiam libræ pondus habere, & hoc pacto cum dato pondere C collatum innoteſcere. Virga A B eſſe debet maxime dura, ejuſdem plane materiæ, quam fieri poteſt, inflexibilis, & minimi ponderis: ſi enim ex diverſis materiis componeretur, detegendæ mox fallaciæ locum dabit. Si facile flectatur, & adhibitis ponderibus incurvetur; illius brachia E M, E N a gravitantibus ponderibus perpendiculariter non premuntur & urgentur, ſed oblique tantum deorſum trahuntur: quod & preſſionem minuit; cum diſtantiæ decreſcant: & fallacia etiam ſubeſt, cum fieri interdum poſſit, ut inæqualiter ex utraque parte curventur. Quo minus etiam fuerit virgæ pondus; minus axem S, circum quem revolvitur, premet; minor illic erit partium tritura, major movendi facilitas; unde pondere vel minimo ex aliqua parte adjuncto, & deſcendente illico brachio æquilibrium deſtruitur.

392. Hinc etiam eſt, quod magna adhibita pondera facilius quidem ad æquilibrium adducuntur; licet aliquod inter ipſa diſcrimen intercedat: magna ſcilicet ſupra axem S preſſio, & gravamen, ortaque inde in convolutione tritura virgam impedit, ne facile moveatur: ſi enim nulla eſſet tritura ad minimum in ponderibus diſcrimen deorſum a majoris ponderis parte deſcenderet.

Magnopere igitur curandum eſt, ut virga A B circa centrum E ſit maxime mobilis, ut vel minutiſſimum in appenſis ponderibus diſcrimen rupto æquilibrio demonſtret: ejus rei cauſa axis ſuperficiei ſcabrities atterenda eſt: eamque accuratiſſime levigari opportet.

Quo longiora erunt brachia, cæteris quidem paribus, magis exacte ponderum differentiæ indicantur, & perfectiori modo in libra expenduntur: quo enim appenſa pondera erunt a centro remotiora, majori mo-

momento prædita facilius moventur, & æquilibrium turbare poſſunt, admiſſa qualibet in pondere differentia: obſervandum tamen, ne juſto longior brachiorum extenſio eorum curvaturæ ſit obnoxia.

393. Pondera in æquilibrio eſſe dicimus, & ita communis fert uſus, cum brachia A X, X B ponderibus hinc inde appenſis ad horizontalem lineam reducuntur, in eaque permanent immobilia, quod poſt aliquas hinc inde oſcillationes, ſeu mutuas depreſſiones, ut plurimum fit. Ut hujuſmodi paralleliſmum, & æquilibrium dignoſcamus, ad lingulam attendimus, quæ ob id muneris *examen* appellatur; ſi enim intra anſulam ſeu lamellas X F (quæ libere ex puncto F ſuſpenſæ eſſe debent ad horizontem perpendiculares) quieſcat, iiſque congruat; erunt brachia A S, S B, quibus ad angulos rectos inſiſtit lingula S Z horizonti parallela, & pondera in æquilibrio; ſecus, ſi aliquam in partem examen inclinet; ea enim ex parte majus eſt appenſum pondus.

Quo longior erit lingula, eo perfectius pendentium ponderum diſcrimen exploratur, & æquilibrium quæritur; cum pro majori lingulæ Z longitudine facilius vel minima ejus a perpendiculari ſitu deflexio dignoſcatur; me tamen non latet, aliquod eſſe librarum genus, in quibus appenſa pondera æqualia æquilibrium ſervant, etſi brachia M E, E N horizontalem ſitum non habeant. Id vero ut intelligi, atque definiri poſſit, ſequentia addere oportet.

394. Triplicem libræ ſpeciem conſtrui poſſe, animadvertendum eſt: vel enim centrum motus libræ cum centro gravitatis ponderum appenſorum in eadem linea, & puncto inveniuntur; vel centrum motus eſt ſupra centrum gravitatis, vel infra: primum viſitur in figura A B F (fig. 31. n. 1. tab. 3.), in qua punctum E eſt utrumque centrum: ſecundum obtinet, & viſitur in G P H (fig. 31. n. 2. tab. 3.), in qua centrum motus eſt E, centrum vero gravitatis ponderum eſt Q: Punctum nimirum rectæ G H, utrumque corpus, eorumque centra conjungentis; tertium viſitur in V Y X (fig. 31. n. 3. tab. 3.): centrum enim motus eſt Y, centrum gravitatis eſt punctum K. In prima A B F & brachia & appenſa brachiis pondera æqualia C D erunt in æquilibrio, qualemcumque virga ipſa A B ſitum obtineat, hoc eſt, vel horizon-

rizontalis exiſtat, vel ad horizontem utcumque inclinata: ſemper enim pondera æqualem habebunt diſtantiam a centro motus, & gravitatis, ut in mechanica demonſtramus; cum vectis inclinati proportionem & calculum inimus.

395. Prima hæc libra eſt ſatis incommoda, & ad communem uſum vix adhibetur, ob frequentes oſcillationes, quibus pondera, etſi aliunde æqualia, atque æquilibrata, hinc inde agitantur, priuſquam horizontaliter quieſcant: quod quidem ex data modo ratione provenit, quod ponderum centrum immobile ſemper maneat, quamcumque ad horizontem inclinationem habeat virga. Huic vero incommodo remedium affert ſecunda G E H P, quam in uſu communiter adhibemus. In hac libræ ſpecie ſi æqualia pondera agitatione vel caſu alio a ſitu horizontali deturbentur, ſibi ipſis relicta poſt aliquas oſcillationes horizontaliter diſponuntur; virga enim L O inclinata, centrum gravitatis Q aſcendit in punctum I verſus partem L, ex qua attollitur virga, & ſupra horizontalem G H exiſtit; hinc igitur motu accelerato deſcendens ad Q uſque ad R conſcendit, brevique oſcillationum confecto numero, quieſcit in Q. Opus tamen eſt, ut centrum gravitatis parum ſenſibiliter diſtet a centro motus: aliter magnum ponderum diſcrimen opus foret, ut unum alteri prævaleret, virgam a ſitu horizontali diſturbaret, atque gravitatis centrum per arcum R Q I moveret: quo enim major eſt diſtantia E Q centrorum, major erit arcus a centro E deſcriptus ſub data virgæ ad horizontem G H inclinatione.

396. Tertia libræ ſpecies V Y X vix eſt in uſu, in eaque ſi pondus alterum X vel tantillum ob cauſam quamcumque in S inclinavit, non amplius ad horizontalem ſitum V X reſtituitur; quin imo ad infimum uſque punctum deſcendit: centrum enim gravitatis F ſemel ex puncto K diſturbatum, in quo verſus partem nullam inclinabat, ſupremumque locum occupabat, per arcum K F deſcendere ſemper perget.

397. Non uno de capite fallaces eſſe poſſunt libræ: primum & præcipuum ab inæquali brachiorum extenſione petitur: ſi enim ita ſint conſtructa, ut & longitudine inæqualia ſint, & idem habeant pondus, dum nulla iis appenduntur corpora, erunt in æquili-

brio: iis tamen appenſis, æquilibrium tum maxime indicabunt, cum corpora ipſa inæquali pondere prædita fuerint: quod ex inæquali ponderum ab axe diſtantia provenit, cùm ex ſupra demonſtratis luculenter conſtet, remotioris ponderis majus eſſe momentum: ſi igitur ea duo corpora ſunt in æquilibrio, inæqualem habebunt maſſam, atque pondus: & longius diſſitum corpus minori, quam par erat, pondere præditum exiſtit, ut majorem compenſet diſtantiam.

Aliud fallaciæ caput ex nimia axis ſcabritie, vel orta aliunde mobilitatis difficultate naſcitur, ut ſupra expoſuimus: v. g. ſi axis ſit ſuperius complanatus: lata enim ſuperficies partium affrictum auget, motum impedit: præterea virga B A latæ ſuperficiei inſidens, difficilius ex una parte attolli, & deprimi ex alia poteſt: debet igitur axis in aciem quaſi ſuperius deſinere, ut exiguam virgæ ſuperficiem tangat.

Primam, & alias libræ fallacias dignoſces, æquilibratis ponderа permutando: ſi enim permutata pondera æquilibrium adhuc ſervent; æqualem brachia ipſa habent longitudinem; ſecus, ſi æquilibrium non amplius ſubſiſtat.

Porro in minutiſſimis & pretioſis rebus expendendis, in quibus vel minimus error notabile infert damnum, ſcrupuloſe omnia exequenda ſunt: magna ſcilicet in virga mobilitas, in axe lævigatio, non modica in brachiis longitudo, modicum tamen pondus, perfecta æqualitas; parva deinde lancibus pondera imponi oportet.

398 Idem fere ſtateræ atque libræ uſus: in eo tamen intercedit diſcrimen, quod ad parva ſolummodo pondera adhibeatur libra, ad majora, & enormia inſervit ſtatera: cujus rei gratia ſolidiſſima, & duriſſima eſſe oportet brachia, ut maximis ponderibus ſuſtinendis paria habeantur: unicum deinde æquipondium M per longius brachium excurrat, opus eſt, ut quæcumque explorentur pondera, ea ad æquilibrium reducantur: cum enim eo majus habeat momentum, quo in majori a centro diſtantia collocatur; inde eſt, quod ad corpora longe inæqualia æquilibranda ſufficiat (fig. 6. tab. 5).

Longius brachium O A in æquales partes dividitur, ſum-

ſumpto ab axe initio: in puncto L v. gr. quod tentando inveniatur, 6 libras ab extremitate B pendentes ſuſtineat, 7, 8, 9, 10, in punctis immediatis: deinde alia quærantur puncta pro 20, 30, 50, 100, 200 &c. Cum ſtateræ axis a notabili brachiorum, & appenſorum corporum pondere multum prematur; & hinc non niſi difficultate circum axem verſetur, ad parva pondera exploranda non ſatis commoda cenſetur.

LECTIO II.

Mechanica, ſeu de Machinis ſimplicibus.

DEFINITIONES.

399. *Machina* eſt inſtrumentum materiale ita diſpoſitum, ut illius ope homines, animantia cætera, aut vires quæcumque aliæ ad ingentia pondera elevanda, aut quacumque alia ratione movendum, & reſiſtentiam ſuperandam commode applicari poſſint. Eſt igitur materiale artificium ad facilem reddendam actionem potentiæ. Dicitur *potentia* vis illa, quæcumque ſit, quæ per machinam agit; illud vero, quod movere, & ſuperare nitimur, *pondus*, ſeu *reſiſtentiam* appellamus.

Potentia igitur ſunt homines, animantia, vis elaſticitatis, ipſamet etiam gravitas, aer, ventus, fumus, &c. quæ diverſis machinis applicantur. Earum vim nuncupamus *momentum*. Hinc vero fit, ut multoties ipſæmet potentiæ reſiſtentiarum, & ponderum munus agant: cum duæ ſcilicet, aut plures vires, ſeu potentiæ in contrarias partes eadem machina agant, altera alterius mutua erit reſiſtentia, atque ſuperandum obſtaculum.

400. Machinæ aut ſunt ſimplices, aut compoſitæ: primæ ſunt, quæ ex uno tantum corpore, vel ex paucorum combinatione conſtant; qualia ſunt *Vectis*, *axis in peritrochio*: *Compoſitæ* ſunt, quæ ex artificiola plurium corporum, ſeu machinarum ſimplicium complexione conflantur, v. gr. *horologium automaton*.

Machinæ vel Geometrice, hoc eſt, theoretice, vel phyſice atque in uſu conſiderantur: primo modo ad pu-

puram tantummodo, atque, ut dicitur, eſſentialem machinæ diſpoſitionem, & rationem, hoc eſt, ad augmentum, ut dici ſolet, potentiæ per machinam attenditur, qua ſcilicet proportione vis iſta augeatur; eoque pacto, inito virium calculo dignoſcitur, quæ utilior, quæve inutilior ſit machina, quæ potentia per machinam datum pondus ſuperare & movere poſſit, quæ id efficiendo ſit impar.

401. Machinæ, ſi proprie loquamur, non augent potentiam, ſed illam recte applicant, in iis circumſtantiis collocant, eamque actionis facilitatem ferunt, ut potentia ſuomet naturali momento, atque motu facile pondus, ſeu reſiſtentiam vincat. Machinis igitur hoc modo acceptis, nihil attenditur ad materiam, ex qua ſunt conſtructæ, neque ad earum pondus, frictionem, reſiſtentiam, ſed ab iis omnibus immunes ſupponuntur: unde graviſſimi in uſu errores comittentur, ſi calculo Geometrico tantum innixi machinam conſtruimus.

Cum phyſice ſpectantur machinæ, accidentia materiæ, ex qua conſtruuntur, maxime attendi debent, durities nimirum, flexibilitas, lævigatio, pondus, frictio, & alia ſimilia: iis enim omnino omiſſis, raro fiet, ut calculus ſit a gravi errore immunis, ſi machinæ ſecundum ejuſmodi calculum conſtructæ ad uſum adhibeantur.

DEFINITIO.

402. Machinæ ſimplices communiter numerantur 5, *Vectis* ſcilicet, *Trochlea*, *Axis in peritrochio*, *Cochlea*, *Cuneus*, quibus addunt aliqui *planum inclinatum*, immo & *libram*. Primum reducitur ad cuneum, & fuſe jam de illo ſermonem fecimus: *libra* vero cum non augeat potentiam, inter machinas ad id muneris deſtinatas, & inventas non numeratur; potiuſque ab illius officio inſtrumentum *Staticæ* nuncupatur: ſatiſque hactenus expoſuimus illius uſum, conſtructionem, & leges. *Statera Romana* ad *vectem* reducitur, de quo jam dicemus. Machinæ compoſitæ ſunt quamplurimæ, & quotidie earum numerus augetur; ſemperque ex ſimplicium combinatione conſtantur.

Plurima ad ejuſmodi compoſitarum machinarum inven-

ventionem, & rectam conſtructionem, earum potiſſimum, quæ ſunt nimium compoſitæ, requiruntur. 1. Calculum virium recte inire; 2. actiones obliquas potentiæ, & ponderis ad rectas, ſeu perpendiculares reducere, ut ſtatim exponemus. 3. vires abſolutas potentiarum, & ponderum agnoſcere, 4. varios reſiſtentiarum gradus ex diverſis cauſis, ratione, frictione, preſſione detegere, quæ quidem pro diverſitate ſuperficierum, & machinarum diverſæ exiſtunt. 5. longe plus valet genius quidam a natura datus ad inveniendum proprius, licet alioquin parum, aut nihil in mathematicis cultus, quam magna in mechanicis eruditio citra naturæ genium, ut multiplici exemplo demonſtrare poſſumus.

§.

Principium univerſale Mechanicæ.

403. Machinarum ope exigua potentia pondera enormia ſuſtentat, attollit, circumducit: aqua leniter fluens, ventus, hoc eſt, aer ſpirans, grave corpus deſcendens, animalia, homines, pueri, fumus ipſe, imo & radii ſolares machinas movent, earumque ope reſiſtentias non modicas vincunt: unde tantum debilibus cauſis virtutis augmentum? Puer v. g. qui citra machinam nonniſi 10. libras attolleret, ope vectis C B A (fig. 4.), aut ſtateræ B L A pondus (fig. 6. tab. 5.) 40. librarum attollit; quodnam eſt hujuſce augmenti virium principium, & cauſa? Diximus jam, nullum hic, ſi proprie loquamur, virium augmentum intervenire; ſed tantum per machinas effici, ut eademmet potentiæ vis commode ſuperandæ reſiſtentiæ applicetur; ejus tamen rei cauſa, & principium quæritur.

Id principium, & cauſam jam indicavimus lectione 10. Vis & energia potentiæ, ſeu corporis moti eſt velocitas ducta in maſſam: ſi ergo ſtante eadem velocitate, & maſſa, ſeu energia in potentia, diminui poſſit ſemper magis & magis in dato pondere velocitas; diminuetur ſemper magis & magis in eo pondere reſiſtentia, & facilius ſemper magis & magis data illa potentia datum pondus ſuperabit. Da e. g. puerum poſſe movere 10. libras ea velocitate, qua ipſe

ipſe naturaliter graditur, quam voco velocitatem, ut 4; puer igitur in R movebit 10. libras A per arcum AO ſimilem, & æqualem arcui R (fig. 4. tab. 5. Mech.): ſed idem eſt movere 10. libras velocitate, ut 4; atque movere 40., velocitate, ut 1: cum ambo hæc facta 4. in 10; 1 in 40. ſint æqualia, ſeu idem factum, reſiſtentia, & vis: ſi ergo ſtante vi pueri eadem tantumdem ponderis addatur ponderi A, quantum velocitatis illi ſubtrahitur; ſemper manebit eadem reſiſtentia in A, quantumvis maſſa corporis augeatur. Pone maſſam A augeri, ut 4, velocitatem minui, ut 4, erit maſſa A 40 libræ, velocitas 1: adhuc igitur puer corpus A elevabit; ſi autem puer ab R removeatur uſque ad C, ita ut CB ſit quadrupla diſtantiæ B A, ac proinde arcus CD quadruplus etiam arcus AO; rem obtinebimus: puero enim ſeſe movente per CD velocitate, ut 4, movebitur A per AO velocitate ut 1.

Id igitur eſt, quod machinarum ope obtinemus, ut ſcilicet ſtante eademmet velocitate potentiæ, ponderis velocitas magis ſemper, & magis diminuatur, ac proinde decreſcat ſemper reſiſtentia; eademque vis majus ſemper & majus pondus, ſed motu ſemper minori & minori poſſit elevare.

Quoniam igitur velocitas magis ſemper & magis decreſcere poteſt; data quælibet potentia datum pondus finitum ſuſtentare poterit, ſi ſit tandem maſſa, ſeu energia potentiæ ad maſſam ponderis, ut velocitas ponderis ad velocitatem potentiæ. Quod ſi energia, ſeu maſſa potentiæ ad maſſam ponderis majorem habuerit rationem, quam velocitas ponderis ad velocitatem potentiæ; hæc pondus ſuperabit. Hæc jam ſuperiori lectione expoſuimus & clarius intelligentur, cum ad peculiares machinas calculum applicabimus. Et hinc manifeſtum eſt, 1. eo majorem fieri vim potentiæ, ſeu minorem ponderis reſiſtentiam, eoque facilius pondus moveri, quo major eſt motus potentiæ relatu ad motum ponderis; eaque ratione per machinam augetur potentia, qua illius motus motui ponderis ſit major. 2. eo præſtantiorem eſſe machinam, cæteris paribus, quo per eam major evadat ratio motus potentiæ ad motum ponderis.

DE

DE VECTE.

Vectis A B C *eſt virga quædam recta inflexibilis, & oblonga, qua ad corpus movendum utimur*. Ex ferro potiſſimum, aut materia alia dura conſtrui ſolet. Tria in vecte puncta diſtinguimus; duo mobilia A, C (fig. 1. tab. 5.), in quorum uno A applicatur, & agit potentia, in ſecundo pondus C: tertium immobile B, cui innititur, & ſupra quod, tamquam centrum convolvitur vectis: vocatur proinde *ſuſtentaculum*, ſeu *hypomoclium*, vel centrum motus.

Triplex eſt genus vectis: in primo ABC potentia, & pondus in extremis punctis A C applicantur, inter illa vero exiſtit centrum motus B.

In ſecundo MST pondus, & hipomoclium ſunt in duobus extremis M T (fig. 2. tab. 5.), potentia S inter illa duo applicatur.

Tertium genus vectis eſt MNO (fig. 3. tab. 5.), quod quidem habet pondus inter extrema, potentiam & centrum motus in ipſis extremis O M, ut demonſtrat figura.

Augmentum potentiæ in vecte & Phænomena.

405. Ex principio igitur univerſali mechanicæ facile eſt, virium calculum inire in triplici hoc genere vectis, qui quidem eſt omnium machinarum ſimpliciſſima. In primo vectis genere A B C (fig. 4. tab. 5.) augetur potentia in ratione radii BC ad BA: moto enim vecte circa punctum B, ſunt anguli OBA, CBD æquales (*a*): ſuntque arcus CD, OA, ut radii BC, BA; quoniam igitur arcus CD, OA ſunt motus potentiæ, & ponderis; etiam radii BC, BA exprimunt motum & virium proportionem. Quo igitur potentia magis recedat a B per SRNC, pondere exiſtente in A, eo magis augebitur illius virium momentum. Pondus, ſeu potentia, quæ in R elevare poterit ſolummodo corpus A, poſita in puncto T duplo remotiori a B, quam R, elevabit duplum pondus.

Uno

(a) *Geom. Elem.* I. *n.* 85.

Uno verbo, datâ vi potentiæ abſoluta A v. g. 4; quæ nimirum citra omnem machinam quatuor libras ſuſtinere, elevare, aut deferre poſſit; illam multiplica per radium A B (fig. 1. tab. 5.), qui habeat 40. pollices, factum 160. exprimit potentiam relativam, ſeu auctam. Similiter dato pondere abſoluto C 40. librarum v. g. & diſtantia C B trium pollicum, ducatur pondus C 40. in radium C B, ſeu 3. pollices: habebitur factum 120: in ea igitur machinæ diſpoſitione erit potentia ad pondus, ut 160 ad 120, hoc eſt, ut 4. ad 3; illud proinde elevabit.

COROLLARIUM.

406. Et hinc potentia A quæcumque datum pondus quodcumque C ſuſtentabit, ſi ſit potentia A ad pondus C, ut reciproce C B ad B A: elevabit vero, ſi ſit A ad C in majori ratione, quam C B ad B A.

2. Ponderis diſtantia C B a centro motus decreſcente, decreſcit etiam illius reſiſtentia, faciliuſque, velocius, & fortius moveri ab eadem potentia poteſt.

3. Data vi, quam habet potentia in dato puncto R ad pondus ſeu reſiſtentiam in A ope vectis C B A ſuperandam, aut ſuſtinendam; facile agnoſces vim, quam habebit illamet potentia in alio quocumque puncto N T C &c. (fig. 4. tab. 5.): creſcit enim aut diminuitur vis in ratione, qua creſcunt, aut decreſcunt arcus, ſeu radii S B, R B &c. illis arcubus reſpondentes: Idem ſimiliter de reſiſtentiis dicendum. Generatim omnia vera hic ſunt, quæ ſuperiori lectione de libra, & ſtatera demonſtravimus.

In vecte ſecundi generis, cujus diſpoſitionem dedimus, potius minuitur, quam augeatur potentia ſupra pondus: Eſtque idcirco hujuſmodi vectis fere inutilis, & longe minoris uſus, quam primus. Secundum generale principium Mechanicæ erit æquilibrium, ſi potentia ſit ad pondus M; ut diſtantia M T, ad S T (fig. 2. tab. 5.). Quod ſi ea proportio varietur; omnia illa in hac vectis ſpecie vera erunt, quæ modo, & præcedenti lectione de primo vecte, de libra, & ſtatera demonſtravimus.

Et hinc intelligis; quare difficilius hoc vectis genere pondus M eleves, manu S ad T magis accedente, quam ſi eam ad M admoveas: eaque facilitas, aut

aut difficultas creſcet, aut decreſcet in ratione arcuum S, quos manus deſcribet.

In vecte 3. generis ONM erit æquilibrium, ſi ſit potentia O ad pondus N, ut diſtantia MN ad MO (fig. 3. tab. 5.): hæc vectis ſpecies ad augendam etiam potentiam inſervit, cùm major ſemper ſit motus potentiæ, quam ponderis. Quanto magis N ad M accedat, immota potentia O, vel quo magis recedat O, immoto pondere N, eo facilius, fortius, ac celerius potentia movebit pondus.

COROLLARIUM.

407. In caſu igitur æquilibrii in primo vecte erunt pondus, & potentia modo æqualia, modo potentia major, modo minor abſolute: in 2. ſemper potentia erit major abſolute, quam pondus: in 3. ſemper abſolute minor. Similiter ex his tribus vectibus primus, & tertius ſunt utiliſſimi, & ad innumeras fere machinas in uſu adhibentur, imo major machinarum compoſitarum pars ad ejuſmodi vectes reducuntur, ut uno aut alio exemplo inferius demonſtrabo. Secundus, cum potentiam ſemper imminuat, inutilis fere cenſetur.

Fieri etiam poteſt vectis compoſitus ex pluribus ſimplicibus A, B, C (fig. 33. tab. 3.), in quo eadem fere eſt vires ſupputandi ratio: Sint brachia ut 1. ad 5. v. g. ſingula potentiæ brachia, 5. in ſe invicem ducantur: factum multiplicetur per potentiam; atque hoc ſecundum productum vim potentiæ eo vecte compoſito agentis exprimet. Potentia A ſit 1: quoniam tamen brachium C eſt, 5; illa potentia in E ſuſtinebit, atque erit, 5: potentia, 5. in E per vectem B ſuſtinebit in F pondus quintuplum, ſecundum rationem brachiorum vectis; hoc eſt, pondus 25 librarum: potentia 25 in F per vectem A cujus brachia ſunt, ut 5. ad 1., ſuſtinebit in G quintuplum pondus, hoc eſt, 125. potentia: igitur, 1, in E ſuſtinet 5, in F 25. in g. 125: hoc eſt, tribus brachiis 5. 5. 5. in ſeſe multiplicatis, & producto, 125, in potentiam ducto, commune productum 125. relativas potentiæ vires exprimet: eodem modo reſiſtentiarum calculum ſupputabis.

PHÆ-

PHÆNOMENON I.

408. Innumera ſunt in natura pulcherrima phænomena paſſim obvia, & amæna, quæ ex modo dictis ſponte derivantur, & unice dependent. Unum, aut alterum dabimus: 1.

Si duæ quæcumque potentiæ T, M *v. g. duo homines, boves, equi &c. medio vecte* TM *pondus* S *ab illo dependens ſuſtentent, aut deferant; erunt ſuſtentationes, ſeu preſſiones in ratione inverſa diſtantiarum a pondere; hoc eſt, tanto plus ſuſtentabit potentia* M, *quanto minus diſtabit a pondere* S: *quare ſi* MS *ſit dimidium rectæ* ST (fig. 11. tab. 5.), *potentia* M *ſuſtentabit duas tertias partes ponderis* S, T *vero unam: & ſic in alia quacumque proportione. Ea ratione onera diſtribuunt frequenter agricolæ, dum imbellis puer, & vir robuſtus pondera vecte conducunt; dum plauſtris boves virium valde inæqualium apponunt; quo in caſu jugum vectis vicem agit, punctum, ex quo trahitur plauſtrum, tamquam centrum reſiſtentiæ, aut punctum* S *habetur. Ratio, & deductio phænomeni eſt evidens: virga ſeu jugum* MT, *in cujus puncto* S *eſt reſiſtentia, ſeu pondus in extremis vero vires agunt, eſt vectis 3. generis; potentiæ ſibi mutuo obſtaculi vices gerunt: fac enim, ut immoto* M, *moveatur* T: *poſtea vero immoto* T, *moveatur* M: *in primo caſu motus potentiæ multo magis excedet motum ponderis, quam in ſecundo.*

Quod ſi duæ potentiæ AB, *ut ſæpe fit, media chorda* ADB (fig. 30. tab. 3.) *in arcum curvata pondus quodcumque* D *trahant; eædem leges modo traditæ obſervabuntur. Atque ut reſiſtentiarum proportionem in ſingulas potentias* AB *dignoſcas: duc rectam* AB, *ad quam ex pondere* D *duces perpendicularem* DC: *ita vectis curvus ad rectum reducetur; idemque erit, ac ſi pondus* D *in* C *poſitum duæ traherent potentiæ.*

PHÆNOMENON II.

409. *Ex dictis manifeſtum eſt, quare clavum* A *ligno defixum facillime evellas ope mallei* AO (fig. 7. tab. 5.), *ſi illius caput intra mallei anſulam apprehendas, manu vero ad manubrii extremum* O *applicata, illam*

illam trahas per arcum O: cum enim B ſit centrum motuum: longitudo autem manubrii B O, *&* B A *ſint radii ſeu diſtantiæ, prior quidem potentiæ major poſterior vero reſiſtentiæ minor inter duos illos arcus ſimiles longe major eſt arcus* O *quam* A *eodem tempore percurſo: ex adverſo clavum vel ſola manu, vel malleum parallele ad clavum movere adnitens non evelles: idem enim eſſet & in manu, & in clavo motus.*

Forfex A O (fig. 7. tab. 5.) *digitis in* A *ſtringentibus multo facilius corpus in* B, *quam in* O *incidit; quælibet enim forficis lamella eſt vectis primi generis circa centrum commune* B *volubilis, a quo quanto minus diſtat reſiſtentia, magis ſtringitur: & hinc debilior erit vis, digitis prementibus in* N, *quam in* A.

PHÆNOMENON III.

410. *Eidem cauſæ referendum eſt, quod* 1. *clavem non numquam convolvere non poſſumus, dum ſolam manum illius anſulis applicamus, eam tamen facile circumducimus, cum introductio inter anſulas aliquo bacillo, aut ferrea virga, illa quaſi vecte clavem volvere adnitimur.* 2. *facilius nos, & fortius cibos ſcindimus, conterimus, maſticamus molaribus, quam anterioribus dentibus; maxillæ enim ſunt vectes tertii generis, quorum centrum motus eſt verſus laryngem, ubi quaſi committuntur non longe a molaribus dentibus, potentia vero verſus labia conſideranda eſt:*

3. *Si gladium, aut quodcumque aliud corpus oblongum ab extremitate una manu prehenſum elevare adnitaris, illud circa manum, velut centrum, attollendo; longe majorem experiere difficultatem, quam ſi illudmet corpus per medium arreptum una cum manu surſum eleves, aut circa manum circumvolvas: in primo enim caſu vectem agis ſecundi generis, in quo potentia eſt in ipſomet hypomoclio, & centro motus, pondus autem longe ab illa movetur: ac proinde nullus, aut fere nullus motus in potentia, magnus in pondere: non ita vero in alio caſu. Mille alia paſſim obvia eodem modo explicabis.*

PROPOSITIO LV.

411. *In vecte cuiuſcumque generis potentia agens per-*

pendiculariter ad ipſum vectem longe efficacior eſt, quam ſi agat oblique, ſub angulo ſcilicet acuto, aut obtuſo; & eo minor erit actio, quo acutior, aut obtuſior fuerit angulus. Idem ſimiliter in omni alia quacumque machina verum eſt.

Pondus R libræ A R appenſum elevare conetur potentia A per directiones A B, A C, A M ſeorſim per illas agendo (fig.5.tab.5.); quarum prima cum vecte A O efficit angulum obtuſum, ſecunda rectum, tertia acutum.

Si potentia agit per A B; non ſolum pondus elevare, ſed vectem ipſum trahere nititur; pars igitur virium in vectem inſumitur, & ad pondus elevandum omnino inutilis reddetur. Similiter ſi potentia agat per obliquam A M; pars virium in retrahendo vecte & pondere ab A verſus R inſumitur. Hæc igitur in elevando pondere non debet computari. Si vires, ſeu directiones A B, A M circa A revolutæ cum vecte tandem congruant, vires AB, AM eſſent nullæ: ſed in primo caſu tota impenderetur in trahendo vecte per QA; in ſecundo per AQ: ſi modo vires A B, A M congruentes cum vecte ab ea directione circa A ſenſim revolvantur; tanto majores ſenſim, & paulatim evadent ad elevandum pondus, quanto magis A B, A M ad perpendicularem AC acceſſerint, & anguli hinc acutus, illinc obtuſus, ad rectum magis accedant. Potentia agens per A C vectem neque adducit ab A in U, neque reducit: tota in motu per A C elevationi ponderis plane oppoſito impeditur.

Ut dignoſcamus diminutionem virium ejuſdem potentiæ agentis per obliquam A B, aut A M, atque agentis per perpendicularem; ex centro motus O ducantur ad ſingulas directiones A B, A M (productas, ſi opus fuerit) perpendiculares ON, OM. Hæ perpendiculares expriment actionem potentiæ agentis AB, AM. Actio igitur per A C erit ad actionem ejuſdem potentiæ agentis per A M, ut A O, ad MO, ſeu ut AO ad PO, æqualem MO; & ſic in aliis quibuſcumque directionibus. Hæc ſunt obſervatu, & ſcitu maxime digna; cum ad omnes machinas extendantur, & infiniti in uſu naſcantur errores ob male ſupputatum virium calculum ex non ſatis nota virium directione.

Ve-

Vectis infinitum pene habet uſum in humanarum, & naturalium rerum, atque cauſarum actionibus, ad ſublevanda, augenda, minuenda; removenda pondera maxime inſervit; at illa tamen ad inſignes altitudines attollenda eſt inutilis.

§.

Axis in Peritrochio.

412. *Axis in Peritrochio* eſt machina in fig. 8. expreſſa, tympanum ſcilicet, ſeu cylindrus F B, cujus axem A D cylindro longiorem ſecant plurimi radii B H, B P &c. (fig. 8. 9. 10. tab. 5.) ad cylindrum perpendiculares, dum ex alia parte chorda cylindro alligata, & circa ipſum circumvoluta pondus extremo G alligatum revoluto cylindro elevat. Axis A D aut horizontaliter diſponitur ſupra ſuſtentacula innixus, ut in fig. 8, aut ad horizontem rectus ſtatuitur, ut in fig. 10. repræſentatur.

Hæc machina omnibus notiſſima infinitum habet etiam uſum: ad magnas reſiſtentias ſuperandas, & pondera elevanda tam in ſolidis, quam in fluidis adhibetur. Hæc etiam machina ſimplex plurimarum compoſitionem ingreditur, quibus pondera ad inſignes altitudines elevantur.

Potentia radiorum B P, B H extremitatibus applicatur: atque ad haſce machinas convolvendum, maximaque pondera illarum ope movendum potentiæ vivæ ut plurimum adhibentur v. g. homo, aut animal, ut viſitur in molendinis, torcularibus, ſimilibus aliis machinis; eoque pacto facile conſequimur, ut potentiæ actio ſit ad radios ſupradictos perpendicularis, adeoque efficacior. Cum aqua, aut vis gravitatis machinam movet; in id ſemper animum intendimus, ut actionis directio ſit perpendicularis ad radios B P, P H.

413. Axis in peritrochio reducitur ad vectem, imo eſt vectis perpetuus. Pondus enim G pendens ope cordæ ex puncto X, quod eſt in linea F X O, idem efficit; atque ſi eſſet, aut penderet ex puncto O radii O B E. Concipiatur autem tympanum A D plano ad axem perpendiculari per radios B E, B I, B H, B P tranſeunti ſecari: radius ſeu diameter E B O P

per axem tranſiens, & mobilis circa punctum B, in axe cylindri, cujus extremo E agit potentia, eſt vectis primi generis, ut ex ſe patet. Id melius in figura 9. exprimitur: ſit circulus B ſectio cylindri AD (fig. 8.) in punctis B O: potentia igitur applicata in E movebitur per arcum E R circa centrum B; dum interim pondus pendens ex puncto I vectis E O ex parte oppoſita potentiæ movebitur per parvum circulum O B, perinde ac fieret in fig. 4.: potentia igitur ope hujus machinæ augetur in ratione diſtantiarum B E ad B O, ſeu arcuum E R ad X O.

Et hinc quo major fuerit radius BE, & minor BO, ſemidiameter tympani, major erit potentia relata ad pondus. Dum igitur chordæ ductus ſupra alios ductus convolvuntur, minuitur potentia; cum augeatur craſſitudo tympani, non aucto potentiæ radio. Omnes aliæ proportiones vecti applicatæ locum hic etiam habent. Attendi tamen præterea debet duplex frictio in A & D, ubi ſcilicet axis ſupra ſuſtentacula convolvitur: quæ quidem frictio ſecundum regulas alibi a nobis traditas æſtimanda eſt: neque unquam debet in virium calculo omitti.

414. Fig. 17. exhibet machinam ex pluribus rotis compoſitam, quæ ſunt totidem axes modo deſcripti; earumque ope enormia pondera nonnunquam leviſſima potentia elevat. Potentia A 100. libras ſuſtentare, aut attollere poſſit; manubriumque A B (fig. 17. tab. 5.) circumducat: cujus longitudo ſit ad longitudinem radii rotulæ F, ut 10. ad 1; motus igitur potentiæ A erit ad motum ponderis in F per illius totæ peripheriam convoluti, ut 10 ad 1: ac proinde potentia agens in A, movebit in F pondus 1000. Rotula F ita dentibus aliam majorem G, & conſequenter aliam infimul M ipſi F æqualem, & in eodem axe una cum G ductam volvat ſemel, dum F volvitur decies: motum igitur habebit M decuplo minorem, quam F, & centuplo minorem, quam A: A igitur attollens in A 100, in F 1000, elevabit in M 10000. Eadem proportione creſcente in revolutionum numero, & poſitis ſemper æqualibus rotulis F, M, N &c. augmentum potentiæ creſcit in ratione decupli; ac proinde A in N elevabit 100000. libras.

Proportio variari poteſt, & interrumpi ad libitum: v. g. revolutionum numerus F ad numerum in G & M ſit

& M ſit 6. ad 1, revolutiones M ad H, & N ſint 20. ad 1: ſi igitur A eſt 100; multiplica hæc quatuor, 100, 10, 6, 20, productum 120000 erit actio & vis potentiæ in N.

Si proportio decupla continuaretur per 50. rotas; in A vero applicaretur potentia, quæ unum arenæ granum elevaret; hoc eſt, formica; hæc in cylindro ultimæ rotæ elevaret grana 100000000000000000 000000000000000000000000000000000, hoc eſt, integrum firmamentum, etſi eſſet ſolidum. Non tamen ut ideam & calculum geometricum, à phyſico rerum ſtatu penitus abſtractum conſidera: in quo proinde neque mediorum reſiſtentiæ, neque rotarum, neque cæterarum machinæ partium pondera; & frictiones æſtimentur.

§. 5.

Trochlea.

415. Trochlea eſt orbiculus quidam C circa centrum & axem ſuum C. mobilis; cujus circumferentia eſt excavata, ut chordam circumvolutam in ſulco accipiat. Aliæ ſunt *mobiles*, aliæ *immobiles*; *mobiles* nuncupamus, quæ præter revolutionem circa axes ſuos attolluntur, & deprimuntur una cum pondere v. gr. OO; *immobiles* ſunt, quæ præter revolutiones circa axes nullum alium habent motum (fig. 12. tab. 5.)

PROPOSITIO LVI.

416. *Per trochleam immobilem* HE, *aut* G, *neque augetur, neque minuitur potentia.*

Per ejuſmodi enim trochleas non augetur motûs potentiæ, neque minuitur ponderis; ſit potentia in E, pondus D, ut pondus uſque ad H aſcendat, debet potentia E uſque ad G v. g. pervenire; ſeu tota chorda DE aut illi æqualis tranſire per trochleam: ex principio igitur generali Mechanices neque augetur, neque minuitur potentia.

Vera eſt propoſitio, quamvis plures trochleæ immobiles adhibeantur; ſemper enim idem tenet principium.

Quam tamen trochlea immobilis utilitatem non contemnendam habet; 1. quia neceſſaria ad mobiles applicandas, ut jam diximus, 2. quia earum trochlearum ope potentia elevando ponderi commode applicatur, 3. quia raſio & affrictus ex parte ſaltem in circumferentia trochleæ evitatur, non tamen in axe, in quo eo major eſt quo majus eſt pondus; Una enim ſimul cum chorda movetur trochlea, ſingulisque hujus arcubus æqualia ſemper chordæ ſegmenta congruunt: dum interim trochlea circa axem ſenſibilem immotum volvitur, ejuſque ſuperficiem radit.

Trochlea immobilis C reducitur ad vectem primi generis habentem brachia æqualia. Ducta enim E H (fig. 11. tab. 5.) per centrum immobile C parallela ad horizontem, facile concipitur, duo pondera D N ab extremis E H, quaſi in bilance æquilibrari, ſi ſunt æqualia.

PROPOSITIO LVII.

417. *Per trochleas mobiles multipliciter augetur, aut minuitur pondus.*

Id manifeſte deducitur ex principio generali Mechanices, & plurimos caſus, aut regulas admittit.

Prima; ſit trochlea mobilis A, cujus ope potentia C elevet pondus B: fiet potentia duplo major, aut pondus duplo minus, per unam ſcilicet trochleam. Dum enim pondus aſcendet ab A uſque ad E, ſpatio ſcilicet unius chordæ E O, debet potentia moveri ſpatiis E O, C O (fig. 12. tab. 5.) æqualibus, ſeu per manum C tranſibit utraque chorda: eſt igitur in potentia motus duplo major, quam ſit motus ponderis; duplam igitur reſiſtentiam ſuperabit.

Ope igitur trochleæ mobilis potentia, quæ ſuſtentat, aut elevat 4, ſuſtentabit, aut elevabit 8.

418. *Regula* 2. Si chorda uno ſuo extremo trochleæ mobili alligetur, deinde per immobilem B, & per mobilem eamdem I circumducatur, potentiaque C alio chordæ extremo pondus O elevet; triplicabitur potentia C, aut pondus erit triplo minus: motus enim ponderis erit unius ductus I E, motus potentiæ erunt tres ductus I E, F G, H C, & inter ſe, & motui ponderis ſingillatim æquales.

Erit igitur æquilibrium, ſi potentia ſit ad pondus, ut

ut unum ad 3, hoc eſt, ut motus ponderis ad motum potentiæ (fig. 13. tab. 5.)

419. *Regula* 3. Generaliter tamen in aliis caſibus potentia duplicatur pro numero ductuum chordæ circa trochleas mobiles. Ita potentia C in fig. 14., in qua ſunt duæ trochleæ mobiles H G, & circa eas quatuor ductus chordæ, quatuor potentiis ſibi æqualibus æquivalet: &, ſi ſe ſola quatuor pondera ſuſtentat, aut elevat, beneficio duarum trochlearum elevabit, aut ſuſtentabit ſexdecim. In fig. 16., cum ſint tres mobiles trochleæ, & 6 chordæ ductus, fiet potentia ſextuplo major. Hæc tamen regula probatur ſolum, cum trochleæ mobiles aliæ alias proxime non trahunt, ſed omnes una ſimul ope ejuſdem chordæ moventur, & pondus una ſecum elevant, aut ſuſtentant, ut citatis figuris exhibetur. Alio enim modo ita diſponi poſſunt trochleæ mobiles, ut per earum ſingulas ſingulæ proxime trahantur: quem caſum ſequenti regula comprehendimus. Non trahunt, ſed omnes una ſimul ope ejuſdem chordæ moventur, & pondus una ſecum elevant, aut ſuſtentant, (fig. 16. tab. 5.)

420. *Regula* 4. Si tamen trochleæ mobiles ita diſponuntur, ut una aliam proxime trahat, chordis ſingulis uno ſuo extremo ad ſingulos uncinos alligatis; potentia creſcit non in ratione ductuum chordæ, ſed per ſingulas trochleas ſeriatim ſemper duplicatur. Trochleas hoc modo diſpoſitas vide apud *De Chales* & alios paſſim. Notandum etiam eſt, trochleas mobiles, quando nimirum plures in eadem machina ſimul adhibentur, compendii, & commoditatis gratia, ita diſponi, ut omnes habeant eumdem communem axem, circa quem convolvantur: hac enim ratione diſtantia illa HG (fig. 14.) inter trochleas intercedens, e medio tollitur, & elevanda pondera eo adducuntur, quo adduci oportet.

§§§

Cochlea.

421. *Cochlea* eſt cylindrus BE ſolidus continuata ſpira ab uno ad aliud extremum excavatus, qui quidem per alium cylindrum cavum in GF excavatum

Q 4 in-

intromittitur, ita ut ſpiræ unius ſpiras alterius recipiant, aliæque aliis congruant, per eaſque moveri poſſint (fig. 15. tab. 5.).

Cochleæ ex inferiori parte affigitur ligneus cylindrus ſolidus B, per cujus axem traſeunt radii lignei L B: potentia eorum radiorum extremitatibus applicata per circumferentiam circularem A C K movetur; cochleam una cum cylindro circumferendo, corpus G F (cujus aſcenſus ex una ſaltem parte F debet eſſe liber) per ſpiras elevat: Cum illud corpus per ſpiras ſurſum urgeatur & aſcendat; movetur & aſcendit oblique; ſingulæque ſpiræ ad planum inclinatum reducuntur, ut ex ſe patet.

Cum igitur elevatio & aſcenſio corporum per plana inclinata a perpendicularibus deſumatur; & dimetiatur (Lect. 8.); eoque minus ſit pondus corporis relativum, quo minus elevatur planum (n.); potentia per hanc machinam augetur in ratione circumferentiæ A C K L ad altitudinem perpendicularem ſingularum ſpirarum. Sit v. g. lineola N O altitudo ſingularum ſpirarum; per quam ſcilicet in ſingulis revolutionibus elevatur corpus: ſi circumferentia C L ſit ad N O ut 100. ad 1; erit potentia centies efficacior per machinam, quam ſine machina.

Si ergo potentia poſſet elevare, aut ſuſtentare 50. pondera; adhibita cochlea elevabit, aut ſuſtentabit 5000. Erit æquilibrium, ſi potentia ſit ad pondus elevandum, ut N O ad circumferentiam C L; ſi prima ratio fuerit major, quam ſecunda, prævalebit potentia.

Quo igitur denſiores fuerint ſpiræ; magis diminuetur ponderis momentum: minus vero, quo rariores: minor enim erit in primo, major in ſecundo caſu motus ponderis in ſingulis revolutionibus.

Iiſdem etiam manentibus ſpiris, ſi circulus C L augeatur, augebitur etiam momentum potentiæ. Si vero & altitudo ſpirarum decreſcat, & circumferentia C L augeatur duplici ratione per cochleam eo modo conſtructam augebitur potentia: ut ex ſe patet.

Hæc machina præter alia id habet ſingularis commodi, quod, potentia quieſcente, aut amplius non agente, vel etiam remota, pondus tamen licet non ſit penitus elevatum, ſuſtentatur, & per machinam non deſcendit. Quod frictioni (quæ in hac

ma-

machina eſt maxima) præcipue tribuendum eſt.

Fig. 19. Machinam exhibet ex cochlea, & axe in peritrochio compoſitam, quæ *Cochlea infinita*, eo nomine appellatur, propterea quod illius actio ſemper continuetur. Per hujuſmodi machinam inſigniter augetur potentia. Cylindro C B (fig. 19. tab. 5.), affigitur manubrium N B, circumvolvitur ſpiralis elliptica, quæ ſpiram continuatam O O O componit. Hujuſmodi ſpiræ omnes rotæ S R dentes ſeriatim, & ſemper una poſt aliam prehendunt; ac proinde rotam una cum axe A R ſemper movent: chorda cylindro A R alligata, &, moto cylindro, circa illum convoluta pondus T ſurſum elevat.

Sit B N octuplo major, quam radius cylindri A R: rotæ vero S R ſint dentes 50, exempli gratia: 8. ductus in 50. dat augmentum potentiæ: cum enim integra revolutione manubrii unus dens præmoveatur; revolvetur quinquagies potentia N; dum rota, hoc eſt, cylindrus A R ſemel gyrum conficit: potentia igitur 50. revolutiones abſolvit octuplo majores revolutione, & motu ponderis, dum pondus unicam efficit: erit igitur motus potentiæ 8 in 50, hoc eſt, 400: homo igitur ope hujus machinæ æquivalet 400. hominibus virium æqualium.

§§§§

Cuneus.

423. *Cuneus* eſt pryſma triangulare M O O, cujus duo latera O O in eamdem rectam, quæ eſt cunei acies, terminantur (fig. 18. tab. 5.)

Motus potentiæ exhibetur, & dimetitur per rectam C O ductam ab apice C perpendicularem ad planum baſis A B, recta vero K I perpendicularis ad rectam C O motum ponderis determinat, & exhibet. Prima autem recta C O eſt altitudo cunei, ſecunda K I ejus latitudo.

Manifeſtum id erit, ſi animadvertamus, cuneo ſeparari corpora G D, I H, dum inter illa cuneus introducitur: ingreſſus igitur cunei eſt motus potentiæ, ſeparatio corporum eſt motus ponderum: Hujuſmodi autem ſeparatio eſt recta K I cunei inter illa corpora immiſſi latitudo:

Hinc

Hinc quo major fuerit ratio altitudinis ad latitudinem cunei; eo facilius findentur, & ſeparabuntur ligna, lapides &c. cæteris tamen paribus. Maxima pars inſtrumentorum fabrilium &c. cultelli, forbices, ſecures, falces, & id genus alia ad cuneum reducuntur. Et hæc pro machinis ſimplicibus dicta ſufficiant: quæ eo accuratius perpendenda, atque menti defigenda ſunt, quod non modo artes fere omnes, ſed innumera naturæ phænomena ad ſimplicium machinarum principium leges, & theoriam revocentur. Materia, motu, figura univerſalis rerum materialium mechaniſmus conſiſtit.

424. Machinæ compoſitæ in infinitum multiplicari poſſunt pro ſubtili humani ingenii indole, & multiplici uſu, ad quem inſervire poſſunt. In tyronum gratiam illam tantummodo exponam, quæ cum utiliſſima æque, atque communiſſima exiſtat, & ab omnibus fere tractetur, ab infinitis tamen ejus ingenium ignoratur.

Inter machinas compoſitas primum locum habet horologium authomaton, notiſſima ſcilicet illa machina ad temporis menſuram ubique adhibita.

Illius formam, & conſtructionem ex Hughenio paucis accipe.

Duæ laminæ aurichalceæ A A, B B (fig. 38. tab. 3.) ſtatuantur, quarum longitudo ſemipedem, latitudo tres pollices habeat: inter ipſas, ſibi parallelas, & ad horizontem perpendiculares, omnes fere horologii rotæ aptantur, axeſque per ipſaſmet laminas inſeruntur, ita diſpoſitis foraminibus, ut axiculorum revolutiones non impediant.

Omnes rotæ ex aurichalco conſtruuntur, axes, & orbiculi ex chalybe: magna tamen horologia, qualia ſunt, quæ in turribus ad commune hominum beneficium locantur, ferrea plerumque, & chalybea eſſe ſolent, ne in magnis reſiſtentiis ſuperandis, & circumvolvendis rotis blandum aurichalcum facile deteratur.

Prima rota C C ſtellata eſt, hoc eſt, dentes habeat in eodem rotæ plano, veluti radios ſtellarum ab eodem centro derivatos, & in eodem plano jacentes: 80. habet dentes; ejuſdem axi E E verſus laminam A A affigitur tympanum D D, circum quod circumvolvitur chorda, ſeu funis, quam deorſum trahit

ap-

appenſum pondus F, unaque tympanum, rotam C C, & omnes alias circumvolvit.

Rota C C orbiculum G 8 dentium, una cum rota H 48 dentium circa communem eorum axem K K circumvolvat. Axis ſcilicet ita diſponatur, ut utrique laminæ A A, B B inſertus orbiculum G in eodem plano rotæ C C volvat; ut rota orbiculum mutua dentium intra dentes inſinuatione, & explicatione moveat.

Eadem ratione rota H circumducit orbiculum I & rotam L; quorum primus conſtat 8, ſecunda autem 48. dentibus: attamen rota non ſtellata, ſed in coronæ modum conſtruitur, dentibus ad rotæ planum perpendicularibus.

Rota L orbiculum, ſeu tympanum M 24. dentium, & rotam N, 15. dentes habentem circumagit in eodem axe M N.

Poſtrema hæc rota ſerrata N dentibus ſuis impellit, & huc illuc oſcillare facit axem O O beneficio duarum pinnularum O O: dum enim dextri rotæ dentes a te in oppoſitam partem feruntur, in pinnulam dextram impingentes, eam a te removent: dum interim ſiniſtri dentes verſus te regredientes pinnulam ſiniſtram contrario modo, atque dextram, impellunt: eoque pacto virgam O O P in alternas oſcillationes compellunt: Axis eſtremo P virga oblonga PG committitur; quæ una cum appenſo pondere Q eundo, & redeundo oſcillationes conficit, & verum horologii pendulum exiſtit. Hujus penduli, & oſcillationum ideam jam ſupra expoſuimus, ubi iſtarum proprietates, illiuſque conſtructionem indicavimus.

Tertia alia ſit lamina R R, prioribus parallela, & major, atque a lamina A A tertiam, aut quartam digiti partem diſſita: in eaque ex puncto S, per quod prioris rotæ C C axis trajicitur, tamquam centro duo circuli deſcribantur concentrici, quorum interior in duodecim, exterior in 60. partes æquales dividatur, ut indicibus per eos æquabiliter circumlatis, in priori quidem circulo horæ, in poſteriori minuta prima notentur.

Intra laminas A A, R R tres etiam rotæ diſponuntur, quæ ab eodem pondere F F una cum aliis huc uſque deſcriptis rotis convolvuntur: prima T I, 30. dentium, tubulo cuidam E S, tamquam axi, ſit

com-

commiſſa, qui axem EE rotæ CC & tympani DD cavitate ſua complectatur, atque uſque ad S extra laminam RR producatur: in S ſcilicet hujuſmodi tubulus minutorum indicem SS excipit, & circa ſe ipſum circumducit. Prima hæc rota IT aliam TX totidem etiam dentium, una cum orbiculo Z, 6. dentibus conſtantem ſupra rotæ axem circumagat.

Poſtremus hicce orbiculus Z majorem aliam rotam VV, quæ 72. habet dentes, media dentium catenatione, ſeu inſinuatione, & explicatione mutua volvit. Rota VV ampliori tubulo UU tamquam axi committitur; qui axem EE, & tubulum rotæ TI comprehendit, ejuſmodique axis, ſeu tubulus uſque ad S continuatus indicem horarum in S circumducit.

Tubulus rotæ TI ita axem EES complectatur, ut cum illo circumagatur, verſus tamen utramque partem converti poſſit, quin præ ictum axem, ac interiores rotas CC, H ſecum moveat: hujuſce etiam tubuli extremo S index aptetur, qui in exteriori circulo concentrico minuta prima horaria indicabit: tubulus igitur capacior rotæ VV indicem horarum, tubulus rotæ TI indicem minutorum circumducit.

Tandem in extremitate axis rotæ L, uſque ad laminam RR producti aptetur index, qui in orbiculo in 60. partes æquales diviſo, atque in majori lamina RR inciſo circumvolutus, minuta ſecunda indicabit.

Circulus ſeu orbiculus Y in majori lamina inciditur, ut ſupra illum, & minutorum ſecundorum indicem duo alii indices pertranſire, & libere converti poſſint.

Hinc jam manifeſtum eſt totum horologii artificium, & quo pacto horæ, minuta prima, & ſecunda indicentur. Quoniam rotæ CC, HI, L, M, N ſeſe ſeriatim circumagunt, & impellunt, pondus T tympanum DD, & conſequenter rotam CC circumducens; omnes alias rotas volvit, & pendulum PQ ope dentium rotæ N, & pinnularum OO, ad oſcillandum agit.

Omnibus jam rotis, axibus, orbiculis, & pendulo ad motum concitatis, en motuum, & revolutionum proportionem, atque menſuram: dum rota CC, ſeu index minutorum primorum in S ſemel circumvolvitur,

tur; orbiculus G 8 habens dentes decies circumducitur, una cum rota H, 48 dentium: dum igitur rota H decies volvitur, orbiculus I, & rota L 60 gyros abſolvit: quoniam autem M 24. habet dentes; bis illa circumducitur, dum L ſemel tantum volvitur: dum igitur L revolutiones 60. conficit; rotæ M, & N 120. abſolvunt: dum N ſemel circumagitur, pendulum P Q trigecies arcum oſcillationis deſcribit: ratione enim duarum pinnularum O O, dum unicus promovetur dens, duplex oſcillatio abſolvitur: a primo igitur ad ultimum, dum C C ſemel volvitur; gyros abſolvunt H 10., L 60, M N 120, pendulum P Q oſcillationes 3600: ſi igitur ſingulæ oſcillationes penduli tot minuta ſecunda efficiant; revolutio rotæ C C in 60. minutis primis abſolvetur; in iis enim 3600. minuta ſecunda continentur.

Rurſus quoniam C C ſupra eumdem axem cum T I convolvitur, & poſtremam hanc una ſecum trahit, eodemque tempore circumvolvit; rota vero T I aliam X T, æquali dentium numero conſtantem, ac per conſequens etiam orbiculum Z, eodem tempore volvit orbiculus vero Z, 6. dentium, ut rotam V V 72. dentium ſemel circumducat, duodecies convolvatur opus ſit; manifeſtum eſt, rotam V V, atque indicem illius axi in S affixum, ſemel circumvolvi, & duodecim partes circuli, ſeu duodecim horas deſcribere, dum C C, ſeu T I, atque index illius axi in S affixus duodecies circulum abſolvit: dum ergo V V, ſeu illius index duodecimam partem circuli percurrit, atque horam deſignat; C C, ſeu T I & illius index circulum conficit, & 60. minuta prima deſignat: in tot enim partes circulum ab eo indice percurſum dividimus: Rota vero L, ſeu orbiculus, atque eorum index y ſexagies circulum ſuum eodem tempore deſcribit, in 60. etiam partes diviſum, & totidem minuta ſecunda oſtendit; 60. enim minuta, ſeu partes, ac proinde circulum integrum abſolvit, dum C C unicum primum, ſeu ſexageſimam partem circuli ſui percurrit.

Ut oſcillationes minutum ſecundum æquent, debet longitudo penduli habere tres pedes pariſienſes cum 8. lineis & $\frac{4}{7}$. Pondus F tentando invenitur: non enim una eademque eſt rotarum reſiſtentia ſuperanda.

HYDROSTATICA PHYSICA

SEU

DE FLUIDORUM CORPORUM

Statu, natura, pondere, æquilibrio, preſſione:

LECTIO XII. PROLEGOMENA.

De Fluidi, & Humidi corporis natura; ubi etiam corporum firmitas, & levitas doctrinæ gratia phyſice explicantur.

425. Pulcherrimam Phyſicæ partem aggredimur, dicendarum rerum copia nobilem, & phænomenorum varietate jucundam: in qua natura ipſa arte pulchrior effecta artem ipſam juvat; & magnopere commendat: natura ſiquidem una & arte conſpirantibus jucundos adeo, & mirabiles effectus liquidorum corporum ope (quæ hujuſce partis phyſicæ argumentum efficiunt) in rerum natura quotidie offendimus, ut in eorum contemplatione dignam philoſopho operam merito impendamus: Abditiſſima naturæ, & recondita maxime phyſica arcana, dum fluida corpora tractamus, & expendimus, ratio & ſenſus demonſtrant; quæ vix credi ab ullo poſſent, niſi rem ipſam experimenta ob oculos ponerent. Eas in fluidis corporibus proprietates, indolem, agendi leges, vires, tentando, obſervando, & ratiocinando detegimus, quæ non modo infinitorum fere naturæ phænomenorum, atque effectuum cauſſæ ſunt, verum etiam integri hujuſce materialium rerum ſyſtematis fundamentum & clavis quædam exiſtunt. Mutuis fluidorum in ſolida actionibus materialis hæc mundana machina ſtat, & perennat. Res patebit, cum generale mundanum ſyſtema phyſicum; milleque alia argumenta per totam hanc phyſicam exponemus. Fluiditas, & Firmitas generales ſunt univerſorum corporum ſtatus: ad eorum alterum omnia ſpectant: generalis phyſicæ ampliſſima argumenta. In fluidis, ut ad hæc impræſentiarum animum ſolummodo advertamus, plurima conſiderari, plurima de iis quæri poſſunt: quid fluiditas;

tas, quid fluiditatis cauſſa exiſtat? fluidorum corporum in alia fluida, inſolida, in ſe ipſa actio, gravitas, pondus, æquilibrium, ſuſtentatio. Plurima item circa fluidorum motum, velocitatem, vires: modo tamen priora capita expedîemus, quæ fluidorum *ſtaticæ* dicuntur: poſterius argumentum in Hydrometriam phyſicam differamus.

426. Circa corporum fluiditatem, & phyſicam illius explicationem varia, ut fere ſemper accidit, cum de primitivis cauſſis agitur, philoſophorum opinio exiſtit: *Ariſtoteles*, & antiquiores potiſſimum ejus diſcipuli hunc, & alios corporum ſtatus per metaphyſicas qualitates nulla mechaniſmi facta mentione exponebant. Recentiores philoſophi, diſſidentes & ipſi inter ſe, rejecto qualitatum vocabulo, corporum fluiditatem mechanice explicant; alii tamen, ut *Carteſius* (a), rigido-Carteſiani omnes, & plures etiam alii, ut *Boerhave* (b), *Mairan* (c), *Scherffer* (d), *Regnault &c.* in perenni tenuiſſimarum corporis particularum motu conſtituunt. *Muſchembroek* ex oppoſito (e) cum aliis, rejecto inteſtino partium motu, corporum fluiditatem in inſenſibilium corpuſculorum diviſione, & apta ad motum figura, & lubricitate ſtatuunt.

DEFINITIO I.

427. *Hydroſtatica*, vocabulum e Græcia mutuatum, generatim accepta, eſt *fluidorum ſcientia*: qua quidem vocis acceptione plura ſignificat, quam hoc loco diſputanda mihi aſſumam. Strictius igitur uſurpata, prout vox ipſa ſonat, eſt *ſcientia æquilibrii, & preſſionis fluidorum.* Hydroſtatica phyſica eſt quæ phyſicam fluidorum corporum naturam, affectiones, cauſſas & effectus expendit; & ſecundum phyſicas leges explicat. Illius igitur objectum eſt corpus fluidum, liquidum, & humidum, quæ tria licet aliqui inter ſe con-

(a) *Princ. p. 2. n. 36.*
(b) *In Chemia.*
(c) *Differt. de glacie.*
(d) T. 1. *Phyſicæ, exer. de Fluidis.*
(e) *Elem. cap. 20.*

confundant, & pro eodem uſurpent, diſtingui tamen debent.

DEFINITIO II.

428. *Fluidum* nominali definitione vocamus corpus, *cujus inſenſibiles, ſenſibileſque partes preſſioni cuicumque ſenſibili cedunt, & facillime inter ſe moventur*. *Paulo aliter a Mairan definitur* (a), *corpus, cujus partes unitæ non ſint, tactui, & preſſioni facillime cedens, partium diviſioni parum reſiſtens*. In idem recidit reali definitione *Muſchembroek* (b), fluidum dicens, *congeriem corpuſculorum minimorum, quæ ſingula ſeorſim ſumpta tam parva ſunt, ut ſenſibus noſtris nequeant comprendi, & preſſioni cuicumque aliquam verſus partem directæ, inſenſibiliter parvæ, aut non majori, quam eſt pondus guttæ maximæ a quolibet fluido formandæ cedunt, & cedendo facillime inter ſe moventur abſque totius maſſæ motu*. *Priorem definitionem, quæ clara eſt, & ſimplicior, teneamus*,

429. *Liquidum* dicimus corpus, quod fluidum eſt, cujus præterea partes vel pondere, vel inteſtino motu ſuo, dum intra aerem ſenſibilem maſſam conjunctæ componunt, ſecundum horizontis planum, ſeu ad libellam diſponuntur: quod fluidis univerſim non accidit. Fumus ſcilicet, flamma, nubes, auraætherea ſunt quidem corpora fluida, proprietatem tamen modo indicatam non habent: undecumque tandem id proveniat. Fluida igitur ſunt, liquida non dicuntur: contra vero aqua, mercurius, liquores cæteri & fluida, & liquida exiſtunt. Cum tamen id diſcrimen vel parvi ſit momenti, vel nonniſi ab extrinſecis cauſſis proveniat; in communi uſu fluida, & liquida non diſtinguimus. De definitionibus nominalibus ſtatue, ut volueris.

Humidum dicimus illud fluidum, liquidumque corpus, *quod præterea aliis facile adhæret*, humoriſque ſenſationem excitat: qualia ſunt aqua, vinum, oleum &c. cum ex adverſo metalla fluentia, mercurius, & plura alia fluida & liquida quidem ſint; humida tamen communiter non appellentur. Sed relati-

(a) *Differt. de glacie c. 1.*
(b) *Elem. Phyſic. c. 20.*

lativus hic eſt corporum ſtatus: eadem fluida aliis quidem ſolidis corporibus adhærent, dum aliorum ſuperficiem refugere videntu: humida igitur & non humida dicentur, ſi ad diverſa corpora referantur. Aer & flamma ſunt ſemper fluida: humiditas vero in flammis nulla; in aere vero ab externis tantum vaporibus eſſe poteſt.

COROLLARIUM.

430. Ex dictis patet, quod ſit inter *fluidum*, *liquidum*, & *humidum* corpus diſcrimen: fluidum præterea commune eſſe ad liquidum, & humidum: humidum denique contractiorem quidem liquidi gradum: ſeu, quidquid eſt humidum, liquidum etiam eſt: & omne liquidum eſt fluidum: at contra aliqua fluida liquiditatis ſunt expertia, ut fumus, flamma, nubes: non omnia etiam liquida humiditatem habent, ut ſunt mercurius, metalla, flamma.

Ut aliquod fluidum corpus humidum cenſeatur; opus non eſt, ut quibuſcumque corporibus applicetur, iis adhæreſcat, & ea humectet: hoc enim pacto nullus fortaſſe liquor humiditatem haberet; cum nullus fortaſſe ſit, qui ſingulis adhæreat corporibus: aqua v. gr. viſcoſa, & oleoſa corpora fugit, ligna item mercurius; ſufficit igitur, ut humoris ſenſationem efficere poſſint.

Aerem inter humida corpora aliqui veteres recenſebant: ſed cum nullam ab ipſo humiditatis ſenſationem accipiamus, etſi ille aliquibus corporibus fortaſſis adhæreat, noſtro judicio ab humidorum numero ablegandus eſt, niſi illius humiditatem ab externis vaporibus repetamus, quod ad rem non eſt. Id inpræſentiarum Philoſophi contemplatione dignum, quid rei ſit fluiditas, liquiditas, & humiditas, quæ illarum cauſa, & principium.

HYPOTHESIS.

431. Compoſita phyſica ſenſibilia, quæ tractamus (ut alibi jam expoſuimus) ex diverſis particularum ordinibus magnitudine, & figura variis componuntur. Elementares ſcilicet illæ partes, dati cujuſcumque corporis ſemina, quas nulla jam naturalis cauſſa di-

videre valet, licet ab auctore naturæ Deo partiri adhuc ulterius poſſint, ex multiplici ſubtiliorum & ſubtiliorum partium ordine conſtant, & alias vario ſecum ipſis ordine, numero, & magnitudine diſpoſitæ conſtant. Hæ inſuper varie inter ſe permixtæ tertium inſenſibilium ordinem elementorum efficiunt, tertius quartum &c. ex quibus tandem ſenſibilia corpora componuntur. Plurimi autem hujuſmodi particularum ordines, primis elementarium exceptis, corporum ipſorum viribus, & mutuis actionibus dividi, & ſecari; & in minutiores diſſolvi poſſunt: at ob inſenſibilem magnitudinem facile a ſe invicem ſeparari, & in minutiorem adhuc pulverem partiri nequeunt, aucta nimirum reſiſtentia pro magnitudinis decremento, ut in loco explicavimus.

COROLLARIUM

432. Corpora fluida & liquida ex particulis elementaribus apprime duris componuntur: ſeu illa fluidorum elementa inſenſibilia, atque particularum ordines, quos naturales cauſſæ dividere non poſſunt, ſunt corpora apprime dura. Nam licet hujuſmodi partes ſeparari a ſe invicem facile poſſint, & externæ preſſioni cuicumque cedere, & per id ipſum fluidum corpus efficere; ipſæ tamen partes ſunt apprime dura corpuſcula, cum ulteriori in minutiores particulas diviſioni maxime reſiſtant, neque elementum aliquod unius ejuſdemque particulæ exteriori preſſioni cedat, niſi integra particula, ſeu corpuſculum cedat; quod corporis duri & firmi characterem efficit.

Si fluidorum corporum particulæ non modo aliæ ab aliis, verum etiam in ſua quæque elementa ſolverentur; in primigenia & ſubtiliſſima materiæ elementa abirent: omniaque fluida pari elementorum ſubtilitate conſtarent: ſunt tamen alia aliis ſubtiliora, ut ſpiritus vini relatu ad aquam v. g. plurimorum etiam particulæ componentes mycroſcopio diſcernuntur, ut in animalium ſanguine videre eſt, & obſervarunt *Levvenbockius*, & *Mairan* (*a*).

PRO-

(a) *Diſſert. de Glacie.*

PROPOSITIO LVIII.

433. *Phyſica corporum fluidorum natura in eo ſtat, quod illorum inſenſibiles particulæ figuram habentes ad motum aptam; & exiguo ſeſe contactu attingentes, ſint a ſe invicem diviſæ, vel actu verſus omnes partes habeant motum.*

Probatur. Iis enim poſitis, habetur quidquid requiritur ad ideam, naturam, & proprietates fluidorum corporum, quas in definitione attigimus, & inferius fuſe explicabimus: iis vero ſublatis, intelligi nequit fluidi corporis natura, & proprietates. Primo enim fluidum quaqua verſus diffluit, cuilibet figuræ ſeſe accommodat; quantulæ-cumque preſſioni etiam illius partes cedunt: fieri ſane hæc non poſſunt, quin partes fluidi tenuiſſimæ in minimis punctis ſeſe contingant, & ſint a ſe mutuo diviſæ, aut verſus omnes partes motu perturbato moveantur. Si enim ſeſe in magnis ſuperficiebus contingerent, aut eſſent inter ſe unitæ, & catenatæ, neque a ſe invicem facillime dilaberentur, neque minimæ preſſioni cederent, ut introrſum protruderentur, cum aliæ alias catenatione ſecum traherent, aut ſecundum magnam ſuperficiem adhærentes impellerent.

434. 2. In eo poſita eſt corporum firmitas, quod inſenſibiles eorum partes mutuo ad ſe invicem quieſcentes majoribus ſuperficiebus ſe tangant, & mutuis ſe ipſas plexibus, & catenatione prehendant; ut eo pacto neque a ſe diffluere, neque externæ preſſioni facile cedere poſſint: oppoſita igitur firmitati fluiditas in oppoſita etiam particularum diſpoſitione conſiſtere debet.

3. Fluidum corpus, aqua v. g. tum demum in glaciem, amiſſa fluiditate, concreſcit, cum inſenſibiles aquæ partes, omni amiſſo motu, & ſibi mutuo ſubſidentes mutuis plexibus committuntur, ut neque una immotis aliis moveri, neque introrſum cedere, aut ab aliis dilabi poſſit: eatenus igitur fluidum eſt aquæ corpus, idem de cæteris intelligendum, dum illius particulæ, ab omni vinculo ſolutæ, ab aliis dilabendi habent libertatem.

Equidem ſicut in ſola particularum juxta ſe invicem quiete, corporum firmitatem non ſtatuimus:

(*a*) *Carteſiumque*, cui ea arriſit opinio, rejecimus; ita ex adverſo ad præciſam fluidorum corporum rationem, ſeu fluiditatem intelligendam, jugem & perturbatum particularum motum non requirimus: cum poſita ſolummodo particularum diviſione, figura, & ſitu ad motum apto, fluidi corporis ideam habeamus. Si tamen particularum diviſioni motus accedat; corpus potiori jure fluidum erit: cum motus diviſionem potius efficiat, quam illam deſtruat. Ad puram igitur, & generalem fluiditatis rationem motus particularum opus non eſt: bene intelligitur fluiditas; fluida eſſe poſſunt corpora, quin eorum partes inſenſibiles inteſtino motu moveantur: an autem fluidorum actu extantium inſenſibiles particulæ præter mutuam diviſionem jugiter moveantur, inferius exponetur.

434. Multiplicibus, variiſque figuris prædita eſſe fluidorum corporum elementa, facile credimus: cum tamen ſphærica, ſphæroidica, cylindricaque figuræ maxime ſint ad motum aptæ; inde eſt, quod fluidorum corpuſcula ſphærica, ſphæroidica, cylindrica probabiliter cenſeantur: vel ſane ea erunt lubricitate, & ſuperficierum lævigatione prædita, ut alia ſuper alia facillime dilabentia ſibi invicem minime implicentur, ſed motus ſuos libere exequi poſſint.

Deinde majuſculæ fluidorum partes, quas mycroſcopiis diſcernimus, ſphæroidicam habent figuram, ut in ſanguine, lacte, ſero, oleis, mercurio deprehendunt, qui experimentis vacant: aer etiam in globulos ſeſe componit: idemque in aliis obſervatur fluidis: ſi igitur ab iis ad minutiores eorum particulas, & ad cætera etiam, quarum partes perſpici minime poſſunt, arguere licet; non diſſimiles eſſe in cæteris fluidis minutiſſimarum particularum figuras, concludemus. Hiſce tamen non inficiamur, aliis etiam, & aliis figuris præditas eſſe poſſe fluidorum corporum partes, dummodo ea lubricitate conſtent, ex qua earum motus non impediatur, ſed facilis evadat.

435. Varia etiam corpuſculorum magnitudine fluida ipſa conſtant, quod & experientiæ & rationi conſonat: aliqua enim facillime per durorum corporum po-

(a) *Tom. primo Phyſ. Lect.* 19.

poros penetrant, & ſeſe inſinuant, a quibus alia perpetuo excluduntur: aqua v g. per omnium lignorum poros ingreditur, plurimaſque animalium partes pervadit: mercurius in aurum ſeſe inſinuat, aquæ, & cæteris liquoribus impervium. Deinde ad corporum fluiditatem opus non eſt, ut componentes particulæ ad elementares ſint redactæ; imo ſatis eſt, ut inſenſibili magnitudine, quæ multiplicem graduum ordinem complectitur, donentur, ut ſcilicet ſenſus noſtros fugiant.

Omnia tamen fluida, dum eo fluiditatis in ſtatu permanent, exiguis & ſubtiliſſimis conſtare particulis, ex eo conſtat, quod in minutiſſimos corporum durorum poros liberrime ingrediantur.

436. Neque omittendum, eodem in fluido, puta in aqua, vino &c. multiplicem eſſe particularum ordinem, magnitudine, figura, motu, & diſpoſitione varium; plurimas etiam iis ſolidorum corporum partes inhærere, & propriis fluidi corpuſculis immiſceri. Unde impura fortaſſe ſunt omnia, quæ agnoſcimus fluida, atque ex elementis longe inter ſe diſſimilibus unumquodque componitur: cum nullam in particularum figuris, magnitudine, ſpecie uniformitatem habeant. Ex quo tandem conſequitur, innumeras pene eſſe fluidorum corporum ſpecies, infinitam pene diverſitatem, & infinitos pene ex iis oriri poſſe effectus qui ex varia corpuſculorum figura, magnitudine, lævigatione, & motu pendent. Quatuor hæc ſunt in fluidis omnibus maxime attendenda: hæc omnia ſunt eorum elementa, ab iis totum fluidorum diſcrimen, vires, actiones, effectus derivantur.

PROPOSITIO LIX.

437. *Licet ad phyſicam fluidorum naturam conſtituendam ſatis ſit, inſenſibiles corporis particulas figura ad motum habili præditas a ſe invicem eſſe diviſas, nullo licet motu ſint affectæ; in maxima tamen fluidorum parte, vel etiam in omnibus, tenuiſſima eorum elementa inteſtinum habent motum verſus omnes partes, majorem, aut minorem, pro vario fluiditatis gradu.*

Duo in propoſitione dicimus, ut ex illius textu patet primum & ex ſeſe clarum, & ſuperiori propoſitione probatum indicamus: ſecundum hujus propo-

 ſitio-

ſitionis argumentum prop ium exiſtit: & ſequentibus rationibus conficitur, 1. Corpora ſolida, quæ caloris, aut cujuslibet menſtrui ope liquefiunt, & ſolvuntur, neque fluiditatem acquirunt, neque acquiſitam ſervant, niſi inteſtino inſenſibilibus eorum particulis impreſſo motu, & conſervato: eatenus ſiquidem (ut interius explicabitur) funduntur metalla v. gr., quatenus ſubtiliſſimæ ignis particulæ inteſtino motu, & vehementi impetu concitatæ metallorum poros ingreſſæ, parietes diverſis modis concutiunt, & abradunt, concutiendo partibus motum communicant, earum catenationem ſolvunt, alias ab aliis liberant, alias in alias impellunt, circa ſe ipſas convolvunt, & anguloſos etiam plurium ramos, aut cuſpides truncant, ut nullus hodie phyſicus inficiatur. Quamdiu autem hujuſmodi in particulis inteſtinus motus, & fervor perſeverat, fuſionem, ſeu fluiditatem retinent metalla; ea autem ceſſante, minutiſſima ipſa corpuſcula ſubſidunt, majuſculis ſeſe ſuperficiebus contingunt, ramulis, & variis partium cuſpidibus implicantur, committuntur, dureſcunt: id igitur corporum genus, quod fuſione liqueſcit, dum in fluiditatis ſtatu exiſtit, inteſtinum habet ſuarum particularum motum. Omnia idcirco menſtrua, quæ plurima ſunt, omnia ſolida a menſtruorum actionibus fuſa, & fluida inteſtinum ad quem habent motum. Hoc jam numero omnia forſan fluida comprehenduntur; ſi quod autem eſt inter menſtrua non numeratum; analogiæ argumento eadem de illo probatur veritas.

438. 2. Plurima etiam ſunt fluida, quorum particulæ omnium confeſſione, immo & ſenſuum ac rationis teſtimonio, perturbato, perpetuoque aguntur motu: hujus generis ſunt flamma, lux, materia ſubtilis, ſi quæ exiſtit, hominis, & cæterorum animantium ſanguis, qui tamdiu liqueſcit, ſeu potius fluiditatem ſervat, quamdiu non per venas tantum, & per arterias integra ipſa ſanguinea maſſa circulatur, ſed ipſæ etiam ſanguineæ particulæ hinc inde moventur. Aquæ etiam calidæ particulas perpetuo agitari, liquidum eſt.

3. Nihil in rebus, atque humana vita, & ſocietate magis notum eſt, quam quod ſolida fluidis injecta, aut a fluidorum affuſione ſolvantur. Eo pacto ab aqua ſal, aut ſaccharum in fundo vaſis poſita ſolvun-

vuntur, & per totam affuſæ aquæ maſſam permiſcentur. Id ſane phænomenon fieri, & explicari non poſſe, inteſtino aquearum partium motu ſublato, bene autem eo ſtante, facillime intelligitur: qua enim ratione ſacchari, aut ſalis particulæ aqueis graviores, fundum vaſis deferunt, ad ſuperiora aſcendunt; ſi nullæ aqueæ particulæ eas, veluti bajulæ, ſecum trahant? Qua etiam lege, & virtute in latera ſeſe diffundit, & integræ liquidi maſſæ intime commiſcetur ſaccharum? Non me latet, in hujuſce phænomeni explicationem, partium attractionem Neutonianos advocare (*a*): ſed præterquamquod plurimas in corporum ſolutione difficultates attractio non ſolvit, probandum imprimis eſt, eam in rebus exiſtere (*b*), non ut Geometricam hypotheſim, ſed ut phyſicam cauſam.

439. Admiſſo autem in aqueis particulis inteſtino motu, hujuſmodi corpuſcula per ſalem, aut ſaccharum pertranſeuntes, ea abradunt, per eorum poros ſeſe inſinuant: radendo, & pervadendo particulas ſalinas avellunt, iis implicantur, eaſque proinde quaqua verſum trahunt, quoad tota ſalis maſſa prædicto motu per totam aquæ maſſam diſpergatur. Hoc autem ex eo ulterius confirmatur, quod, caleſcente aqua, facilior, & major ſit ſalium, & affuſi ſacchari ſolutio; quatenus ſcilicet aquæ particulæ majori motu agitatæ, & minutiores fortaſſis attritu redditæ copioſius intra idem tempus, & majori etiam velocitate, & viribus in ſaccharum impingunt, per illius poros tranſeunt, particulas tranſeundo abradunt, ab aliis ſeparant, una ſecum deferunt, eoque pacto totam maſſam ſolvunt.

Tandem ea liquorum proprietas, qua ſcilicet fluendi libertatem nacta ſponte effluant, ſeſe diffundant, & ad libellam, ſeu ſecundum horizontis planum diſponantur; hæc, inquam, & aliæ ipſorum proprietates explicatum particularum motum vel ſupponunt, vel eo ſaltem ſuppoſito melius explicantur. Si in eo igitur particularum motu liquidorum a fluidis diſcrimen

(a) *Vid. Muſchembroek elem. c.* 20.
(b) *Vid. ſuperius lect.* 4.

men ſtatuamus, non multum a veritate deflectere videbimur.

COROLLARIUM I.

440. Etſi ad corpus fluidum conſtituendum inteſtinus particularum motus non requiratur, ut ſupra in propoſitione diximus; eo tamen ad partium diviſionem accedente, majorem fluiditatem habet corpus, quam ſi omni motu illius corpuſcula privarentur. Facilius enim diffluerent, & minimæ preſſioni partes cederent. Ex hoc capite eo fluidior erit aqua, & liquores cæteri, quo intenſius caleſiant; nam pro majori caloris intenſione (ut probabitur in loco) major in aqueis particulis motus imprimitur.

COROLLARIUM II.

441. Eo etiam erit fluidius corpus, quo minutiores fuerint illius particulæ (ſi cætera ſint paria); corpora enim fluida majoribus partibus donata propius ad duritiem accedunt: quod ex eo etiam dignoſcitur, quod liquida, quæ accedente frigore gellaſcunt, fluiditatem per gradus amittunt, & duritiem acquirunt; dum ſcilicet illorum particulæ, motu ſenſim amiſſo, aliæ aliis ſubſidendo adhærent, & majuſculas componunt maſſas, quæ ſenſim fluiditate ſemper decreſcente, creſcunt, quoad in unam maſſam conflatæ, & implicatæ durum corpus efficiunt. Inter liquida corpora fluidiſſima ſunt *lux*, *æther*, & *ignis*, quos ſequitur *aer*: aerem *ſpiritus vini*, hunc *Alcohol*, eum *ſpiritus-vini* vulgaris: hujuſmodi ſpiritum *aqua* &c.

COROLLARIUM III.

442. Fluidum perfecte fluidum, ſi quod exiſtat, particulis magnitudine minimis, maxime mobilibus, perniciſſimo, & perturbatiſſimo motu concitatis conſtare neceſſe eſt: iis enim nominibus corporis fluiditas augetur. Illius etiam particulæ, ſi aliqua ſint diviſibili magnitudine præditæ, ſphericam, aut ſphæricæ prope accedentem habebunt figuram; cum ex ea particularum mobilitas pendeat, & conſequatur: contra autem figura partium irregularis, & varia, craſ-

ſior

ſior illarum malla, duræ & ramoſæ cuſpides motum maxime impediunt, immo & diviſioni obſtant, & fluiditatem proinde minuunt.

Ex his omnibus patet, corporum fluiditatem eſſe in ratione compoſita ſubtilitatis, motus inteſtini, figuræ, & lævigationis particularum. Et hinc plurimæ deduci, atque demonſtrari poſſunt regulæ, ſeu propoſitiones, fluiditates corporum, earumque proportionem ſpectantes: quæ quidem ad humanos uſus etiam inſerviunt. Exemplo ſit: *Inter fluida quæcumque illud erit magis fluidum, cujus particulæ majorem habeant inteſtinum motum, ſeu vehementiorem calorem, ſi cætera ſint paria*. Et inde eſt, quod noſter ſanguis æſtate ut plurimum, ſit præ hyberno tempore fluidior. Ab uno hoc diſce alia.

PROPOSITIO LX.

443. *Corporum humiditas in eo conſiſtit, quod tenuiſſimarum particularum figuræ, & magnitudines eorum corporum quorum reſpectu humida ſunt, poris & corpuſculis conformentur, ita ut per ea inſinuentur, eorum particulis intermiſceantur, implicentur, & modica tenacitate adhæreant, atque certam præterea lubricitatem habeant.*

Probatur. Eo enim poſito, recte intelliguntur, & explicantur humiditatis phænomena. 2. Corpus humidum reſpectu unius corporis, nullam aliquando relatu ad alia corpora humiditatem habet, eorum poros non ingreditur, partibus non implicatur, neque adhæret: immo ab eorum contactu velut refugit, ut viſitur in mercurio, ſi argento applicetur, & in mille aliis. 3. Eo pacto humidorum corporum tenacitas, ſeu viſcoſitas intelligitur; quæ varios intenſitatis gradus in corporibus obtinet, pro vario partium plexu, figura &c. 4. Particulæ eo modo humanis corporibus e. g. tenaciter adhærentes humiditatis in eo ſenſum, & perceptionem efficiunt. Humiditatis igitur fluidorum corporum effectus, & conſequentia eſt indicata illa particularum fluidi ad aliud corpus adhæſio: hæc autem ab illa particularum implicatione, & catenatione derivatur: implexio partium ab earum vinculis, commiſſione, angulis, figura tandem deſcendit.

Op-

Oppoſita argumenta ſolvuntur.

444. Opponitur 1. Si corporum fluidorum particulæ perenni, inteſtino, & perturbato cientur motu; omnia aut fere omnia fluida, in quibus eum motum adſtruimus, calida ſint, oportet: eademque eſſet fluiditatis, atque caloris natura; calor enim ab inteſtino particularum motu non diſtinguitur. At falſum eſt, fluiditatem in calore conſiſtere, aut omnia fluida corpora eſſe calida: aquam enim frigidiſſimam fluiditate præditam deprehendimus.

Reſp. Non ego fluiditatem in perturbato & inteſtino motu particularum conſiſtere dico; ſed hæc duo in plurimis fluidis ſemper conjungi: in iis vero eadem plane eſt particularum motus ſpecies; quæ calorem, & quæ fluiditatem conſtituit. Supponimus præterea, ſuo loco probaturi, in ejuſmodi motu calorem ſenſibilem conſiſtere, ſeu corpus, cujus particulæ eo agantur motu, caloris ſenſum in nobis efficere. Id tamen diſcriminis intercedit, quod vehementem ſolummodo, & ſenſibilem, & intenſum corpuſculorum motum, qui ſenſuum organa ſenſibiliter afficiat, & immutet, majorem in organorum partibus motum, & calorem efficiens, quam ſit ipſe innatus, & proprius animalis calor, & motus, calorem nuncupamus: inteſtinum vero particularum motum non adeo ſenſibilem, ſed tenuem, levem, & minus ſenſibilem, quam noſtri ſanguinis, & humorum calor, aut motus exiſtat, non colorem, ſed fluiditatem appellamus. Uno verbo, calor eſt aliquid relativum: idem corpus & calidum, & frigidum inſimul exiſtit, ſi ad diverſa animantia referatur: corpus homini rigeſcenti calidum, alii calore æſtuanti frigidum reputatur; quia majorem habet calorem, quam primus; minorem, quam ſecundus, aqua fluida hyberno tempore relatu ad hominem hiſpanum, vel zonæ torridæ incolam frigidiſſima, relatu ad Lappones eſt temperata, vel etiam calida: reſpectu noſtri fluiditatem habet, non calorem: reſpectu ad Lappones & fluiditatem, & calorem. Inde omnis motus inteſtinus inſenſibilium alicujus corporis particularum ad caloris genus ſpectat, calor tamen non eſt, niſi relatu ad corpus, ſeu animans, quod minorem in corpore ſuo particularum habeat motum, aut calorem. Vere igitur dici poteſt, om-

omnia, quæ agnoſcimus, fluida calorem habere. Aquam enim vero hyberno tempore experimur frigidiſſimam: nullumne idcirco calorem habet? at intra illam vivunt, & ludunt piſces, quibus ſane temperatum eſt elementum.

445. At nulla, perges, aſſignari poteſt hujuſce in omnibus fluidis univerſalis caloris, ſeu inteſtini motus cauſa, quæ minutiſſimas fluidorum particulas ad motum ubique, & ſemper impellat, quieſcere numquam, aut raro permittat.

Reſp. Inteſtinus ille minutiſſimarum particularum motus ejuſdem generis cauſſam habet, cum eſt remiſſus, & inſenſibilis, atque cum intenſus, & ſenſibilis exiſtit. Idem ſemper eſt ſpecie effectus ſola magnitudine diverſus. Fluidorum fervor, atque notabilis calor, & inteſtinus motus ſenſibilis eſt proculdubio ignis elementaris effectus ea ratione productus, quam in Pyrotechnia exponemus. Ab eadem cauſſa eſt inteſtinus idem motus, dum in gradu inſenſibili exiſtit. Ab ea cauſſa, ſeu fluido ubique præſenti, motum ſemper affectante, pro corporum tamen, temporum, & circumſtantiarum diverſitate ad motum inæqualiter excitato omnis ille motus provenit: ſuam ille originem habet ab univerſali materia ignea, quæ ubique eſt diffuſa, irrequieto ſemper motu agitur, corpora ſemper concutit, & gelaſcere non permittit; ejus enim materiæ, & univerſalis ignis beneficio ſuam temperiem ſervat tellus, & terreſtria corpora; perpetua generationum viciſſitudo obtinet perennat; naturalis rerum ordo ſervatur: eo ſublato, in horridum gelu indureſcerent omnia: nulla ſupereſſet vita: quæ quidem omnia citato in loco luculentius explicabuntur.

446. 2. Opponitur. Prædictus univerſalis ignis ubique diffuſus, & ſumma etiam hyeme exiſtens, fluidorum partes movere non poteſt: nam in ſumma hyeme in regionibus potiſſimum ad polos proximioribus, ubi frigore omnia fere rigeſcunt, & congelantur, valde debilem fore opus eſt ejuſmodi ignem corporibus diffuſum, illiuſque actionem; ac proinde liquorum partibus movendis imparem. Reſp. cum fluidorum partes ſint tenuiſſimæ, & maxime ob figuram & lubricitatem mobiles; cuicumque etiam impulſui cedunt; extra dubium autem eſt, ſumma hyeme præ-
di-

dictis in regionibus plurimum igneæ materiæ in motu adhuc ſupereſſe, & in motu ſemper ſervari; cum homines illic, & animantia plurima degant; ſub ipſis etiam frigidiſſimis aquis piſces vivunt; eaque proinde calorem conſervandæ vitæ neceſſarium habere neceſſe eſt: iis igitur etiam tempeſtatibus, atque locis conveniens eſt ſub aquis, & in aere calor, & ignis materia: quantumvis nos mitioribus regionibus aſſueti nullum illic calorem deprehendi poſſe arbitremur, & intolerabile frigus iis in regionibus experiamur.

Sed in id hoc iterum argumentum recidit, calorem ſcilicet, & frigus eſſe relativum, ut ſupra diximus, & in loco fuſius explicabimus. Id etiam adnotandum, liquores eo ordine, quo calorem, ac proinde motum amittunt; ſenſim gelaſcere: iterum vero ſenſim diffluere, prout intenſior caloris gradus accedat. Ii etiam liquores, cæteris paribus, quorum partes vel craſſiores, vel alio de capite ad motum ſunt ineptiores, prius quam alii, & facilius gelaſcunt, quod ſcilicet eorum particulæ difficilius ab eodem igne, a quo ſubtiliora fluida concitantur, adhuc moveri poſſint. Cauſam igitur habemus certo exiſtentem, ubique præſentem, effectui producendo parem.

447. Opponitur 3. Eadem eſt Lucis, & caloris ſeu ignis materia: atqui illa, licet in gradu intenſiore ſumatur, ſeu adunetur, liquorum partes movere nequit: ergo neque univerſalis ignis, ſeu lucis materia ubique diffuſa, & in gradu longe remiſſiori ſparſa fluidorum partes movebit. Quod ſecundo loco aſſumimus, experimento conſtat. Radii lunares, pleno orbe fulgente luna, in ſpeculi cauſtici foco adunati, & in charta alba excepti intenſam adeo claritatem efficiunt, ut eam oculi ferre vix poſſint: at in Thermometro mobiliſſimo ad ſpeculi focum applicato ne minimum quidem calorem producunt, ac proinde ii motum nullum efficiunt: potiori idcirco jure ſtatuendum eſt, quod materia ignea, ſeu lucis in gradu multo remiſſiori, quam ea eſt in ſpeculi foco, fluidi particulas movere non poteſt: cum igitur alia non ſit cauſa ejuſmodi motum efficiens, nullus in fluidis particularum motus invenitur.

Reſp. Suppoſita impræſentiarum argumenti hypotheſi, quod eadem nimirum ſit & lucis, & ignis elemen-

mentaris materia, qua de re alibi diſputamus, experimento etiam conceſſo, nihil inde contra nos deducitur. Lux & calor ſunt motus ejuſdem materiæ toto cælo diverſi: lux eſt pura oſcillatio, calor eſt motus inteſtinus verſus omnes partes quæ duo ſuis in locis demonſtrabuntur: una autem eademque materia plurimum quidem unius generis motu cieri poteſt, dum alio nihil plane agitur. Res ad evidentiam fiet manifeſta, cum de igne, & luce diſputemus. Deinde iterum dico calorem, & frigus eſſe ad animantium ſtatum, & indolem relativa, noſtraque ſenſuum organa diverſiſſimum habere ſenſibilitatis gradum; & longe majus requiri, ut caloris ſenſum in corpore, quam ut lucis actionem in oculo percipiamus. Lucis lunaris, & ſolaris intenſitas hanc rationem præter propter ſervat, lux lunaris diſperſa 1; eadem collecta in foco, 306; lux ſolaris diſperſa, 300000; eadem congregata in foco 91800000 (*a*). Ipſi tamen radii lunares diſperſi, aut congregati, qui ad lucis intenſitatem (ſeu ut oculos vehementer pungant) vehementemque in anima lucis ſenſationem efficiendam ſufficiunt, impares ſemper ad calorem ſenſibilem, & robuſtiora corporis organa concutienda reperiuntur: liquido enim vero conſtat, nos in clariſſima etiam Solis luce ſæpe ob frigus rigeſcere: quod in id iterum recidit, calorem ſcilicet eſſe quid relativum. Unde radii lunares in foco congregati, & diſperſi thermometri particulas movent, aut ad motum adjuvant; hujuſmodi tamen motus, ad fluiditatem & lucis ſenſationem ſufficientes, calori nobis ſenſibili efficiendo impares ſunt: alia fortaſſe delicatioris organi animantia & lucem, & calorem prædicto in foco auctum experirentur. Moventur præterea radii motu lucis proprio, eumque motum circumſtanti materiæ, & oculorum retinæ communicant: unde ſenſus lucis enaſcitur: dum interim ſine ullo inteſtino motu, caloris proprio, hæc omnia peragi poſſunt. Quod igitur eadem ſit & lucis, & caloris ſeu ignis materia: quod vehemens aliquando hujus materiæ fulgor, ſeu lux exiſtat: nihil hæc ad calorem faciunt.

448.

(a) *Calculum ſubduxit De la Hire. vide Feijoo. Tomo 2. de las cartas.*

448. Opponitur 4. Solutio ſacchari, aut ſalis in aqua, & cæterorum corporum in ſuis cujuſque menſtruis non ab inteſtino particularum motu; ſed a mutua partium attractione provenit: eo igitur de capite prædictum motum fluiditatem componere non conficitur. Reſp. Mutuam corporum attractionem non materialem ſuperius non levibus argumentis rejecimus. Deinde quod ſal v. g. æquabiliter per aquam diſtribuatur, non attractioni, ſed motui tribuendum eſt: cum enim plures ſint aquæ, quam ſalis particulæ ab aliquibus tantum ſalinæ attrahuntur, ſeu potius earum paucis adhærent: Eas igitur ob adjunctum ſalem graviores fundum petere neceſſe eſt: aqua igitur ſalſa deorſum; quæ ſurſum extat, a Sale penitus libera eſſet, quod experientiæ conſonum non eſt.

449. Opponitur 5. Si fluidorum particulæ ſunt in continuo motu; nihil eſt, cur non diſpergantur, & diſſipentur, præcipue ſi vas fluido plenum, & ſuperius apertum in machinæ pneumaticæ recipiente evacuato ſit locatum: partes enim ab intercurrente igne ſuccuſſæ, & agitatæ protruderentur. Reſp. Negando totum argumentum: Ne deorſum, vel ad latera partes diſſipentur, vaſis fundo, & lateribus, ne ſurſum diſpergantur, earundem gravitati tribuendum eſt. Enim vero fluidorum caleſcentium particulæ prædicto inteſtino motu agitantur; quin ullum ſit diſperſionis ab eo motu periculum.

450. Opponitur 6. Cujuſvis fluidi guttæ a ſe invicem ſeparatæ in ſphæricam figuram componuntur: at ſi earum inſenſibiles particulæ motu inteſtino cierentur, figuram ſphæricam non affectarent, immo perpetuus & perturbatus hic motus ejuſmodi figuræ ſemper opponeretur. Reſp. In adverſariorum etiam opinione calidiſſimæ, & fuſæ metallorum partes perpetuo, & inteſtino motu cientur; eorum tamen guttæ in ſphærulas conformantur. Quam igitur illi hujus phænomeni cauſſam materialem aſſignaverint, eamdem & nos tam pro guttis calidis, quam pro frigidis, hoc eſt, minus calidis amplectemur. Si attractionem mihi obtrudant; ea neque eſt cauſa materialis, neque aliquid menti, & ſenſibus exhibet, niſi ideam, atque generale vocabulum ad res omnes explicandas adhibitum. Attractio enim perinde eſt, atque virtus corporum: at ſi dicas, fluida conforman-

tur

tur in guttas a virtute corporum, cedunt a virtute corporum, uniuntur, ſolvuntur, ſeparantur, moventur a virtute corporum; & quodcumque phænomenum in medium afferas, id factum a virtute corporum contendas; mutato vocabulo, antiquam, & profligatam reſponſionem adhibes. Phænomeni igitur cauſa, nevvtonianis eſt mutua attractio, hoc eſt, cauſa ignota, nobis eſt ambientis fluidi aere ſubtilioris (quod etiam admittit D. *Nevvton*) preſſio materialis; quæ cum ex omni parte ſit æqualis; æque particulas ex omni parte comprimit, & in ſpæricam figuram componit, cui motus inteſtinus non opponitur, nam in cedentium particularum locum aliæ ſuccedunt æque ab aere preſſæ.

451. Opponitur 7. Fluentium partes vel fluidæ, vel duræ ſtatui debent. Reſp. earum ſingulas eſſe duras: conjunctas fluidum conflare ob adductas ſupra rationes. Attamen, perges, ejuſmodi partes duræ ob perpetuum & inteſtinum motum in ſe ipſas incurrerent, mutuo ſeſe attererent, ſibique reſiſterent: earum igitur motus ſenſim langueſceret, & tandem ſiſterent. Reſp. earum attritum, & reſiſtentiam inde ortam, ob lubricam partium ſuperficiem, & figuram, modicam quidem eſſe, & ab intercurrente materia ignis perpetuo ſuperari; ne partes ipſæ ad quietem tandem reducantur. Si præſens cauſſa non ſemper eſſet, aliquid eſſet argumento dandum: ignem tamen elementarem per omnia terrena corpora eſſe ubique diffuſum, conſtans jam veritas exiſtit.

452. Opponitur 8. Si partes aquæ ſtagnantis perpetuo ſunt in motu; quo minus fuerint externo pondere preſſæ, celerius & liberius movebuntur; ab externa enim preſſione motus impeditur; jam vero totum atmoſphæræ pondus aquam ſuperne premit. Sit aqua intra evacuatum recipiens incluſa; cum ſit ab hujuſmodi preſſione immunis; celerius multo in vacuo Boyleano, quam in aperto aere, eadem aeris temperie, inſenſibiles illius partes moveri neceſſe eſt: calorem igitur ſenſibiliter majorem acquirunt: hoc tamen experientiæ repugnat.

Reſp. Etſi liberior, & major particularum in vacuo, quam in aperto aere, ob minorem preſſionem, ſit motus; minor ex eadem ratione erit partium affrictus, aliud caloris principium: major igitur intra ae-

aerem affrictus liberiorem in vacuo motum compenſare videtur, & parem utrobique calorem ſingula efficient. 2. Eſto, liberior, & major aliquantulum ſit incluſæ in vacuo aquæ particularum motus; erit illico ejuſmodi motuum diſcrimen ad notabilem, & ſenſibilem caloris relati ad nos inæqualitatem efficiendam ſufficiens? Id adverſariis probare incumbit, quod difficillime aſſequentur. Alia fortaſſe delicatioris ſenſus, quam homines ſumus, animantia, quæ ſenſibilem in aqua nobis frigidiſſima calorem experiuntur, illius in vacuo intenſionem percipient. Id tamen ſit o iter ſolummodo dictum; modo enim non de calore, aut igne agimus: ſuo loco, quid rei, & veritatis argumentum contineat, exponemus: illud modo, ut hypotheſim damus. Argumentum etiam alio de capite penitus ſolvitur: ubi minor ſit ſupra aquam preſſio; facilius, & citius ignis elementaris particulæ intra aquam comprehenſæ avolant: imminuto igitur impedimento ad motum, illius etiam cauſſa imminuitur.

453. Opponitur 9. In experimento jam ſuperius (a) relato, ex quo aquam comprimi non poſſe inferius deducemus, maxime in ſe invicem illius particulæ urgentur, & arctantur: Si igitur moventur, magnopere ſe abradunt, atterunt, & fricantur; qui igitur fieri poteſt, ut eadem, ac antea, libertate moveantur, & non potius ob prædictam movendi difficultatem penitus quieſcant? Reſp. 1. retorquendo argumentum: Si hujuſmodi aqua fortiſſime compreſſa ſit vehementer calida, adverſariorum etiam ſententia inteſtinum partium motum habet, quantumvis maxima ſit ob adductas in argumento cauſas movendi difficultas; omnibus igitur ſolvendum eſt argumentum. Reſp. 2. & directe, particularum aquæ lubricitatem, & figuram motum ſemper juvare, reſiſtentiam, & affrictum minuere. Deinde hoc argumentum nos proprie non tangit, qui fluiditatem ſine motu inteſtino particularum agnoſcimus. Etſi igitur compreſſione retardetur motus; nihil ad nos attinet: ſolumque erit motus, cum cauſa movens ſit major reſiſtentia. Quid tamen in hiſce immoramur? aquam in-

(a) *Phyſ. Gener. tom. 1. Lect. 18.*

intra æneum vas comprime, quantum per humanas vires liceat: maximam tum vero ad inteſtinum motum reſiſtentiam, at vix incaleſcere incipiat aqua: en jam a tantilla cauſſa motum inteſtinum.

Intelligi tamen nequit, perges, qualiter aquæ particulæ maxime inter ſe compreſſæ, ſeu ſibi invicem ob maximam preſſionem conſtrictæ, moveri tamen pergant, motum vero omnem amittant, ſi imminuatur calor, ut fit, cum gelaſcit aqua, cujus quidem vires ad movendum multo debiliores, quamvis compreſſionis ad motum retardandum eſſe videntur. Reſp. Hoc iterum argumentum non corporum fluiditatem, ſed ignis, & caloris naturam, vires, motum impugnat; ex inferius igitur dicendis facile ſolvetur. Interim notare ſufficiat, maximam aquearum partium duritiem, & lævigationem, earumdem preſſionem minuere, & quæ inde oritur, reſiſtentiam: quod additur de intercurrentis materiæ virium debilitate, libere additur: deinde preſſio in omnem ſimul maſſam exercetur, neque proinde ſingularum particularum motum impedire ſatis eſt; interfluens autem ignis ſingulas particulas impellit, & movet, quo ex capite majorem habet eaſdem movendi facilitatem.

454. Alia etiam ſolves, ſi animadvertas, 1. Quod licet in quieſcentibus liquoribus nullum inteſtinum motum deprehendamus, nihil inde contra nos concluditur; cum ea ſit in liquoribus partium tenuitas, ut oculorum aciem, licet mycroſcopiis armentur, penitus fugiant; moventur profecto flammæ particulæ, quin earum motum, aut magnitudinem diſcernamus.

Quod ſi mycroſcopii beneficio ſanguinis globos per piſcium arterias circulari conſpicimus; neque ii ſunt globuli, quorum diviſione fluiditas enaſcatur; neque eo in motu fluiditatem conſtituimus; ſtagnans enim ſanguis multoties fluiditatem ſuam ſervat, licet nullam in ipſo circulationem, nulloſque globulos deprehendamus. Circulatio igitur fluxio quædam eſt ab inteſtino motu longe diverſa.

2. Etſi liquores natura & gravitate diſſimiles in eodem vaſe contenti aliquando non permiſceantur; immo & multoties effuſi, & aliquantum commixti poſtea ſenſim ſeparentur; nequaquam ex eo conficitur, nullum in iis inteſtinum eſſe partium motum:

eadem enim eveniunt phænomena, licet liquores ipſi incaleſcant, eorumque partes omnium ſententia perpetuo moveantur. Phænomeni igitur ratio eſt diverſa eorum ſpecifica gravitas, alia particularum textura, & figura &c.

455. Dices: Sordes, limus, arenæ, pulveres aquæ permixtæ; dum vas fortiter concutitur, & aqua hinc inde ſubſultat, & irrequieto motu agitatur, ſecum ipſis, & media in aqua permixta manent, & una cum aquis fluctuant, & agitantur: aqua autem una cum vaſe, quo continetur, paulatim quieſcente, & tandem per aliquod tempus ſtagnante, eadem corpuſcula ſubſidunt in vaſis fundo, nec amplius vel ab aqua attolluntur, vel ad latera moventur: ſignum igitur eſt, nullum in aquæ particulis ſupereſſe motum: dum enim movebatur aqua, pulviſculos, & limos ſubſidere non patiebatur. Reſp. nil mirum eſt, ingentes aquæ maſſas innatantes in ea pulviſculos una ſecum deferre: at inteſtinus particularum motus ingentes, aut ſenſibiles fluidi maſſas non devolvit; minutiſſimæ tantum particulæ, nullo inter ſe ordine habito, verſus omnem partem, & directionem moventur; limum igitur mole ſenſibilem ſecum ferre non poſſunt. Accedit quod cum particulæ æque in omnes moveantur partes; limus ipſe, aut pulviſculi in æquilibrio remanent, nullique directioni morem gerunt; cum æqualibus, & oppoſitis directionibus urgeantur: vi igitur inteſtini hujuſce motus permixta illa, & craſſiora corpora moveri nequeunt; neque aliud ſupereſt, niſi ut proprio pondere deorſum urgeantur, & lente dilabantur. Semper tamen obſervandus eſt noſtræ propoſ. ſenſus: cujuſcumque fluidi partes moveri minime contendimus.

456. Tandem opponitur experimentum *Beccarii* (a), qui ſalis aliquantulum in tubi vitrei fundo leniter collocavit, deſuperque communem aquam ſolvendo ſali ſufficientiſſimam leniſſime affudit: aliquid ſalis primo ſolutum fuit; reliquum tamen per menſes integros concretum permanſit: iis elapſis, exiguum foramen in vaſis fundo ex compoſito factum, ut per me-

(a) *Opuſc. Acad. Bonon. pag.* 485. *de motu inteſtino fluidorum.*

medium ſalem diffſueret aqua: prima, quæ effluxit, anteaque medio in ſale ſtagnabat, erat ſumme ſalſa: quæ deinde ſequebatur; & tubi capacitatem ad 6 fere altitudinis digitos occupabat, erat etiam ſale referta; rel qua nullum ſalem referebat: particulæ igitur aqueæ motu inteſtino non moventur: aliter enim partes ſalinas ubique, & circumquaque adducerent, ac diffunderent.

Periculo etiam facto a P. *Lana* (a), vinum rubrum dexterrime, & perquam leniter aquæ limpidæ affuſum, eidem per plures dies ſupernatavit; quin permiſceretur; aliquibus tranſactis diebus, aqua aliquem ruborem contraxit. Qui tamen fieri poſſet, ut extremæ vini particulæ aquam contingentes; quacum alioqui faciliime permiſcentur, ſi perenni irrequieto, & perturbato motu eſſent agitatæ, cum aqueis particulis non illico permiſcerentur? Deinde inferiores fluidi particulæ verſus omnem partem a ſuperioribus premuntur æqualiter, & perfectum æquilibrium ſervant verſus omnes partes, ac directiones: quamdiu igitur ſunt in æquilibrio moveri non poterunt ſecundum eam directionem, ſecundum quam in æquilibrio exiſtunt. Reſp. Parum difficultatis contra propoſitionem ex relatis experimentis adducitur. Etſi darem, aquam, & alios liquores nullum aliquando habere motum inteſtinum; optime cum eo dato hucuſque dicta componerentur. Sed ne illud etiam ab adductis experimentis conſequitur. Fieri enim vero poteſt, ut diverſæ naturæ, gravitatis, atque partium texturæ fluida leni inteſtino motu agitata, qualis in liquoribus non ebullientibus, ſeu vehementer caleſcentibus exiſtit, ſeſe quidem contingant, quin tamen permiſceantur. Id ſcilicet eſt diverſæ partium texturæ, earumque inſenſibilibus atmoſphæris conforme. Liquores ad experimentum adducti calorem proculdubio habebant: a ſummo gradu gelu ſeu frigoris ad uſualem uſque aquam & vinum longiſſima eſt diſtantia, quæ per caloris gradus aſcendit; ubi autem calor, ibi etiam inteſtinus motus. Duo hæc poſtrema tum demum conficientur, cum de calore, & frigore in Pyrotechnia phyſica diſſeremus. Liquores

(a) *Magiſterium naturæ, & Artis L.* 3. *cap.* 1.

res natura diſſimiles, oleum v. g. & aqua, etſi tepo rem, aut calorem habeant ſenſibilem, & inteſtini idcirco motu agitentur, facile numquam in unum liquorem confundentur. Ad ultimum ea ratio nihil concludit adverſus liquores calore agitatos, aut ebullientes: nil igitur etiam contra reliquos: ubique enim cauſa eſt externa, neque differt, niſi ſecundum magis, & minus.

§. 5.

DISCUSSIO INCIDENS.

De Corpore viſcoſo, fragili, ductili.

457. Quæres primo, quid, & qualiter ſit corpus *viſcoſum*, Reſp. 1. viſcoſum corpus illud eſſe, quod & molle, & tenax eſt, cujus particulæ & ſibi invicem, & aliis, quæ contingunt, corporibus adhærent: qualia ſunt oleum, ſebum, mel, & plura alia. Unde viſcoſa corpora ſunt etiam mollia; quid vero ſit corpus molle ſuperius explicavimus. Viſcoſa igitur non ſunt dicenda ea corpora, quæ tenacia quidem ſunt, ſed dura, ut chordæ, veſtes ex lana, aut filo ſerico contextæ, & plura hujus generis alia, quæ tenacia, non tamen viſcoſa, ob allatam modo rationem, dici debent.

Reſp. 2. Corporum viſcoſitas per id habetur, quod fluidi corporis inſenſibiles particulæ, ob peculiarem figuram, magnitudinem, ſuperficiem, aliorum corporum partibus ſeſe inſinuent, implicent, adhæreant. Vel igitur viſcoſi, vel duri corporis, cui viſcoſum adhæret, particulæ ſunt ramoſæ, variis angulis, cuſpidibus, & plexibus terminatæ: quæ quidem partium textura, & ordo ad durum potius, quam ad fluidum corpus ſpectat, ut ex ſuperius dictis inferri poteſt. Neque viſcoſum corpus, v. gr. oleum omnibus corporibus adhæret, aut reſpectu omnium viſcoſitatem habet: eſt ſcilicet hæc etiam corporum qualitas relativa a mutua particularum congruentia pendens.

458. Quæres 2. Quid, & qualiter corpus ſit *fragile*. Reſp. 1. corpus fragile eſt illud, quod in ſenſibiles partes facile rumpitur, v. g. *vitrum*, *cryſtallum*.

Reſp.

Reſp. 2. Fragilitas ex eo provenit, quod ſenſibiles corporis partes rigidæ ſint, ramulis, & plexibus ſeſe mutuo non amplectantur, in acie, anguloſis ſuperficiebus, & cuſpidibus ſeſe ſolummodo tangant; neque interius committantur. Hinc enim facile a ſe invicem ſeparantur & rumpuntur. Quodſi ramoſæ anguloſæ, hamatæ, & contortæ ſint corporum partes; tum vero eorum fragilitas ab earumdem particularum tenacitate, longitudine, & ſimilibus aliis de cauſſis derivabitur.

459. Quæres 3. Quid, & qualiter ſit corpus *ductile*. Reſp. 1. Corpus ductile eſt, quod tenſione, adhæſione, aut alio quovis modo ducitur, extenditur, dilatatur, quin partium continuatio rumpitur; cujus generis ſunt metalla, plumbum v. gr. aurum & plurima alia, quorum tenuis aliquando gutta in longiſſimum filum diſtenditur.

Reſp. 2. Corporum ductilitas ex eo provenit, quod maxime flexuoſæ ſint minimæ corporum particulæ, & ramulis, ac plexibus ita inter ſe catenatæ, ut licet ab aliquibus ſeſe expediant, aliis ſtatim implicentur, committantur, & adhæreant. Hinc enim difficulter aliæ ab aliis ſeparantur. Simili modo alias corporum qualitates per mechanicas ſcilicet rationes, magnitudinem, motum, figuram, compoſitionem, ordinem &c. explicabis, quin ad hujuſmodi corporum ſtatus, qualitates, accidentia explicandum res quaſdam novas, abſolutas ab omnibus ſubſtantiis, & ſubſtantiarum modis diſtinctas adſtruere opus ſit: quod peripateticis philoſophis ſolemne erat. Hæc nos ut veroſimilia tradimus, a notis materiæ affectionibus derivantia; intimas enim corporum naturas, & texturas me ignorare candide ſæpius ſum confeſſus.

LECTIO XIII.

Hydroſtaticæ Secunda.

De fluidorum corporum, quorum partes ſunt æque graves, gravitate, & preſſione.

OBSERVATIO I.

460. *Vas quodcumque vitreum, aut ex qualibet ma-*

teria conſtructum, undequaque occluſum, in media aqua, aut fluido quocumque immerſum detine; detentum vero ſuperna, aut inferne, vel a latere aliquo recIude; aqua illico, aut fluido, cui immergitur, repletur, graviuſque efficitur; cum pondus, quocum antea in bilance æquilibrium ſervabat, poſtea attollat. Ita enim inſtitui res poteſt, ut vas ipſum aquæ immerſum a bilance pendeat, & cum alio oppoſito pondere æquilibrium ſervet. Experimentum ſæpe inſtituit Nollet (a), & fieri ab omnibus facillime poteſt. Quin immo vitreum vas ſpæricum, aut cylindricum hermetice, & exactiſſime clauſum, atque obturatum, & appenſi ponderis ope ad ingentes in mari profunditates (200. hexapedas) demiſſum, poſteaque extractum, limpidiſſima, & ſale etiam refertiſſima aqua plenum multoties reperitur (b). Secundum hoc experimentum apud ſcriptores paſſim legas; ſub quorum fide illud tranſcripſi: facti tamen veritatis auctor eſſe nolim: rem iterum, & ſcrupuloſe tentari vellem. Utcumque id ſe habeat, ad rem noſtram prius experimentum ſatis eſt.

OBSERVATIO II.

461. *Si tubum* BH *utraque extremitate apertum perpendiculariter in fluidum, puta in aquam, intromittas, digito inferius orificium* H (fig. 1. tab. 6. Hydroſt.) *eatenus occludens, quoad longe intra aquam ea extremitate immiſſa, alia ſupra aquæ ſuperficiem extet; illico ac digitum ſubtraxeris, aqua per tubum ſponte & celeriter aſcendit: idem plane eſt, ſi ad tubi latus apertum ſit foramen.*

OBSERVATIO III.

462. *Si in vaſis* X *fundo* O *foramen aptetur, & obturaculo leniter occludatur, ita ut aqua totam amplioris vaſis capacitatem ad altitudinem uſque* E *v. g. adimplente, operculum ipſum a premente aqua expellatur; idem ſubſequetur effectus, licet peculiaris tantum tubulus* EO, *cujus capacitas foraminis capacitati par ſit,* ſu-

---

(a) *Nollet. t. 2. p. 229.*

(b) *Regnault. t. 1. Entret. 20.*

ſupra ipſum foramen, & operculum ſtatuatur, & ad eamdem altitudinem E (fig. 2. tab. 6.) *aqua impleatur; vacuo enim interea capaciori tubo* X *operculum extrudetur. Eſt dicere, perinde expellitur obturaculum ab exigua, atque a plurima aqua; dummodo eadem ſit utriuſque altitudo.*

OBSERVATIO IV.

463. *In tubi* X, *aqua, aut fluido alio quocumque pleni, fundo tria aperiantur, & diſponantur in eadem omnino ab aquæ ſuperficie diſtantia, ſeu altitudine æqualia foramina* F N O. *Per eorum primum* F *aqua ſurſum ad horizontem perpendicularis exiliat, per ſecundum* N *horizontalis, per tertium* O *perpendicularis defluat. Per ſingula hæc foramina pari omnino velocitate exilit aqua ad eamdem altitudinem conſiſtens: ſi augeatur altitudo, augetur ſimiliter & æqualiter per ſingula foramina velocitas: decreſcit pariter, ſi minuatur. Quin imo eadem altitudo aquæ uni foramini aperiendo ſufficiens, alia foramina obturaculis ſimiliter, ſeu æqualiter occluſa ſimul & æque aperit.*

PROPOSITIO LXI.

464. *Omnium corporum fluidorum, eorum ſaltem, quæ in ſenſus noſtros cadunt, partes ſunt graves, & ſubjecta ipſis ſolida premunt.*

Propoſitio, & experientia, & ratione patet: nulla ſiquidem fluida ſunt, quorum partes ſibi libere commiſſæ in terram non deſcendant: ea item omnia, in quibus experimenta capere licet, alia corpora, & noſmetipſos deorſum premunt. Neque eſt cur generale ſolidorum corporum attributum, gravitatem, fluidorum particulis & elementis, quæ ſolidiſſima ſunt, detrahamus: dura ſiquidem hæc corpuſcula durorum corporum naturam, & proprietates habere neceſſe eſt. Quod ſi aliquis circa materiem ſubtilem, lucem, ignem oriatur ſcrupulus; quæ ſuperius a numero 185. retulimus iterum conſulantur. De iiſdem peculiaribus fluidis ſubtiliſſimis, aere, flamma cæteris ſingillatim ſuis in locis diſſeremus. Modo enim fluentia ſenſibilia, ſeu liquores intelligimus.

PROPOSITIO LXII.

465. *Fluida non ſolum in ſolida corpora, quibus incumbunt, gravitant atque premunt, ſed etiam in fluida; partes ſcilicet aquæ ſuperiores in cæteras inferiores gravitant, eas premunt, & elevare nituntur: hoc eſt, fluida non tantum, ut maſſæ integræ, & tamquam corpus unum, ſpectata ſolidorum corporum inſtar fundum premunt; ſed fluidi ipſius partes aliæ alias premunt, & in eas gravitant.*

Prima propoſitionis pars omnibus probatur: quotidiano enim experimento docemur, vas aqua plenum fortius ſubjectam, & ſuſtinentem manum premere, quam ſi aqua evacuetur: quemadmodum enim arenæ cumulus exiguarum, quibus conſtat, particularum gravitate donatur, licet eæ a ſe mutuo ſint diviſæ, & per modum unius corporis ſubiecta ſolida comprimit; ita aqua, exiguarum ſcilicet, diviſarum, & moventium, ſed gravium tamen, & duriſſimarum particularum cumulus, ſuarum partium gravitatem retinet; eaque, ac ſi unum eſſet corpus, ſubiecta comprimit corpora.

Secundam vero partem inficiabantur Peripatetici cum *Ariſtotele*, qui ſibi perſuadebant elementa in locis propriis non gravitare, aquam ſcilicet in aquam, aerem in aerem preſſionem nullam exercere, ac proinde ſuperiores ſtagnantis aquæ partes in inferiores non gravitare, eaſve comprimere errori locum dedit vulgare phœnomenum: vas ſcilicet aqua plenum facillime intra aquam a manu attolli; dum, ſi in aerem extrahatur, totam aquæ gravitatem, & hujus actionem experimur: aqua igitur, inquiunt, intra aquam non gravitat, maxime autem, ſi extrahatur: a tota ſuperfluente aqua premitur fluminum fundus: aqua tamen fundum tangens ab alia ſuperius fluente non comprimitur; in illam hæc non gravitat.

Veritatem tamen, experientia, & calculo certam, demonſtrabimus 1. ex obſervatione 1, & 11 allata: neque enim aqua inferior per apertum foramen, & tubum aſcenderet; niſi a ſuperiore incumbente urgeretur; ex ſe enim, & ex propria gravitatis indole aſcenſui potius reſiſteret, quam faveret. Aquæ etiam particulæ in magna aquarum profunditate eatenus

ſo-

ſolummodo per ſolidorum, atque durorum corporum poros ingredi poſſunt, quatenus ſalinæ; oblongæ, & teretes particulæ maximo ſupraſtantium aquarum pondere comprimuntur, & una ſecum aqueas particulas deferunt: aquam igitur intra aquam gravitare, & proprium pondus retinere, ex obſervatione conficitur. Ratione etiam eadem veritas oſtenditur: ſingulæ fluidorum partes a ſe invicem diviſæ, & motu perturbatæ, ſolida & dura quædam ſunt corpuſcula, perinde ac minutiſſimæ arenæ granula, vel farinæ particulæ: ut igitur farinæ, pulveris, & arenæ granula, alia ab aliis premuntur, & eorum gravitationem ſuſtinent; eodem pacto id in fluidorum particulis obtinebit: qua enim ratione a communi ſolidorum corporum proprietate ſolidiſſima, ſi qua ſunt, corpuſcula excludentur? Supervacaneum duco in re certa confirmanda diutius immorari. Tubum enim vero Y C utrinque apertum, ſuperius tamen digito occluſum intra aquam immitto: aqua per C non ingreditur: digitum Y ſubduco; aqua in C exiſtens per aperturam ipſam ingreditur, per tubum propellitur, & aſcendit: non id vero a propriis viribus: gravis ſcilicet illa exiſtit; a ſuperiori igitur aqua agitur, ab illa premitur. Eamdem veritatem obſervationes aliæ conficiunt.

COROLLARIUM I.

466. Si igitur fluidum in vaſe e. g. contentum ductis planis horizonti parallelis mente dividas, eo magis erunt compreſſæ particulæ, quo magis a ſuperiori ſuperficie erunt remotæ, & vaſis fundo propiores: majorem enim fluidi gravitantem copiam ſuſtinent, quo inferius ſubſtant: prima autem fluidi ſuperficies reliquas premit, quin ab illis eadem ratione prematur; reliquæ vero & premunt, & premuntur; inferiores quidem premunt; a ſuperioribus premuntur. Cum tamen aquam inferiorem a ſuperiore comprimi dico, non ego quidem addenſari, aut in minorem locum redigi intelligo, ſed ab aqua ſuperiori premi, ſeu deorſum agi ſignifico. De denſitate rem pariter intelligi, cum fluidi partes dilatationis, & denſationis ſunt capaces, ſatis per ſe patet, & modo deducemus.

COR-

COROLLARIUM II.

467. Quo igitur inferiores erunt fluidi partes, eo majorem, cæteris paribus, habebunt denſitatem; particulæ enim ad modum ſpongiæ eo magis addenſantur, quo magis comprimuntur, ſeu a majori pondere premuntur; a ſuperna igitur ſuperficie gradatim deſcendendo, majorem & majorem fluidæ maſſæ & preſſionem, & denſitatem habebunt. Hujus corollarii veritas in aere, ut alia mittam fluida, luculentiſſime obtinet, ut ſuo loco explicabitur. Interim autem ſuppono, eas eſſe corporis fluidi particulas, quæ comprimi, ſeu condenſari, & in minorem molem redigi poſſint, quod in omnibus fluidis locum non habet.

Quoniam autem corporum gravitas maſſarum rationem ſequitur (n. 201.): præterea vero ſi æqualia ſint volumina; maſſæ, & gravitates ſunt in ratione denſitatum, ſeu quo major eſt denſitas, majus eſt corporis pondus (n. 201.): manifeſte elicitur inferiores fluidi partes ſuperioribus eſſe graviores.

COROLLARIUM III.

468. Rariores igitur fluidi particulæ, & idcirco leviores, in partes magis denſas, & graves gravitant eaſque premunt: ſuperiores enim partes minus preſſæ, erunt etiam minus denſæ, ac proinde magis leves; eæ autem inferiores partes comprimunt.

Eadem ratione ſolidum corpus v. gr. urinator eo majus ſuſtinet pondus, & fortius comprimitur, quo profundius in fluido immergitur; longior enim fluidi columna illi incumbit. Urinator ad maris uſque ſuperficiem e fundo ſenſim emergens, ſenſim etiam aquarum compreſſionem decreſcentem experitur. Viſitur id potiſſimum in aeris bulla, quæ virtute ſeſe expandendi gaudet, & eo amplius expanditur, quo propius ad ſuperficiem accedit; decreſcentem enim preſſionem facilius ſuperat.

Sol-

Solvuntur Argumenta Oppoſita.

469. Oppon. 1. Urinatores majorem aquæ preſſioſionem, & pondus non experiuntur, dum ad profundiorem in mari altitudinem, quam dum ad modicam tantummodo deſcendunt: at ſi aqua inferiorem aquam premeret, vehementiſſimam in maris fundo preſſionem urinator ſentiret, immenſum ſcilicet ſuperſtantis aquæ pondus, quod illi perpendiculariter incumbit. Magnopere huic argumento ſeu potius communi præjudicio fidebant olim peripatetici; dum phyſicam omnes ignorabant. Reſp. igitur: quod primo loco in argumento aſſumitur, eſt falſum: ut luculentiſſime patet ab experimentis a J. T. *Deſagulliers* allatis (*a*); enormem enim adeo preſſionem, & pondus ſuſtinuere, & non citra doloris ſenſum deprehenderunt, qui in maris fundum extrahendarum mercium cauſſa deſcenderant, ut copioſum aliqui ſanguinem naribus ejecerint, aliquis etiam brevi interierit.

470. Deinde licet multoties majorem aquæ preſſionem, & incumbens pondus non ſentiant urinatores, cum ad majorem profunditatem deſcendunt; eo tamen ſenſus argumento, ſeu ſenſationis defectu majus illis non ſuperſtare pondus, majoremque preſſionem ab iis non ferri, nequaquam probatur; id vero ex ſequentibus capitibus conſtat. 1. quia modicum plerumque eſt profunditatum, ad quas deſcendunt, diſcrimen: 2. quia maximæ atmoſphœræ preſſioni a teneris aſſueti, ejuſmodi preſſionis ad breve tempus incrementum non deprehendunt: eſt autem atmoſpheræ, quod ſuſtinemus, pondus. 32. pedum aquæ altitudini æquale, ut ſuo loco probabitur. 3. ea eſt humani corporis ſtructura, ut æqualiter fluido utrinque preſſum æqualiter utrinque reſiſtat perfectumque ſervent reſiſtentiæ, & preſſiones æquilibrium: urinator autem in qualibet altitudine intra aquam demerſus, æqualiter ab omni parte premitur, ut modo probabimus. Statim vero ac inæqualiter intra aquam ab aliqua parte prematur; enorme illico alia ex parte

(a) *Cours de Phyſique t. 2.*

te aquarum pondus experitur, & non citra dolorem, & valetudinis periculum ſuſtinet urinator, ut poſtea exponemus. Atque hinc facile deduces, ſuperiorum partium gravitatem inferioribus communicari, ſeu inferiores partes & premi, & vim premendi in ſe habere ex preſſionibus ſuperiorum partium compoſitam. 4. Infinitæ aeris particulæ, quibus humanum corpus ubique ſcatet, elaſticitate ſua majorem externam preſſionem undequaque agentem ſuſtinent, & reſiſtentia ſua æquant. Cum ad maris fundum, notabilem ſcilicet profunditatem deſcendendum eſt, ſenſim & lento gradu deſcendere oportet: eademque lentitudine poſtea emergendum: ut paulatim nimirum internus aer, ſpiritus, humores eam denſitatem, elaſticitatem, & reſiſtentiam acquirant intra corpus, quæ ad externam preſſionem creſcentem, aut decreſcentem ſuſtinendum ſufficit, & requiritur. Cum repente e fundo maris homo emergit, citiuſque externa preſſione imminuta, quam internus aer ſeſe dilatet, tum vero ejuſmodi aer majori elaſticitate agens, quam illi reſiſtatur, fibras, carceres, vaſa rumpit, & mortem aliquando parit. Non diſſimilis effectus ex citiſſimo deſcenſu ſequitur: ut luctuoſis ſæpe experimentis edocemur, quæ apud *Deſaguliers* videri poſſunt. Quæ quidem omnia adducti argumenti falſitatem, aſſertamque veritatem demonſtrant.

471. Oppon. 2. Si aliæ alias fluidorum partes premerent, fluidum in fluidum gravitaret; denſiores, & graviores eſſent inferiores fluidorum partes: at hoc falſum eſt, ut viſitur in aqua, cujus partes ut ſupra jam attigimus, & plenius infra explicabitur, eandem habent denſitatem, & gravitatem. Reſp. juxta dicta corollario 2. ſi fluidum ſit compreſſionis capax, ut aer v. g. & alia, concedo primam propoſitionem; ſi ſit compreſſionis incapax, ut eſſe aquam experimentis edocemur, nego. Equidem licet in arenæ cumulo denſiora non fiant inferiora granula ob ſuperiorum preſſionem; tamen hujuſmodi preſſionem non inficiamur: ſed granulorum inde duritiem, & minorem, quæ particularum propria eſt, compreſſionis capacitatem inferimus.

472. Oppones 3. Si inferiores aquæ partes a ſuperioribus comprimerentur; corpus etiam ſolidum in profundiori aqua immerſum, & magis proinde compreſ-

preſſum, totumque ſuperincumbentis aquæ cumulum ſuſtinens, difficilius inde extraheretur, quam ſi propius ad ſuperficiem innataret; copioſioris enim aquæ pondus ſuperare neceſſe eſt: at hoc eſt falſum. Reſp. corpus quodcumque in aqua, aut fluido quocumque immerſum, tantumdem a ſuperincumbente aqua verſus fundum premitur, quantum a lateralibus columnis, & inferiori aqua ad ſuperficiem urgetur, ut fuſius ſtatim explicabitur: inde vero enaſcitur æquilibrium: cumque totum incumbentis aquæ pondus a lateralibus aquæ columnis ſuſtineatur, eadem in extrahendo corpore oritur difficultas, a majori vel minori profunditate extrahatur.

473. Oppones 4. Herbæ, arbuſta, plurimaque de vegetantium genere alia in lacuum, fluminum, & maris fundo naſcentia, ſurſum recta diriguntur, ſeu aſcendunt, aut creſcunt: at ſi ab incumbente aqua premerentur, fundo potius reptarent, & compreſſa diſtenderentur. Reſp. Herbæ ſunt aqua leviores: ea autem eſt fluidorum explicanda poſtea proprietas, ut ſolida leviora corpora ſurſum perpendiculariter expellant, licet ea ſemper comprimant: quin immo cum eadem a lateribus, ac ſuperne ſit aquæ preſſio juxta mox dicenda, eandem reſiſtentiam ſuperare neceſſe eſſet, ut per fundum ſeſe expanderent.

PROPOSITIO LXIII.

474. *Fluidorum partes, ſeu columnæ deorſum aliæ ab aliis ſeorſim gravitant, ſubjectaque corpora, vel baſim premunt, & conantur effluere.*

Notabile id fluidorum a ſolidis corporibus diſcrimen ex obſervatione numero 462. allata probatur. Totum fluidum in vaſe AR (fig. 1.) flumine, aut mari contentum in columnas ad horizontem perpendiculares N, N, KI, AG diviſum cogita: ita ut hujuſmodi columnæ ſeſe mutuo tangentes totam fluidi maſſam componant. Dico, qualibet harum columnarum perinde ſubjectum ſibi fundum premit, ac ſi ſola eſſet: a circumſtantibus columnis non adjuvatur. Id vero, ut dixi, ex obſervationibus patet: niſi enim columna CO (fig. 2. tab. 6.) foramini ſuperincumbens ſeorſim gravitaret, ſed una ſimul cum adjacentibus columnis XX, ſolidorum inſtar, & per

mo-

modum unius individui ponderis; majus illius columnæ eſſet pondus, dum extracto tubulo E O, una cum circumambiente aqua gravitaret, faciliuſque obturaculum expelleret, quam dum in tubulo E O incluſa: & ab alio fluido ſeparata foramini innititur, ut ex ſe patet: hoc autem eſt falſum. Hujuſce fluidorum proprietas ex ipſorum natura, minimarum ſcilicet particularum diviſione, vel motu derivatur: cum enim componentia elementa ſint a ſe invicem libera, alia ab aliis hinc inde circumſtantibus, & prementibus deorſum non trahuntur; cum ſeſe commiſſura aliqua non prehendant; ut fit in corporibus duris: quorum particulæ mutuo ſibi invicem implexæ, & fortiter catenatæ deorſum deſcendere nequeunt, quin alias ſecum trahant.

COROLLARIUM.

475. Si igitur foramen O digito occludas, & aquam ne exiliat impedias: unius columnæ E O foraminis reſpondentis gravitatem ſuſtines: circumſtans vero fluidum digitum non premet, perinde ac ſi reliqua vaſis capacitas fluido eſſet vacua: dum ſuppoſitum duris corporibus accidit; nam ſi unum tabulæ punctum ſuſtineas, totum tabulæ pondus, omniumque illius partium gravitatem ſuſtentas.

Licet igitur vas X (fig. 2. tab. 6.) immenſam habeat capacitatem, totamque oceani amplitudinem, & aquam contineat; perinde obturaculum O premetur, ac ſi tubulus tantum E O aqua plenus illi ſuper incumberet. Unde qui obturaculum ſurſum elevare niteretur, columnæ E O pondus ſolum ſentiret. Quod ſi fluiditate amiſſa, in gelu concreſceret aqua; omni circumſtantis ſeu ſtagnantis aquæ, in gelu converſæ, pondere gravaretur, qui columnam E O attolleret.

476. Oppones. Ergo per foramen in vaſis fundo apertum O columna tantummodo E O ipſi incumbens diffluet, circumſtans vero aqua in vaſe ſuſpenſa, & per medium excavata manebit. Etenim ſecundum datam modo demonſtrationem in foramen O ſola columna O gravitat; reliquæ vero in ſubjectas ſibi fundi ipſius partes, quibus innituntur, & ſuſtinentur, dum alia per apertum labitur foramen: aqueas enim par-

particulas ſibi ſuperimpoſitas referunt globuli, aut particulæ columnarum N N ad baſim O O (fig.8. tab. 6.) perpendicularium: una earum columnarum v. g. X in ſubjectum ſibi fundum ſeorſim ab alia gravitat; alia igitur per foramen labente; ſuſtinebitur altera; quod tamen experientiæ repugnat. Reſp. cum fluidorum particulæ vel motu inteſtino circumquaque moveantur, vel ſaltem verſus omnes partes gravitent, & ſeſe impellant, ut ſtatim probabimus, fit, ut laterales particulæ in cavitatem a decidente columna relictam pondere, vel motu prolabantur, illamque repleant; totus proinde in vaſe contentus liquor per foramen profluat: ſuſtinerentur autem laterales columnæ, ſi ſolidi globuli ita ſibi ſuperſtarent, ut neque hac illac moverentur, neque moveri niterentur, quod in aqua non obtinet. Rei ſumma & ratio eſt: fluida ex ratione ſuæ gravitatis & fluiditatis habent, ut non modo recta, ſed oblique etiam ad horizontem deſcendant: & ad latera conſequenter fluant: columnam igitur C O (fig. 1.) ev cu tam concipe: circumſtans aqua in vacuum columnæ locum labetetur: lapſa vero per foramen O efflueret.

PROPOSITIO LXIV.

477. *Licet fluidorum corporum integra maſſa deorſum tantum deſcendere nitatur, eorum tamen partes gravitatem ſuam verſus omnes partes deorſum, ſurſum ad latera exercent; ſeſe circumquaque mutuo premunt, & premuntur.*

Fluidorum corporum particularum gravitatio, preſſio, & niſus deorſum probatione non indiget: eas vero ſeſe a lateribus mutuo premere, aliaſque ab aliis impelli, ex obſervatione 1, & mille aliis, quæ adduci poſſent, luculenter demonſtratur: fluidum enim quodcumque, niſi vaſis parietes obſtent, a lateribus diffluit: ſatis eſt, fluminum aggeres, vaſis cujuſcumque latus rumpi, ut per apertum latus totum fluidum foramini S ſuperius effluat (fig. 1.) Quin imo aqua in S exiſtens non ſua tantum gravitate, & vi per illud foramen in latera fluit: tantillus ille ipſet niſus: a ſuperioris aquæ preſſione ad ejuſmodi fluxum agitur: eoque majori vi, & impetu effluit, quo altior illi aqua incumbat. Tandem aqueæ particu-

ticulæ circa C exiſtentes, ſimulac digitum a ſuperiori apertura Y educimus, per tubum CY utrimque jam apertum contra propriæ gravitatis indolem aſcendunt; ab aliis igitur fluidi circumſtantis particulis impelluntur, & ad aſcendendum determinantur; cum aliud non ſit, a quo ejuſmodi effectus derivari poſſit.

478. Hoc tamen inter prædictas gravitationes intercedit diſcrimen, quod quælibet fluidi particulæ ſeorſim ab aliis deorſum gravitant (quod eſt peculiaris gravitatis character), ſibi derelictæ deſcendunt. Earum idcirco deſcenſus & a proprio pondere, & a ſuperiorum particularum preſſione provenit. Cum tamen ſurſum fluunt, aut in latera, quin deſcendant, expelluntur, non propria aliqua virtute, & ſeorſim ab aliis, ſed adſtantium, & ſuperincumbentium particularum pondere, & preſſione recta vel oblique ad hujuſmodi motum compelluntur. Phænomeni hujuſce, ſeu proprietatis ratio in ipſa fluidi natura, & ſinu latet. Si conjecturis dandus ſit locus, dicere poſſumus, quod fluidi corporis particulæ maxime circa ſe ipſas volubiles hinc, & inde motu inteſtino agitatæ ſeſe recta & ſecundum directionem horizonti perpendicularem DK (fig. 39. tab. 3.) raro premunt, quaſi ſcilicet omnium particularum columnam DK componentium centra in eadem recta exiſterent. Hujuſmodi non eſt fluidi partium contactus, ac diſpoſitio. Particula Z a ſuperioribus preſſa acceptam vim in duas laterales N N transfert: N N in alias ſimiliter laterales vim ſuam communicant: eoque pacto infinita directionum varietate ſuperior aqua verſus omnia latera premit. Rurſus columnæ NC, KI (fig. 1. tab. 6.) deorſum premendo deſcendere nituntur: deſcendere autem nequeunt, niſi aquam inferiorem CU tubo YC reſpondentem expellant: in eam aquam agunt, & per tubum CY ſi apertus ſit, & vacuus, ad aſcenſum detrudunt.

PROPOSITIO LXV.

479. *Si fluidum quodcumque corpus homogeneum, ſeu ejuſdem gravitatis* A N N (fig. 1. tab. 6.) *in columnas æqualis diametri* N, N, K, A *horizonti perpendicu-*

cu-

ſulares mente dividas; cujuſcumque columnæ pondus ejus altitudini reſpondet.

Sunt enim omnes fluidi, ejuſque columnarum partes graves (n. 464.): deorſumque proinde tendunt, aut nituntur; demum ſuperiorum particularum pondus in inferiores, quibus innituntur, refunditur: ergo integrum columnæ pondus ex omnibus ſingularum partium ponderibus componitur, inferioreſque particulæ, immo fundus, cui ipſa incumbit columna, eo magis premitur, quo plures eum premunt fluidi partes, hoc eſt, quo altior fuerit columna, cujus diameter, ſeu baſis ſupponitur aliarum diametris, ſeu baſibus æqualis. Uno verbo, poſita baſium æqualitate, preſſiones ſeu pondera ſunt, ut maſſæ; hæ autem ſunt, ut altitudines.

480. Oppones: ſi ita eſt, columna quadruplo altior, ejuſdem licet diametri, quadruplo magis fundum, infimaſque columnæ particulas, ſeu baſim premeret, quam columna quadruplo altitudine minor: concedo (*): apertis igitur pergis, intra baſes columnarum æqualibus ſimilibuſque foraminibus, copioſior quater aqua intra idem tempus e majore columna efflueret: ejuſmodi enim effluxus cauſam habet fluidi preſſionem, & gravitatem; cauſſa igitur creſcente, & quadruplo majori, quadruplum etiam effectum ſequi neceſſe eſt: at non quadrupla, ſed dupla tantum in prædicto caſu effluit aqua, ut inferius demonſtrabitur: ergo falſa eſt propoſitio.

Reſp. Ex argumento id tantummodo evincitur, quod in caſu hypotheſis dupla aqua effluere debeat, & poſſit: quod quidem eſt experientiæ conforme: eoque pacto ſunt effectus inter ſe, ut cauſæ, alius ſcilicet alterius quadruplus, quod ita conficio; dupla aqua intra idem tempus per æquale foramen diffluens, dupla velocitate diffluit; eſt igitur illius maſſa, 2, velocitas item 2: ergo vires ſunt 4: aqua ſubdupla per aperturam eodem tempore affluens eſt 1, illius velocitas item 1, ergo vires ſunt 1: factum ſcilicet maſſa 1. in velocitatem 1: vires igitur effluentium aqua-

(*) *Altitudo columnarum prementium computatur a foramine uſque ad ſuperficiem aquæ in eadem, aut in vaſe communicanti contentæ.*

aquarum, hoc eſt, preſſionum effectus ſunt inter ſe ut 4 ad 1, ut ipſæ columnarum preſſiones, ſeu fluid quantitates. Si autem exiret aqua quadrupla; quadruplam haberet velocitatem: illius igitur vires eſſent 16, 4 nimirum in 4 ductæ, ergo effectus majorem haberent rationem, quam cauſſæ.

481. Ex inſigni fluidorum proprietate n. 477. probata, & ex modo dictis maxima in humanæ vitæ commodum derivantur emolumenta, ea enim ratione fit, ut aqua ab aqua undequaque, & verſus omnes partes preſſa in latera ſecundum horizontis planum impellatur, & perfluat, hortos, agros, arbores, & mille id genus alia irriget, alluat, nutriat, fæcundet; ſurſum modo impulſa miram fontium varietatem, & pulchritudinem efficiat, ex quibus innumera in homines emanant beneficia. Vide inferius quæ de hujuſmodi argumento fuſius explicamus.

PROPOSITIO LXVI.

482. *Fluidorum corporum particulæ ſeſe mutuo verſus omnes partes, ſurſum deorſum & ad latera ita premunt, ut perpetuum inter ſe æquilibrium ſervent, aliæque alias ſuſtineant, & a ſe ipſis mutuo ſuſtineantur.* (fig. 1, 4. tab. 6.)

Eſt dicere, fluidi corporis A V particulas ejuſdem gravitatis ita ſeſe invicem premere, ut proprio tantum earum pondere, & preſſione ſpectata ſeſe mutuo ad eandem altitudinem conſtituant: vel in eodem, vel in pluribus vaſibus communicantibus exiſtant. Concipiamus liquidum corpus in columnas æqualis diametri diviſum; ſingulæ quidem columnæ deorſum gravitando alias elevare nituntur, ut in earum locum ſuccedant: cum tamen omnes eandem habeant gravitatem, alia alii prævalere non poterit, neque ſurſum ad majorem altitudinem attollere. Da enim columnam K ab adjacente N ſupra communem ſuperficiem elevari: aquæ igitur partes columnæ K ſupra aliarum columnarum, ſeu circumpoſitæ aquæ libellam extantes, cum a nulla amplius aqua, aut vaſis ſuperficie hinc inde ſuſtineantur, proprio pondere ad columnam N dilaberentur, eoque pacto omnes iterum columnæ ad eandem altitudinem componerentur.

2. Li-

2. Liquidum corpus AN in multiplices ſuperficies horizontaliter diviſum ſupponamus ; ſuperiores particulæ alias omnes inferiores premunt (n.463.), eas tamen, cum æqualis gravitatis exiſtant, ſurſum attollere non poſſunt ; actioni enim, & preſſioni parem reſiſtentiam opponunt.

3. Columnæ KI partes ex lateribus quidem verſus AN diffluerent ; ſi nullam illinc reſiſtentiam offenderent (n. 477.) : deficiente enim laterali columna A, in ejus locum alia K laberetur : columna igitur KI laterales columnas NA tantum premit, quantum ab iis viciſſim premitur.

COROLLARIUM I.

483. Hinc liquido conſtat, fluidorum corporum particulas proprio earum pondere ſpectato, & omni exteriori cauſſa ſecluſa, dum in vaſibus ſeu receptaculis contentæ a ſolidis corporibus, ne diffluant, impediuntur, atque in ſeſe mutuo agunt, aliæ ab aliis moveri poſſint : neque enim cum perfectiſſimo æquilibrio ſtare poteſt motus, ut ex terminis patet.

Oppones : At ſupra diximus fluidi corporis componentes particulas huc illuc inteſtino motu cieri : igitur vel nullum earum eſt æquilibrium, vel ſtante æquilibrio moventur. Reſpondeo : ad præciſam corporis fluiditatem inteſtinum ejus particularum motum non requiri, diſerte aſſeruimus : quod ſi prædictum motum in pluribus fluidis adſerimus, id exteriori cauſſæ, igni, calori & præterlabenti ſubtili materiæ tribuimus : hujuſmodi autem motus, qualem in ferventi aqua agnoſcimus, aſſertum particularum æquilibrium non deſtruit.

COROLLARIUM II.

484. Inde etiam notiſſima, & celebris fluidorum proprietas derivatur, ea ſcilicet in ſphæricam circa ſuæ gravitatis centrum conformari ſuperficiem, nulloque pacto in planum aliquod poſſe diſtendi. Ex aſſerto enim fluidorum æquilibrio ſequitur, ejuſdem liquoris partes ſupra alias attolli, & ſuſtentari non poſſe ; ſuprema igitur, ſeu externa, & convexa fluidi ſuperficies eandem ubique a centro gravitatis ha-

 bet

bet diſtantiam, quæ nulli ſuperficiei præter ſphæricam poteſt convenire.

COROLLARIUM III.

485. Quantumvis ſtagnantis aquæ, lacuum fluminumve ſuperficiem planam eſſe judicemus; ſenſuum fallaciæ id eſt tribuendum. Si enim eſſet plana, inæqualem a centro haberet diſtantiam; eoque majorem, quo magis a contactus puncto eſſet remota; cum ex Geometria ſit notiſſimum, rectam, ſeu planum A A tellurem O tangentem in M (fig. 5. tab. 4.) hinc inde a prædicto contactu longius, & longius a centro ſemper removeri, & planum inclinatum componere, velut acclivem montis ſuperficiem, per quod ſponte ſua fluidum dilaberetur. Parumper ſupponatur, aliquam fluminis ſuperficiem in planum AM A eſſe conformatam: telluris centrum ſit O, punctum contactus plani M: cum punctum contactus M ſit centro vicinius, quam reliqua puncta A A, aqua extra contactum eſſet altior, quam M; tamdiu igitur flueret, quoad eamdem undequaque a centro haberet diſtantiam, hoc eſt, in ſphæram, componeretur.

Senſibus tamen fluidorum ſuperficiei convexitatem dijudicare non poſſumus; quia ſunt ampliſſimæ, & maximæ ſuperficiei ſphæricæ inſenſibilia ſegmenta, quæ inſenſibiliter a plana ſuperficie diſcrepant.

COROLLARIUM IV.

486. Inferiores liquoris partes a ſuperioribus compreſſæ, eas viciſſim comprimunt. Columna G A a circumſtante aqua ſurſum premitur: pars igitur O ab inferiori ejuſdem columnæ aqua G O ſurſum urgetur, a ſuperiori vero parte ab aqua OA premitur; inferior igitur aqua G O in ſuperiorem agit, & ab illa ſimiliter agitur. Idem de lateralibus preſſionibus dicendum eſt: unde omnes fluidi parte circumquaque premuntur. (fig. 1. tab. 6.)

PROPOSITIO LXVII.

487. *Fluidorum corporum preſſiones, quibus deorſum ad*

ad latera vel ſurſum alia corpora fluida, vel ſolidá comprimunt, elevare, vel expellere nituntur, in eadem profunditate, ſeu altitudine ſunt æquales in fluidis homogeneis. (fig. 2. tab. 6.)

Propoſitionis veritas ex obſervatione n. 463. allata manifeſte conſtat, cùm fluida columna EO eandem reſiſtentiam ſuperet, deorſum, ad latera vel ſurſum agat, eademque vi, & velocitate profiliat, premat; aut corpora dimoveat in F, O, N; ſurſum; deorſum; aut per quamcumque directionem lateralem, dummodo exiſtant in eadem altitudine ab aquæ ſuperficie computata. Proprietatis hujuſce cauſa phyſica ex maxima fluidi corporis elementorum mobilitate & parvitate derivanda eſt; ex ea enim fit; ut inſenſibiles particulæ, ſenſibiliſque integra fluidi maſſa ex iis compoſita tantumdem nitatur deorſum, quantum laterales partes in latera, vel ſurſum propellere conatur.

488. Oppones. Partes fluidi ex gravitatis indole deorſum directe tendunt, gravitant, & nituntur; in latera autem non niſi oblique agunt, preſſio autem obliqua debilior eſt; quam recta: ergo fluidum corpus majori vi deorſum, quam ad latera moveri nititur. Deinde vis gravitatis motui deorſum favet; aſcenſui opponitur; æqualiter igitur deorſum & ſurſum urgere non poteſt. Reſp. Eatenus liquida quæcumque columna circumſtantem aquam verſus latera, & ſurſum extrudere nititur, quatenus deorſum deſcendere conatur, neque aliam ad deſcenſum viam habet, niſi circumſtantes columnas verſus latera, aut ſurſum recta vel oblique, & ſurſum propellat. Unde cum ab eodem deſcendendi conatu triplex ea oriatur preſſio; nil mirum eſt, ſi pares utrobique vires exerat.

PROPOSITIO LXVIII.

489. *Fluida homogenea in quibuſcumque vaſibus communicantibus ad eandem altitudinem ſeu ſuperficiem horizontalem aſcendunt, & exiſtunt*.

Demonſtratur. Hæc propoſitio ex dictis hactenus deducitur. Sint CI, KA (fig. 4. tab. 6.) duo vaſa communicantia eodem fluido, ver. gr. aqua plena, quorum primum CI ſit mutuo capacius ſecundo: ſi

aqua in primo pertingat ad L O, eandem omnino altitudinem habebit in ſecundo. Niſi enim ita eſſet, deſcenderet aqua in primo, elevaretur in ſecundo: deſcendat ergo in primo per ſpatium L O: tantundem igitur aquæ aſcendet in ſecundo per M A: ſunt ergo æqualia duo ſolida L O O, M M A: primum ergo non poſſet elevare ſecundum. Aliis verbis: aqua non poteſt deſcendere in C quin æqualem maſſam elevet in A, eſtque tota maſſa aquæ in C ad totam maſſam in A, ut velocitas, quam in A haberet aſcendendo ad velocitatem deſcenſionis in C (vaſa cylindrica eſſe ſuppono): cum igitur velocitas unius maſſam alterius compenſet; ſintque velocitates reciproce, ut maſſæ, erunt reſiſtentiæ utrinque æquales, per principium generale mechanicæ; erit igitur æquilibrium.

Et hinc etſi C eſſet mare Athlanticum, A vero exiguus tubus intra continentem exiſtens, & cum oceano communicans; ad eandem altitudinem in utroque aqua ſubſiſteret.

PROPOSITIO LXIX.

490. *Fluida corpora & ſe ipſa, & ſolida, quibus inſiſtunt, & ſuſtentantur, ſeu vaſorum baſes, pro ratione baſeos, & altitudinis, quantumvis majorem, aut minorem habeant maſſam, comprimunt.*

Antequam propoſitionem, obſervationibus certam, demonſtrem, noto 1. Fluidorum T R altitudinem eſſe rectam N T (fig. 5. tab. 6.) ab eorum ſuperficie T ad fundum uſque perpendiculariter ductam. 2. quadruplicem eſſe poſſe vaſorum, liquores continentium, figuram, quod ad præſens attinet inſtitutum; vel enim vaſa uniformem habent capacitatem, ut cylindrus v. gr. C F (fig. 7. tab. 6.), vel a baſi ad ſummitatem uſque, ad modum conicæ pyramidis inverſæ amplientur, minimamque habent in baſibus latitudinem; vel maximam in baſi diametrum, quæ ſenſim decreſcat; vel irregulari, & varia amplitudine atque figuris prædita ſunt, qualia in figuris 8.11. exhibentur, & infinita item alia exiſtunt, atque concipi facile poſſunt: ea deinde vaſa vel perpendicularia, vel obliqua ad horizontem ſtatuuntur. De hiſce omnibus generatim dico, fluidorum preſſionem in ba-

baſim eſſe in ratione compoſita baſis, & altitudinis fluidorum: ſeu eſſe factum ex latitudine ducta in baſim. Et primo quidem ſi vaſa ubique habeant amplitudinem eandem, ut cylindrus C F (fig. 7. tab. 6.); manifeſta res eſt: cum enim omnes liquidæ columnæ & eandem habeant altitudinem, & baſi innitantur omnes, pro earum numero & altitudine, hoc eſt, pro baſeos F magnitudine, & liquorum altitudine baſim F premunt.

491. 2. Sit vas E D a baſi ad ſummitatem uſque ſenſim capacius; fundus E perinde comprimitur, ac ſi tubulus tantummodo E I cylindricus, ejuſdem diametri, & latitudinis, ac inferior baſis E, eum premeret, reliqua circumſtante aqua penitus ſublata. Primo enim ea aquæ columna baſim libere, & tota premit: omnes deinde aliæ columnæ, quæ ipſam circumſtant, vaſis parietibus innituntur, inter columnam ipſam E I fundo innixam & vaſis parietes velut inſertæ, & hinc inde ne diffluant, impeditæ.

492. Opponi hic poſſet. Vas conicum CA B D (fig. 9.) plano per axem ſecetur: hujuſmodi ſectio ſit C A B D (fig. 10.): columnæ F L, E L, & quamplurimæ aliæ, licet ad baſim non pertingant, eam tamen premunt: prior enim columna parietis quaſi plani inclinati puncto L oblique innixa, in eo eatenus ſuſtinetur, quatenus a columna D F principali, ne deorſum ad fundum deſcendat, a latere ſuſtentatur, & ita de aliis: fundus igitur C D non tantum columnam CDEF illi directe libere, & perpendiculariter incumbentem, ſed circumſtantes etiam columnas M L K I H, &c. in præcipuam gravitantes ſuſtinet: magis igitur, quam pro ratione baſeos, & altitudinis, fundus premitur. Columna quæcumque F L in præcipuam præterea columnam preſſione laterali agit: illius igitur preſſionem in fundum auget.

Reſp. Licet columnæ F L, F M, & aliæ in præcipuam C E F D, a latere uno incumbant; illius tamen preſſionem in fundum non augent: hujuſmodi enim columnæ lateralis M F niſus ab alia ſimili, & æquali oppoſita alterius columnæ lateralis preſſione M E ſuſtinetur, retunditur, impeditur, aut deſtruitur; iiſque lateralibus preſſionibus præcipuæ columnæ C F in fundum preſſio non augetur.

493. 3. Sit vas G A, cujus amplitudo a baſi G ad

ſummitatem uſque decreſcat, fluido plenum: paradoxo videtur ſimile, perinde baſim G eo etiam in caſu premi, ac ſi vas GB ejuſdem, ac vas GA, altitudinis, eandem tamen a communi baſi G ad ſummum uſque capacitatem habens, eodem ſit fluido plenum. Paradoxi tamen veritatem experientiæ innumeræ, quæ afferri poſſunt, demonſtrant. Hujus phænomeni cauſa phyſica non eſt explicatu facilis; nec eadem ab omnibus aſſignatur: rem ego ita concipio: columna NN (fig. 8. tab. 6.) omnium extenſior, baſim N, & inferiores ſui particulas pro altitudinis ſuæ ratione premens, æqualiter etiam aquam OO baſi reliquæ hinc inde inſiſtentem ad latera, deorſum, & ſurſum premit, ac elevare nititur (n. 477.): columna igitur OQ in vaſis parietem, & punctum Q deſinens, tantundem elevari conatur, quantum extenſior columna NN baſim ſuam premit: æqualiter igitur & baſis N a columna NN deorſum, & paries Q a columna OQ ſurſum urgetur: paries autem Q preſſionem, & vim regerit, atque preſſioni reſiſtit: columna igitur QO in baſim a parietis puncto Q repulſa, ſeu repercuſſa eadem in baſim O premit, & deorſum urget; æqualiter igitur puncta NO baſeos premuntur: cum igitur idem de reliquis omnibus columnis ſit dicendum; ſequitur, liquidi eo in vaſe comprehenſi preſſionem baſeos, & altitudinis NN rationem ſequi, eandemque eſſe ac ſi vas cylindricum ejuſdem baſis, & amplitudinis, fluido eſſet repletum.

Cum dixi columnam OQ in parietem Q agere pari ratione, ac a columna NN inferne elevatur; eam ſemper virium partem detraho, quæ a naturali particularum OQ gravitate deſtruitur: quæ quidem vires ab actione in parietem Q detractæ, cum parietis reſiſtentia, & renixu in baſim conſpirant, ac proinde ex eo capite preſſionis vires non minuuntur.

COROLLARIUM I.

494. Si loco baſeos BD manum ſubſtituas, eaque incumbentem aquam OBD ſuſtentes; parem in manu preſſionem ſenties, ac ſi totum vas BAGD (fig. 6. tab. 6.), ejuſdem a baſi uſque ad ſummum amplitudinis, aqua eſſet plenum: da v. gr. totam vaſis cy-

cylindrici G B capacitatem 100. librarum aquam continere, unicam vero aquæ librarh conico, aut irregulari vaſe G A (fig. 7. tab. 6.) contineri: ſi manu eam aquæ libram in vaſe ita diſpoſito ſuſtineres; centum aquæ librarum preſſionem ſentires.

495. Oppones: qui integrum vas G A unica liquoris libra plenum, filo ver. gr. alligatum, & ſuſpenſum teneret, unius libræ preſſionem, ſeu pondus experiretur; hujuſmodi enim vas bilanci appoſitum, cum libræ unius pondere ex alia parte appenſo æquilibraretur: ergo fluidum eo etiam modo diſpoſitum pro molis ſuæ, non autem pro altitudinis, & baſeos ratione gravitat, & fundum premit.

Reſp. Quod in argumentum aſſumitur, verùm admittimus; deducta inde conſequentia fallit: totum vas G A cum incluſa liquoris libra ſimul ſumptum, & per modum ponderis unius appenſum, unius libræ pondus habet (ad vaſis gravitatem non attendimus), vaſis tamen fundus preſſionem ut 100. ſuſtinet.

At qui fieri poteſt, inquis, ut vaſis fundo G; ut 100, preſſo, bilanx, cui fundus vaſis innititur, unius libræ pondus ſuſtineat? Reſpondeo, liquorem in vaſe A G modo ſupra dicto diſpoſitum conſiderandum eſſe, velut elaſticum corpus, v. gr. arcus chalybeus, cujus pondus ſit unius libræ, intra ligneam capſulam ſurſum, & deorſum eam efficiens compreſſionem, qualem centum librarum pondus utrimque efficeret. Eum ſcilicet arcum ex chalybea lamina elaſticum para, ut & unius libræ pondus habeat, &, ut inflectatur, vis 100. librarum ponderi æqualis neceſſaria exiſtat. Arcum ita intra capſulam ſuperne, & inferne clavis defixam immitte, ut intra illam ab inferiori, atque ſuperiori parte dictam modo inflexionem, & compreſſionem habeat. Hujuſmodi quidem corpus elaſticum inferiorem baſim viribus 100, urgeret, æquali ſcilicet preſſioni actione: ea igitur pondus, ut 100, ſuſtentaret: qui tamen & capſulam & corpus ita diſpoſitum manu teneret, unicam ſuſtineret libram; reliquum enim pondus, ſeu vires tantumdem deorſum, quantum ſurſum adniterentur, & agerent; ſeſe proinde impedirent, & æquilibrium ſervarent, ſeu potius a capſula ſuſtentarentur.

CO-

COROLLARIUM II.

496. Unde ſi avulſo fundo vaſis, illius vicem manu agas, vel eum non ſatis firmum manu ſuſtentes; 100. librarum preſſione gravaberis; unicam tamen libram experiere, ſi vas ſatis utrinque firmum ſupra manum teneas.

2. Fluido liquiditatem ſuam ſervante, preſſione, ut 100, urgetur fundus, eo autem in glaciem concreto, unius tantum libræ pondere premitur: quod licet paradoxum videri poſſit, eſt tamen procul dubio verum, & ex data modo explicatione ſatis intelligitur.

COROLLARIUM III.

497. Hinc etiam manifeſte patet, cur, ſi in dolium aqua vel vino plenum, tubulum 20. pedes longum, & utrinque apertum ſuperiori ex parte immittas, & vino adimpleas, magna adeo ex hac liquoris (duarum, 3 vel 4 librarum) ad eam altitudinem ſuſpenſione oritur preſſio, ut dolium ipſum tanti ponderis ſuſtentandi impotens diſrumpatur. Idem in mille aliis exemplis videre eſt. Exigua enim liquoris maſſa in ſubtili tubo D C (fig. 13. tab. 6.) exiſtens, eodem modo vas A D B, dolium v. g. utrinque clauſum, & quocum tubi fluidum communicat, ſurſum deorſum, & a lateribus premit, atque premeret totum fluidum in ampliſſima capacitate A X contentum, eamque adimplens: etſi A X eſſet integer oceanus.

498. Tandem ſi vaſa F K, P T, D O (fig. 11.) ſint maxime quidem irregularia, vel ad horizontem oblique ſtatuantur, in iis etiam expoſitæ propoſitionis veritas obtinet: ut ex dictis, & experimentis etiam conſtat: licet igitur vas G T ad horizontem inclinatum majorem aquæ copiam contineat, quam rectum B C; in utroque enim, ſi ab inferiori parte communicent, ad eandem altitudinem fluidum conſiſtit (n. 489.); parem tamen in fundo preſſionem habebunt; inclinati enim vaſis parietes eum fluidi exceſſum ſuſtinent. Idem non diſſimili ratione de vaſe figuræ prorſus irregularis dictum habe. Illud tamen monemus,

mus, ea quæ de vaſibus, & tubis in præſentiarum dicimus, ad tubos capillares extendi non debere, cum in iis alia cauſſa, aliaque phænomena obſerventur, & locum habeant, ut in loco dicemus.

PROPOSITIO LXX.

499. *Si ſint duo, aut plura vaſa liquoribus ejuſdem denſitatis ad eamdem altitudinem repleta; preſſiones integræ in vaſorum fundis rationem baſium habebunt.*
Si enim fluida in æqualis diametri columnas diviſa concipiamus; cum eandem omnes habeant altitudinem (hypotheſis); erunt preſſiones ut columnarum numeri, hoc eſt, ut vaſorum baſes, cum in reliquis omnibus ſint pares.

PROPOSITIO LXXI.

500. *Si fluida, ſeu vaſa, eamdem habeant, ſeu æqualem baſim, altitudinem vero diverſam; erunt preſſiones in vaſorum fundo in ratione altitudinum.*
Cum enim baſes, hoc eſt, columnarum numerus in utroque vaſe ſit idem; per altitudines ſolummodo diſcriminantur; duabus autem inter ſe ex utroque vaſe relatis columnis, ejuſdem omnino diametri, erunt earum in fundum preſſiones, ut altitudines (n. 494.); eadem eſt reliquarum omnium ratio.

PROPOSITIO LXXII.

501. *Si liquores ejuſdem denſitatis & baſim, & altitudinem habuerint inæqualem; erunt eorum preſſiones in ratione compoſita baſium, & altitudinum.*
Sit prioris fluidi baſis, 4, altitudo, 3; poſterior baſim habeat, 2, altitudinem, 5: erunt preſſiones primi ad ſecundum, ut 12, ad 10, quæ eſt ratio compoſita baſium, & altitudinum (a); ulteriore probatione hæc non indigent; ex dictis enim ſatis ſunt manifeſta, & experimentis, atque calculis probantur.

5. De

(a) *Elem. Geom. Intr. n.* 22.

§.

De liquorum denſitate diſſimilium pondere, & æquilibrio.

DEFINITIO.

502. Eos liquores dicimus *heterogeneos*; *ſeu potius diſſimiles* (quoad præſens inſtitutum) qui diverſam habent gravitatem, diverſam proinde denſitatem. Qua vero ratione alia aliis denſiora ſint corpora, diximus in loco. Id obiter notandum, plurimos diſſimilis naturæ, & ſpeciei liquores eandem habere gravitatem, ac proinde eſſe *homogeneos*, *ſeu gravitate ſimiles* juxta ſenſum hic a nobis uſurpatum.

PROPOSITIO LXXIII.

503. *Si duo, aut plures liquores heterogenei, ſeu diſſimilis gravitatis in vaſibus* A B *contenti, baſes & altitudines habuerint æquales; erunt eorum preſſiones in ratione denſitatis* (fig. 3. tab. 6.)

Cum enim & baſes, & altitudines ſint pares; eædem erunt ex his capitibus preſſiones; ergo ex denſitatibus ſolummodo ejuſmodi preſſionum diſcrimen petendum eſt: vel igitur vaſa ſunt ad horizontem perpendicularia, vel diſſimilia, & diſſimiliter inclinata: in primo caſu paria ſunt liquorum volumina; eorum igitur preſſiones ſunt inter ſe, ut denſitates: in poſteriori caſu preſſiones perinde ſunt, ac ſi utrumque vas eſſet perpendiculare: eandem enim preſſionem exercet in R fluidum O R ac in N fluidum T N: hoc eſt, vas quodcumque inclinatum T R, quod ad preſſionem attinet, reducitur ad rectum T N ejuſdem baſis & altitudinis: Quare ſi fluidum aliquod alio ſit duplo denſius; dupla etiam in caſu propoſitionis erit illius preſſio (fig. 5.).

PROPOSITIO LXXIV.

504. *Liquores heterogonei in eodem vaſe quieſcente ita unus poſt alium infuſi, ut graviores deorſum, qui leviores ſunt, ſurſum diſponantur, eo pacto inter ſe diſtin-*

ſtincti vi gravitatis perſiſtunt: ſi autem inter ſe miſceantur: vi etiam gravitatis iterum ſeparantur, & in priorem ordinem reſtituuntur.

Utraque propoſitionis pars ratione, & experientia probatur; gravitantium enim corporum proprietas eſt, ut quæ graviora ſunt, inferiorem quærant, ſerventque locum, levioribus ſurſum detruſis. Quotidiana id etiam docet experientia; identidem quippe eodem in vaſe plures diverſæ gravitatis injecti liquores juxta gravitatis ſuæ ordinem diſpoſiti ſine confuſione perſeverant, ut facto ſæpius periculo expertus eſt *Nollet* (*a*), idem in vas quinque diverſos infundens liquores, *Mercurium* ſcilicet, *Oleum tartari*, *Spiritum vini*, *Spiritum therebintinæ*, *Aerem*: gravium corporum eſt, deorſum tendere, & adniti: quæ igitur graviora ſunt, majoribus viribus ad inferiorem locum acquirendum, aut ſervandum aguntur.

Secunda propoſitionis pars ex eadem gravitatis lege conſequitur: graviores enim fluidi denſioris inſenſibileſque particulæ majori pondere deorſum actæ, ab aliis levioribus ſeſe liberant, & facta per medium liquorem via infra levius fluidum ſeſe accommodant. Immo ſi fluidum levius infra aliud gravius v. gr. ſpiritus vini, ſeu vinum infra aquam eodem in vaſe A B (fig. 12. tab. 6.) ſtatuatur, ita ut non niſi per anguſtam in medio vaſe aperturam, ſeu canaliculum communicari liquores poſſint; obſervatione compertum eſt, vinum per mediam aquam ſuperius extantem in fili tenuiſſimi formam aſcendere, eodemque pacto aquam in inferius vas deſcendere, quoad totum vinum in ſuperiorem vaſis partem tranſlatum ſupra aquam ſubſiſtit.

505. Opponi in contrarium poſſet communiſſimum æque, atque rude experimentum. Plurimi paſſim diverſæ gravitatis liquores ſecum ipſis permiſcentur, neque poſtea quieſcente vaſe ſeparantur, ut videre eſt, ſi vinum rubrum in aquam deſuper vi aliqua infundatur; tota enim aqua vini colorem induit, quem ſemper retinet: vis igitur gravitatis ad liquores ſeparandos non ſufficit. Reſp. Admiſſo experimento, aliquid inde contra aſſertam propoſitionem de

(a) *Leçons de Phyſique t. 2. p. 282.*

deduci, nego: fluida gravitate diſſimilia a ſeſe ſem per ſepararentur, niſi contraria obſtaret cauſſa. Mul toties tamen fit; ut ejuſmodi liquidorum particula ſecum ipſis ob peculiarem earum figuram, viſcoſita tem, ramos; atque angulofas corpuſculorum in ii innatantium cuſpides ita implicentur; ut cum pa tum aliunde denſitate, ſeu pondere differant; ſeparari deinceps a ſe mutuo ſolo gravitatum diſcrimine non poſſint: Id citra dubium in aqua, & vino ſecum permixtis accidit, & in pluribus aliis liquoribus; tum vero potiſſimum; cum vel ex induſtria permiſceantur; vel in alium liquorem in vaſe quieſcentem violenter alius ſuperne infunditur. Infuſi enim liquoris particulæ concepto impetu ſupra ſtagnans fluidum allabentes, & mutuo a ſeſe ſeparatæ illud ingrediuntur; dividunt, permeant; illiuſque particulis intime commiſcentur.

Quod ſi ſupra ſtagnantem liquorem; aquam v. gr. leniter allabatur vinum; interpoſita præcipue tenui panis cruſta; ſeſe conſtanter ſeparati, & diſtincti conſervant; qui alias facile permiſcentur liquores. Ea etiam eſt aliquorum fluidorum corporum diverſitas, particularum; & elementorum figura; textura, & ordo; ut non facile permiſceri inter ſe poſſint; vel ſi violenter permiſceantur, facillime a ſe invicem disjungantur: ut videre eſt in oleo v. gr. ſi aquæ, aut vino infundatur.

PROPOSITIO LXXV.

506. *Si in vaſibus communicantibus* CI, AK (*fig.* 4, 5, 7, 11. *tab.* 6.) *diverſæ gravitatis liquores ita infundas, ut uno quidem vaſe gravior, levior in altero, quin permiſceantur; ſubſiſtant; erunt in æquilibrio, ſi altitudines a communi baſi* IK *ad liquorum ſuperficies ſint reciproce, ut fluidorum gravitates, qualiſcumque ſit vaſorum figura, inclinatio; capacitas &c.*

Indubia hujus propoſitionis veritas probatur primo, & maniſeſtiſſime ex pluribus experimentis, quæ afſert *Nollet* (a) *Deſaguliers* (b), *de Molieres* (c) & alii paſ-

(a) *Loco cit.* (b) *Cours de Phyſique t.* 2. *Leċt.* 8. 9. *&c.* (c) *Lecons de Phyſique.*

paſſim. Duobus enim communicantibus tubis C A ſecundum altitudinem in æquales partes diviſis, & in eorum alterum A; mercurio v. gr. infuſo, qui aqua decies & quater denſior, & gravior eſt; aqua in aliud vas infuſa ad decimam quartam diviſionem ſubſiſtet, ad primam vero tantummodo elevabitur mercurius. Idem ſimiliter in aliis liquoribus obſervatur. Ratione autem evincitur propoſitio. Dato enim, quod & baſes, & amplitudines tuborum, & liquorum altitudines ſint æquales, integræ liquorum A B (fig. 3. tab. 6.) in baſim preſſiones erunt, ut denſitates, ſed ut gravitates directe (n. 503.): Fluidum igitur denſius B baſim G; ſeu fluidum levius in alio vaſe A contentum fortius urget, atque ſurſum propellit; quam ab illo prematur, & propellatur. Ea ſcilicet ratione; atque vi fluidum B G baſim G premit, qua in fluidum G C, hoc eſt, in C D verſus latera agit; liquoremque in D A elevare adnititur: ut ex ſuperioribus conſtat: ſunt autem eo in caſu preſſiones fluidorum in fundo, ut eorumdem gravitates, ſeu denſitates.

507. Fiant 2. Altitudines D H, G O liquorum gravitatibus reciproce proportionales: æqualiter ſinguli & baſes deorſum, & ſeſe invicem ſurſum urgebunt: cum enim preſſiones ſint in ratione compoſita altitudinum, & denſitatum; tantundem decreſcente altitudine O, decreſcit, quantum aucta denſitate, augetur preſſio: ſunt igitur pares cum major liquoris A altitudo per majorem fluidi B denſitatem compenſetur; & viciſſim. Hæc demonſtratio, qualiacumque ſtatuantur vaſa, regularis aut irregularis figuræ exiſtant, capaciora, aut anguſtiora, recta, aut obliqua ponantur, rem plane conficit. Dummodo enim ejuſdem gravitatis liquores in vaſibus C B, P T, F R & quibuſcumque aliis contenti eamdem habeant baſim, & altitudinem (fig. 11.); eamdem in fundo preſſionem agent (n. 501.): ad eamdem igitur communem altitudinem T A D a liquore communicante V X ſuſtinentur, eumque viciſſim ſuſtinent: ſi ergo loco prioris liquoris in V X alius duplo gravior infundatur ad dimidiam uſque altitudinem X O pertingens: paribus adhuc viribus fluida in aliis vaſibus ſuſtentabit.

Hu-

Hujus propoſitionis ope liquorum denſitates, & gravitates explorari poſſunt.

508. Oppones: ſint duo tubi communicantes C A, quorum primus C baſim habeat 1, alterius duplam, liquoremque duplo etiam graviorem contineat: ex modo dictis erit altitudo liquoris A alterius dupla, contendis autem, debere eſſe quadruplam: ſi baſes I K (fig. 4. tab. 6.) eſſent æquales; pares etiam forent preſſiones (n. 507.): major autem eſt columnæ C I amplioris in baſim preſſio, quam ſi minoris eſſet diametri, alterius columnæ A K diametro æqualis: capacioris igitur baſis fluidum C liquorem A ad altitudinem duplo majorem attollet. Reſp. nego conſequentiam: aucta quidem baſi, preſſio etiam in baſim augetur, at in alterius tubi liquorem K A preſſio non pro amplitudine capacioris columnæ, ſed pro minoris tubi amplitudine exercetur, aut dimetienda eſt: eſt dicere: ex ampliori vaſe C columna tantummodo diametri alterius columnæ diametro æqualis, in liquorem A graciliori vaſe contentum agit, reliquum autem fluidum, vel in vaſis parietes, vel in illius fundo ſuſtinetur: columna igitur S S ejuſdem amplitudinis, ſeu baſis, atque vas K A, illa una eſt, quæ in aquam poſtremo hoc vaſe contentam agit: reliquum aquæ hinc inde ad columnam S S ſtagnans a vaſis ipſius C I lateribus ſenſim ſemper ab I verſus K ad ſeſe accedentibus ſuſtinetur, & ne in aquam K A libere agat, impeditur.

COROLLARIUM.

509. Denſior igitur, & gravior liquor levius fluidum, quodcumque illud ſit, in tubis communicantibus obliquis, rectis, curvis, irregularibus, cujuſcumque baſis, & amplitudinis fuerint, eo uſque elevabit, quoad altitudines ſint gravitatibus reciproce proportionales. Id ex hactenus demonſtratis evidenter deducitur, neque alia indiget demonſtratione.

Et hinc ſi in duobus tubis communicantibus aqua, & mercurius infundantur, erit altitudo aquæ ad illam mercurii, ut 14 ad 1; id enim eſt inter eorum gravitates diſcrimen.

Ex hoc etiam theoremate agnoſcimus, fontes quamplurimos maris ſuperficie altiores ab illo originem

ſuam

ſuam ducere poſſe, aquarum tantummodo preſſione, & æquilibrio ſpectatis: eſt ſcilicet marina aqua fontanis gravior. Ex aliis tamen capitibus ſuo loco probabitur, aliam longe eſſe omnium fontium originem.

Si liquorum gravitates explorare velis; duos communicantes tubos, æqualis diametri v. gr. in id negotii adhibebis: eorum longitudines in æquales partes divide appoſitis numeris in lineis tranſverſis communibus 1, 2, 3, &c. (fig. 17. tab. 6.): liquores in tubos IA, IC ita infunde, ut ex inferiori parte I ſeſe contingant, quin tamen permiſceantur; tum vero obſerva, ad quamnam tranſverſam lineam aſcendant: cum enim diverſam habeant gravitatem, ad diverſas etiam altitudines ſubſiſtent: numeri iis terminis, ſeu altitudinibus affixi eorum pondera reciproca indicabunt; alio enim liquore ad 3, alio ad 7 ſubſidente, erit gravitas primi ad ſecundi reciproce, ut 7 ad 3. Aliam tamen inferius rationem exponimus, qua fluidorum pondera explorari accuratius poſſint. Tandem infertur, fluidorum heterogeneorum preſſiones in baſes; eſſe in ratione compoſita baſium, altitudinum, & denſitatum.

LECTIO XIV.

Hydroſtaticæ tertia.

De ſolidorum in fluida corpora immerſione, ſuſtentatione, æquilibrio.

DEFINITIO.

510. Solida corpora majorem, parem, aut minorem, ac fluida, gravitatem habent: graviora ſunt, cum ſub pari volumine majorem habent gravitatem; leviora, ſi minorem; æque gravia, ſi æqualem. Quare tripliciter ad ſe invicem referri poſſunt. Eum gravitatis exceſſum, vel defectum, quo ſolidum corpus æqualia fluidorum volumina excedit, aut ab iis deficit, *gravitatem* aut *levitatem relativam* nuncupamus.

Quodlibet igitur corpus, fluidum, aut ſolidum, eadem ſemper abſoluta gravitate præditum multipli-

cem habet *relativam gravitatem*, aut *levitatem* pro multiplici eorum, ad quæ refertur, corporum gravitate, & gravitatum diſcrimine. Cum enim fluida v. g. ſint alia aliis graviora; eorum gravitates vario exceſſu a gravioris ſolidi pondere ſuperantur.

PROPOSITIO LXXVI.

511. *Liquores immerſum in ipſis ſolidum corpus perinde premunt, ac paris voluminis fluidum ſolidi in loco repoſitum comprimerent.*

Sequitur ex ſupradictis: gravitant enim, & in ſolida, & in ſe ipſa (n. 464.) ſurſum, deorſum, & circumquaque ſecundum omnes laterales directiones fluida corpora aliæque in alias eorum partes (n. 465.): ſolidum igitur in fluido immerſum circumquaque a liquore comprimitur: partes enim ſuper ſolidum extantes illud deorſum urgent, laterales inſuper columnæ a ſuperioribus partibus preſſæ a lateribus pariter in corpus agunt: inferiores tandem partes B (fig. 18.) infra ſolidum A exiſtentes, cum a lateralibus columnis hinc inde ſurſum urgentur, corpus ipſum A ex inferiori parte premunt, & elevare conantur. Vide quæ diximus n. 476.

COROLLARIUM.

512. Solidum igitur A fluido immerſum eo fortius premitur, quo altius fuerit liquori immerſum: & quo major etiam fuerit fluidi denſitas, & gravitas. Ex duplici enim hoc capite fluidi partium, aliarum in alias, preſſio pendet, augetur, minuitur, & dimetitur (n. 509.): cum eadem igitur ratione in ſolidum immerſum, atque in fluidum, illius loco poſitum agatur; pro majori etiam & denſitate fluidi, & loci profunditate ſolidum pariter premetur. Majus enim ei incumbit pondus, ſi altior, vel denſior fuerit incumbens fluidi columna: unde altius in leviori fluido immergi neceſſe eſt, ut parem illic experiamur preſſionem, ac in graviori fluido ad minorem altitudinem immerſi, majori unius liquoris altitudine, majorem alterius gravitatem compenſante.

Hujuſce rei exemplum paſſim in re vulgari habemus: bulla aeris ex vaſis aqua pleni fundo ſenſim

ad

ad ſuperficiem emergens, ſenſim aſcendendo dilatatur, & ſenſibilis fit, quæ prius erat inſenſibilis: aeris ſcilicet partes elaſtica virtute donatæ ſeſe expandere ſemper affectant; ſed a premente liquido impediuntur: cum autem aſcendendo minori ſemper preſſione urgeantur; ſenſim magis, & magis dilatantur.

PROPOSITIO LXXVII.

513. *Solidum quodcumque corpus fluido immerſum tantumdem ſui ponderis amittit, quanta eſt fluidi volumine paris gravitas.*

Solidum A (fig. 18. tab. 6.) ſit digitus cubicus duarum librarum ponderis, æquale vero aquæ X volumen libræ gravitatem habeat: Dico, ſolidum A fluido X immerſum libræ pondus amittere. Propoſitio facile demonſtratur: Si loco ſolidi A aqua immerſi eſſet æquale aquæ volumen; tota ejus gravitas a circumpoſita aqua laterali, & inferiori ſuſtentaretur; nullumque illic motum, ſed perfectum æquilibrium haberet, ut eſt ex ſe notum, & ſuperius de homogeneis liquoribus explicavimus: fluidum igitur X unius libræ aquam A ſuſtentaret: idem igitur pondus in ſolido A, quod eumdem ac libra aquæ occupat locum, ſuſtinet: ſolidum igitur A tantumdem de abſoluto pondere amittit, quanta eſt ejus, in quo immergitur, fluidi ſub eodem volumine gravitas. 2. Solidum fluido immerſum cum eo liquore pugnat, cujus locum occupat, & ſurſum repellit; at fluidi ſibi mole, ſeu volumine æqualis locum occupat; illudque expellit, aut expellere nititur, ut in illius locum deſcendat; ab eo igitur fluidi volumine, & gravitate ſuſtinetur. Præter haſce rationis demonſtrationes experimenta ipſa rem conficiunt.

COROLLARIUM I.

514. Solidum A ejuſdem, ac fluidum X, denſitatis, & gravitatis, fluido ipſo immerſum omnem ſuam gravitatem amittit: cum enim eadem prædicti ſolidi, & paris fluidi maſſæ ſint pondera, juxta hypotheſim, ſeſe mutuo ſuſtinent, & perfectum ſervant æquilibrium. Eo caſu, quemcumque in fluido X lo-

tem habet *relativam gravitatem*, aut *levitatem* pro multiplici eorum, ad quæ refertur, corporum gravitate, & gravitatum diſcrimine. Cum enim fluida v. g. ſint alia aliis graviora; eorum gravitates vario exceſſu a gravioris ſolidi pondere ſuperantur.

PROPOSITIO LXXVI.

511. *Liquores immerſum in ipſis ſolidum corpus perinde premunt, ac paris voluminis fluidum ſolidi in loco repoſitum comprimerent.*

Sequitur ex ſupradictis: gravitant enim, & in ſolida, & in ſe ipſa (n. 464.) ſurſum, deorſum, & circumquaque ſecundum omnes laterales directiones fluida corpora aliæque in alias eorum partes (n. 465.): ſolidum igitur in fluido immerſum circumquaque a liquore comprimitur: partes enim ſuper ſolidum extantes illud deorſum urgent, laterales inſuper columnæ a ſuperioribus partibus preſſæ a lateribus pariter in corpus agunt: inferiores tandem partes B (fig. 18.) infra ſolidum A exiſtentes, cum a lateralibus columnis hinc inde ſurſum urgentur, corpus ipſum A ex inferiori parte premunt, & elevare conantur. Vide quæ diximus n. 476.

COROLLARIUM.

512. Solidum igitur A fluido immerſum eo fortius premitur, quo altius fuerit liquori immerſum: & quo major etiam fuerit fluidi denſitas, & gravitas. Ex duplici enim hoc capite fluidi partium, aliarum in alias, preſſio pendet, augetur, minuitur, & dimetitur (n. 509.): cum eadem igitur ratione in ſolidum immerſum, atque in fluidum, illius loco poſitum agatur; pro majori etiam & denſitate fluidi, & loci profunditate ſolidum pariter premetur. Majus enim ei incumbit pondus, ſi altior, vel denſior fuerit incumbens fluidi columna: unde altius in leviori fluido immergi neceſſe eſt, ut parem illic experiamur preſſionem, ac in graviori fluido ad minorem altitudinem immerſi, majori unius liquoris altitudine, majorem alterius gravitatem compenſante.

Hujuſce rei exemplum paſſim in re vulgari habemus: bulla aeris ex vaſis aqua pleni fundo ſenſim

ad

ad ſuperficiem emergens, ſenſim aſcendendo dilatatur, & ſenſibilis fit, quæ prius erat inſenſibilis: aeris ſcilicet partes elaſtica virtute donatæ ſeſe expandere ſemper affectant; ſed a premente liquido impediuntur: cum autem aſcendendo minori ſemper preſſione urgeantur; ſenſim magis, & magis dilatantur.

PROPOSITIO LXXVII.

513. *Solidum quodcumque corpus fluido immerſum tantumdem ſui ponderis amittit, quanta eſt fluidi volumine paris gravitas.*

Solidum A (fig. 18. tab. 6.) ſit digitus cubicus duarum librarum ponderis, æquale vero aquæ X volumen libræ gravitatem habeat: Dico, ſolidum A fluido X immerſum libræ pondus amittere. Propoſitio facile demonſtratur: Si loco ſolidi A aqua immerſi eſſet æquale aquæ volumen; tota ejus gravitas a circumpoſita aqua laterali, & inferiori ſuſtentaretur; nullumque illic motum, ſed perfectum æquilibrium haberet, ut eſt ex ſe notum, & ſuperius de homogeneis liquoribus explicavimus: fluidum igitur X unius libræ aquam A ſuſtentaret: idem igitur pondus in ſolido A, quod eumdem ac libra aquæ occupat locum, ſuſtinet: ſolidum igitur A tantumdem de abſoluto pondere amittit, quanta eſt ejus, in quo immergitur, fluidi ſub eodem volumine gravitas. 2. Solidum fluido immerſum cum eo liquore pugnat, cujus locum occupat, & ſurſum repellit; at fluidi ſibi mole, ſeu volumine æqualis locum occupat; illudque expellit, aut expellere nititur, ut in illius locum deſcendat; ab eo igitur fluidi volumine, & gravitate ſuſtinetur. Præter haſce rationis demonſtrationes experimenta ipſa rem conficiunt.

COROLLARIUM I.

514. Solidum A ejuſdem, ac fluidum X, denſitatis, & gravitatis, fluido ipſo immerſum omnem ſuam gravitatem amittit: cum enim eadem prædicti ſolidi, & paris fluidi maſſæ ſint pondera, juxta hypotheſim, ſeſe mutuo ſuſtinent; & perfectum ſervant æquilibrium. Eo caſu, quemcumque in fluido X lo-

cum teneat corpus A, erit ad omnem motum aquæ indifferens; ex ſe tamen verſus nullam partem movebitur; neque enim deorſum ob ſuſtentatam gravitatem; neque ſurſum ob perfectum æquilibrium moveri poteſt.

COROLLARIUM II.

515. Solidum quodcumque A pluribus ſeorſim fluidis corpore ipſo levioribus, & diverſæ inter ſe gravitatis immerſum, plus de ſua gravitate abſoluta in graviori, quam in leviori fluido amittit: levius proinde eſt in primo, faciliuſque per illud ſurſum trahitur, quam in ſecundo.

Demonſtratur: In utroque enim fluido tantumdem ponderis amittit, quanta eſt fluidi mole æqualis gravitas (n. 513.): ea vero eſt in graviori major; plus igitur ponderis in graviori amittit; leviuſque proinde manet, & facilius ſuſtentatur. Quare ſi eumdem auri globum in ſpiritu vini, in vino, in aqua, in mercurio ſeorſim immittas; graviſſimum erit in ſpiritu vini, minus grave in vino, levius in aqua, leviſſimum in mercurio; quia major eſt mercurii, quam aquæ, aquæ, quam vini &c. gravitas.

COROLLARIUM III.

516. Unde duo quælibet ſolida pondera tum gravitate, tum volumine æqualia, & in bilancis brachiis intra aerem, ſeu eodem in medio æquilibrata, æquilibrium illico amittunt, ſi ita ſtatuatur bilanx, ut pondera illa abſolute æqualia intra diverſæ gravitatis fluida exſtant immerſa unum v. g. intra aquam, aliud mercurio, ſpiritui vini &c. infundantur: illudque prævalet pondus, quod leviori fluido immergitur; cum minus de ſua gravitate amittat (n. 515.)

COROLLARIUM IV.

517. Duo aut plura quæcumque ſolida mole quidem paria, gravitate inæqualia, ſed eo, cui immerguntur, fluido graviora, eamdem in illo gravitatem amittunt (n. 537.): gravius proinde corpus majorem adhuc gravitatem retinet. Si enim ab inæqualibus

libus demas æqualia, quæ remanent, ſunt inæqualia, ut geometriæ fert axioma. Ex dictis etiam ſequitur, nullius corporis abſolutam gravitatem æſtimari, aut explorari extra vacuum poſſe: Aer enim, ut inferius probabimus, eſt corpus fluidum grave: in eo igitur partem aliquam gravitatis ſuæ amittunt corpora, quam recte æſtimare non poſſumus.

COROLLARIUN V.

518. Licet idemmet corpus, mole & denſitate haud mutatum, in vacuo, & poſtea in aere, aut alio quocumque medio ſuſtineremus; non idem tamen pondus in vacuo, ac in aere v. gr. ſuſtentabimus: ſed in vacuo majus, minus in pleno deprehenderetur. In vacuo enim omnem corporis abſolutam gravitatem, in pleno vero relativam ſolummodo, abſoluta ſemper minorem ſuſtentamus: cum abſoluti ponderis partem, medium, puta aer, ſuſtineat.

COROLLARIUM VI.

519. Duo, aut plura quæcumque corpora ſolida A, B (fig. 15.) pondere quidem paria, ſed mole inæqualia, fluidis, quibus immerguntur graviora, inæqualem in fluido gravitatem amittunt, majus ſcilicet majorem, minus minorem. Singula enim fluidi volumine ſibi æqualis gravitatem amittunt (n. 515.): majus igitur majorem, majoris voluminis pondus deperdit. Aquæ v. gr. argenti, & auri pondera æquilibrata immitte; gravius longe præ argento aurum deprehendes, nullumque ſecum ipſis ſervare æquilibrium.

In eodem etiam medio, pro ſtatus varietate multiplex in demerſi corporis gravitate eſt diſcrimen; aqua enim, aut lac (idem de aliis liquoribus) frigore denſantur, fiuntque graviora; calore rareſcunt, leviora que evadunt; ſi igitur pondus aliquod in lacte pro diverſis caloris, & frigoris ſtatibus immergatur; varium ſubibit pro ſtatuum varietate in pondere diſcrimen: majuſque illius in calido liquore, minus in frigido erit pondus. Id tamen tamdiu verum eſt, quamdiu ſolidum a fluidi ipſius calore aut frigore non immutatur.

PROPOSITIO LXXVIII.

520. *Solidum corpus* A *liquido* X *gravius, ab eo ſuſtineri non poteſt, vel in totum, vel ex parte ſolum ſit fluido immerſum: ſed ad liquoris fundum relativo pondere deſcendet*. (fig. 18. tab. 6.)

Sit ſolidi A fluido X duplo gravioris pondus, libræ duæ; liquidum X non niſi libram corporis A ſuſtinet, id ſcilicet pondus, quo par liquoris volumen conſtat (n. 513.): gravitatum igitur exceſſu, ſeu pondere relativo unius libræ deorſum nititur ſolidum A, & ad vaſis fundum deſcendit.

COROLLARIUM I.

521. Qui ſolidum A fluido X immerſum, eoque gravius, filo v. gr. ſuſtentat, relativa ſolum ejus ſolidi gravitate premitur, eamque ſuſtinet: libram ſcilicet in propoſitionis hypotheſi. Cum enim fluidum eam ſolidi gravitatem ſuſtineat, qua præditum eſt par fluidi volumen; ſupereſt, ut pondus tantum relativum a manu ſuſtentetur.

Eo relativo pondere per medium fluidum deſcendunt, motumque ſuum accelerant graviora ſolida; iiſdemque ſubjiciuntur legibus, quas ſuperius in libero gravium deſcenſu expoſuimus: perindeque eſt, ac ſi ſolidum A ſuam tantummodo relativam gravitatem haberet.

COROLLARIUM II.

522. Naturalis omnium gravium corporum prope tellurem deſcenſus a gravitate ſolummodo relativa provenit. Nam corpora in aere aut in liquidis aliis corporibus, quæ gravia ſunt, deſcendunt: aliquam igitur ponderis abſoluti partem ſuſtentant fluida, per quæ deſcendunt (n. 513.): nec niſi a relativa gravitate deorſum urgentur, & trahuntur. *Prope tellurem* dixi, nequid modo circa materiæ æthereæ ultra terræ atmoſphæram exiſtentis gravitatem definiam: rem ad præſens inſtitutum non neceſſariam alibi ſtatuemus.

PRO-

PROPOSITIO LXXIX.

523. *Corpora quæcumque ſolida fluido leviora, fluido ſupernatant: eaque ſolummodo ſui parte immerguntur, quam mole adæquet fluidum, eamdem, ac integrum ſolidum, gravitatem habens.*

Hæc propoſitio (ut ſupradictæ omnes) obſervationibus, & ratione probatur (*a*) Prima pars per ſe ipſam patet: ſi totum immergeretur corpus, fluidi maſſam expelleret ſe ipſo graviorem. Secunda ita conficitur: Sit ſolidum aliquod corpus L R (fig. 1.) aqua levius, cujus integram gravitatem adæquat illa aquæ maſſa, quæ a demerſa corporis parte X R expellitur, ejuſque locum occuparet: dico ejuſmodi corpus ita immerſum in æquilibrio exiſtere. Si enim in vicem & locum X R ſuccederet aqua: omnia eſſent in æquilibrio (n. 482.): quoniam igitur integrum ſolidi L R pondus illius aquæ X R ponderi æquatur, eoque in aquam agit; corpore ita immerſo, ſervabitur æquilibrium. Aliis verbis, ſolidum eatenus immergitur, quatenus fluidi loco pulſi gravitatem vincit, ut in ejus locum ſuccedat: quamprimum igitur eum occupet locum, & aquam expellat, cujus gravitas integrum corporis pondus adæquet, immergi ulterius non poteſt.

COROLLARIUM I.

524. Corpus quodcumque ſolidum A liquido X, in quod libere demittitur, levius, demergi totum nequit: ſed eidem fluidi aliqua ſemper ex parte ſupernatat. Si enim integrum demergeretur, liquorem ſibi mole æqualem expelleret, illiuſque locum occuparet: cum igitur fluidi pars, ſolido mole æqualis, majorem, quam ſolidum, gravitatem habeat; ſolido præponderabit, illudque extrudet, quoad illius tantum partis fluidi locum occupet, quæ æqualem ſibi habeat gravitatem. (fig. 15. 18. tab. 6.)

Hinc eſt, quod onerariæ naves mercibus marina aqua gravioribus onuſtæ, & pondere immenſo prædi-

tæ,

(a) *Vide Nollet loc. cit.*

tæ, aquis tamen ſupernatent. Licet enim plura mercium genera ſint aqua graviora; leviora tamen ſunt alia: intra navis deinde cavitatem notabilia intercluduntur ſpatia mercibus vacua, & ſolo aere plena; unde fit, ut totum navigii corpus ſit aqua levius; demergi proinde non poterit. Quod ſi caſu aliquo in rimulas fatiſcat tabulatum; & aqua per rimulas ingrediens, aerem expellat, & in illius locum ſuccedat, ut ſæpe ſæpius accidit; replètis marina aqua concamerationibus, ſeu internis cavitatibus, fit integrum navigii corpus aqua gravius, & ad maris fundum deſcendit.

COROLLARIUM II.

525. Corpus ſolidum liquidis gravioribus, diverſa tamen inter ſe gravitate præditis, diverſa plane ratione, ſeu quantitate immergitur, magis ſcilicet leviori, graviori minus. Minus enim gravioris, quam levioris fluidi volumen ſolidi gravitatem adæquat. Hinc eſt quod navigia mercibus onuſta profundius in fluviali aqua, quam in marina demerguntur; ea enim a ſalſedine immunis minorem habet gravitatem, ut experimentis certum eſt: ex quibus conſtat, cubicum marinæ aquæ pedem 73 $\frac{3}{4}$ libris conſtare; 72. vero, ſi ſit fluvialis (*a*). Ex eadem cauſſa urinatores facilius in marina, quam in fluviali aqua ſupernatant. Corpus, quod in aquam fere totum demergitur, minima tantum ſui parte mercurium ingreditur.

COROLLARIUM III.

526. Quemadmodum ſolidum B liquido X (fig. 15. 18. tab. 6.) gravius, & in ipſo immerſum, ſibique relictum ad fundum relativo tantum pondere deſcendit, reliquum enim gravitatis a fluido ſuſtinetur; ita ſolidum fluido levius in eoque demerſum, & ſibi etiam relictum, ad ſuperiora relativa fluidi gravitate, ſeu ſolidi levitate aſcendit, aut detruditur: hoc unum diſcrimen intereſt, quod in priori caſu ſolidum ſpon-

(a) *Vide Biblioth. des Philoſ. t. 2. p. 3. 61.*

ſponte deſcendit, & fluidi partes loco pellit; in ſecundo a fluido detruditur; priorque deſcenſus propriæ ſolidi gravitati, poſterior autem aſcenſus externæ fluidi gravitati tribuitur.

COROLLARIUM IV.

527. Solidum in fluidum gravius non niſi violenter immergi integrum poteſt: iiſque viribus ad eam immerſionem opus eſt, quæ fluidi gravitatem relativam ſuperare poſſint. Sit ſolidi B pondus libra, æquale fluidi volumen 3. libras ponderet: ea ad corpus immergendum vi opus eſt, qua duæ libræ ſuperentur; cum ea ſit virtus, qua fluidi partes ſolidum ad ſuperiora urgent, & expellere nituntur: Corollarii hujuſce veritatem obviis experimentis ediſcimus. Porro ſolidorum intra fluida ex prædicta cauſſa aſcendentium motus perinde eſt acceleratus, ut de gravioris ſolidi deſcenſu diximus.

COROLLARIUM V.

528. Idemmet ſolidum abſoluta quidem gravitate, & maſſa non mutatum, cujus tamen volumen varietur; modo ſcilicet calore dilatetur, frigore deinde contrahatur, in eodem fluido diverſa ratione immergitur; magis ſcilicet dum ad minus contrahitur volumen; minus, ſi magis expanditur. De corpore liquoribus leviori intelligenda ſunt hæc. Quod ſi corpus ſit liquido ſpecifice gravius; majorem item gravitatem in eo deperdet, ſi majori, quam ſi minore contineatur volumine, ut jam ſuperius demonſtravimus.

COROLLARIUM VI.

529. Duo quælibet ſolida gravitate quidem paria, ſed volumine inæqualia, & in vacuo ad bilancem æquilibrata, æquilibrium illico amittunt, ſi e vacuo ad aerem (quem gravem eſſe interim ſuppono, probaturus poſtea), aut aliud quodcumque fluidum extrahatur. Nam in vacuo in ſe invicem agunt integro abſolutoque pondere; cum nullum illic circumſtans fluidum ea corpora ſuſtentet: at fluidum magis

gis ſuſtentat majoris, quam minoris voluminis cor pus (n. 513.): plus igitur gravitatis primum, quam ſecundum deperdit, magiſque proinde poſtremum ho corpus gravitabit, & alteri prævalebit.

Immo etiam ſi duo ad bilancem æquilibrata ſolida mole inæqualia ab uno ad aliud medium, ſeu fluidum diverſæ gravitatis ſpecificæ, puta ab aere ad aquam transferantur; æquilibrium etiam amittitur. Sint v. gr. duo corpora mole quidem imparia, ſed ejuſdem ponderis, puta, librarum quatuor A B (fig. 14. 15. tab. 6.), quorum levius A ſit aqua duplo gravius, alterum quadruplo; in aquam bilanx cum appenſis ponderibus immittatur: primum quidem corpus A dimidiam, ſecundum tertiam ſui ponderis partem amittunt (n. 518.): primum igitur duas tantum libras, tres ſecundum retinet: inæqualiter igitur ponderant.

COROLLARIUM VII.

530. Solidum corpus A fluidis, quibus eſt immerſum, ſpecifice levius, eo velocius & majori impetu aſcendet, quo gravius erit fluidum corpus, cæteris tamen paribus. Nam quo major fuerit liquoris gravitas; majus etiam eſt illius pondus relativum & gravitatis diſcrimen; majoribus igitur viribus ſolidum ſurſum protrudet (n. 510.), quam fluidum levius. Hinc eſt, quod ligna, & ſimilia facilius, & brevius per mercurium, quam per aquam aſcendunt. Vapores, & exhalationes velocius per denſiorem, quam per rariorem aerem ſurſum avolant, & ſic in mille aliis.

Dixi, *cæteris paribus*, ob plurimas alias cauſſas, quæ ad hujuſmodi effectus poſſunt influere. 1. Major, vel minor medii fluiditas, ſeu ejus particularum tenuitas, & facilis ſeparatio, viſcoſitas, & tenacitas, quæ a particularum mole, figura, & mutua ſecum ipſis catenatione proveniunt; facile enim conſtat, difficilius a ſolido aliquo rumpi fluidum, cujus partes tenaciori vinculo committuntur, aut majori conſtant mole. 2. Varia etiam ipſius ſolidi figura, magnitudo, ſuperficies & ſuperficiei aſperitas, aut levigatio ad eorum aſcenſum aut deſcenſum non parum conferunt. Nam quo major eſt ſuper-

perficies; majorem in fluido reſiſtentiam offendunt; cum eorum mediorum reſiſtentiæ ſuperficierum rationem ſequantur (a).

531. Levigatæ etiam ſuperficiei corpus facilius multo per aquam aſcendit, aut deſcendit, quam ſi hirſutam, ſcabroſam, aſperam habeat ſuperficiem; deſcendens enim corpus aquam expellit, dividit, protrudit, radit; facilior autem eſt levigati, quam ſcabroſi corporis raſio. Ex prædictis capitibus tanta aliquando eſt mediorum, ad minuta potiſſimum corpora relatu, reſiſtentia; ut licet fluido ſpecifice graviora exiſtant, vel penitus ſupernatent, vel notabili interjecto tempore deſcendant, aut aſcendant.

Obvia paſſim exempla habemus: ſenſibiles atomi, & grandiores pulviſculi ad varia corpora ſpectantes, quibus aqua, & liquores cæteri perturbantur, tardiſſime per aquam deſcendunt, aut aſcendunt: multoties etiam media in aqua aliquando ſiſtunt, nec niſi oblique ad fundum perveniunt. Eadem ratione innumeræ per aerem circumvolitant atomi, quas in ſolari radio in cubiculum ingreſſo obſervamus, aere quidem ipſo graviores, ſed quæ ob nimiam reſiſtentiam non niſi paulatim deorſum, aut ſurſum moventur.

PROP. LXXX. PROBLEMA.

Fluidorum quorumcumque gravitatem relativam invenire.

532. *Ex modo dictis ratio deducitur, qua ſpecificam fluidorum omnium gravitatem metiri, & inter ſe conferre poſſumus: quod facillime vitrei tubuli* BC (fig. 12. tab. 6.) *ope conſequimur. Sit exiguus, & vitreus tubus* CA *in ſphæram interius vacuam deſinens; per vacuum tubum* CN, *in partes æquales ſecundum ejus longitudinem diviſum, aliqua plumbi granula, vel parum mercurii in ſphæram vacuam* A *aut* B *infundantur, ut illa ſcilicet incluſi ponderis ope intra liquores deſcendat, tubumque* BC *aliqua ex parte demerſum ſur-*

(a) *Tomo* 1. *Phyſ. Lect.* 14.

ſurſum perpendiculariter ad fluidi ſuperficiem erectum conſervet.

Liquorum gravitatem exploraturus, inſtrumentum in aquam communem a fæcibus quidem puram demitte, eamque diviſionem nota, ad quam, omni ſedato motu, aquæ ſuperficies pertingit; extractum deinde inſtrumentum in alias aquas, quarum levitatem, & puritatem explorare volumus, & in alios etiam liquores ſeorſim immitte: eaque puncta diligenter notentur, ad quæ tubulus eſt in fluidis ſingulis immerſus: quibus inter ſe collatis; notum fiet, qui eorum liquorum, in quibus periculum facimus, ſint graviores; ea enim fluida, in quæ profundius immergitur inſtrumentum, minorem habent gravitatem. Eo pacto aquarum, quas in quotidianum potum, & cæteros humanæ vitæ uſus adhibemus, bonitatem dignoſcimus; eæ ſcilicet meliores exiſtimantur, quæ leviores ſunt, cum aliorum corporum particulis minus ſcateant, ſintque proinde puriores: Pluvialis idcirco aqua in ciſternis collecta, & conſervata cæteris omnibus præferri merito ſolet; dum enim in vapores aqua reſolvitur, ut per aerem aſcendens nubes efformet in pluviam poſtea ſolvenda, a fæcibus, extraneiſque corporum particulis purgatur, quibus antea in lacubus, fluviis, campis, plantis, cæteriſque corporibus ſcatebat. Quamdiu deinde in ciſternis aſſervatur, quæ ſupererant fæces, a pluvia per aerem cadendo, aut per tecta labendo contractæ, in fundum paulatim deſcendunt, atque deponuntur: unde magis adhuc purgatur aqua. Sed de his in Hydrometria phyſica diſſeremus.

PHÆNOMENA.

533. *Ex tradita hactenus doctrina obvia paſſim phænomena explicabis, 1. ligna quamplurima in aquam injecta ſupernatant primo, poſtea tamen ſenſim immerguntur, & ad fundum non emerſura paulatim deferuntur; hujuſce rei cauſſa eſt, quia copioſus aer in innumeris, & ſatis amplis lignorum poris contentus, quandiu in iis detinetur, molem efficit aqua ſpecifice leviorem; immiſſo tamen in aquam ligno, aerem in capacioribus ſaltem poris contentum aqua paulatim ingrediens expellit, illiuſque locum occupat; unde fit, ut quæ modo erant ſpe-*

ſpecifice leviora; graviora jam ſint ligna, & ad aquæ fundum juxta traditas ſuperius regulas deſcendant.

534. 2. *Cereus globus ſolidus in frigidam aquam injectus ſupernatat; caleſcente aqua ad fundum deſcendit; quod ſi aqua aliquandiu vehementem calorem ſervet, aut ferveat; globus iterum, fundum quaſi pertæſus, emergit. Globus cereus, aqua frigida ſpecifice levior, in eam primo demiſſus ſupernatat: calore rareſcit aqua, & levior evadit, priuſquam ceræ ſat caloris communicetur, ut ipſa etiam intumeſcat, rarior, leviorque fiat; hinc cera caleſcente aqua ſpecifice gravior ad fundum deſcendit; at conſervato, & aucto in aqua calore, caleſcit etiam ſenſibiliter cera, calore rareſcit, & ad majus volumen redacta fit ferventi aqua ſpecifice levior, iterumque emergit.*

535. 3. *Idem fere in humano cadavere in aquam injecto ſub eamque putreſcente viſitur: cadaver primo deſcendit; quia aqua ſpecifice gravius ſuſtineri ab ea non poteſt; diebus aliquot elapſis, emergit & ſupernatat; nam infra aquam putredine, & fermentatione intumeſcens, volumine auctum, fit etiam aqua ſpecifice levius, & ad ſuperficiem emergit; ubi quamplurimis ejus partibus evaporatione abeuntibus, & corpore ipſo ad minorem molem redacto, priſtinum ſupra aquam acquirit pondus, quo ad fundum, iterum emerſurum, relabitur.*

536. 4. *Ipſi etiam piſces innato quodam ſeſe modo contrahendi, dilatandi deinceps inſtinctu, id aſſequuntur, ut graviores modo, quam aqua, ad fundum deſcendant, leviores poſtea ſurſum aſcendant, caput extra aquam attollant, ad fundum iterum pro lubitu relapſuri: modo etiam ad id volumen corpus contrahunt, aut dilatant, & conſtanter ſervant, ut aquæ æqualem habeant ſpecificam gravitatem, & huc illuc per quaſcumque directiones facillime deferantur: hæc ut exequantur, natura providet: duplicem enim intra piſcium corpora ſtatuit folliculum, aere ut plurimum plenum, ea arte conſtructum, ut incluſus aer poſſit inſpiratione augeri, expiratione imminui: unde pro varia folliculi contractione, & dilatatione auctum vel imminutum piſcis volumen majorem, minorem, aut eandem habeat, ac fluidum, gravitatem. Fuſius iſta explicabimus cum de piſcium natatu ſermo ſit.*

537. Opponæs contra hactenus dicta: Si acum horizon-

rizontali ſitu leniter ſupra aquam apponas, ſupernatat; at eſt ſpecifice gravior, quam aqua: Reſpondeo: acus ſuperficiei cavitatibus, poris ramoſæ aeris partes tenaciſſime adhærent, & ab aqueis particulis non niſi difficulter expelluntur: quod ex eo patet, quia acus immerſæ ſuperficies vix madeſcere deprehenditur: licet igitur acus ſit ſpecifice gravior; adhæreſcente tamen aere, fit ſpecifice levior, ac proinde aquis ſupernatat. Adde nonnihil etiam acus immerſionem ab ea, quam ejus ſuperficies patitur, reſiſtentia impediri.

PROPOSITIO LXXXI.

538. *Specificæ fluidorum quorumcumque gravitates ſunt inter ſe directe, ut pondera, quæ ſolidum* A *; fluidis ſpecifice gravius in iis demerſum amittit.*

Cum enim eam deperdat gravitatem, quam æqualia fluidi continent volumina (n. 513.); amiſſa pondera, iis gravitatibus æqualia, erunt inter ſe, ut eorum æqualium voluminum gravitates, hoc eſt, ut ſpecificæ fluidorum gravitates directe. (fig. 18. tab. 6.)

PROPOSITIO LXXXII.

539. *Specifice fluidorum gravitates ſunt inter ſe inverſe, ut ejuſdem ſolidi, fluidis levioris, partes demerſæ.*

Probatur: Solidum A (fig. 18. tab. 6.) liquoribus ſpecifice levius, eo plus immergitur, quo minor eſt fluidi ipſius gravitas (n. 524.): ſi igitur fluida ſint diverſæ gravitatis; minus in graviori, magis in leviori immergitur: ergo ſpecificæ eorum gravitates ſunt inverſæ, ut volumina immerſa, ſeu ut immerſæ ſolidi partes. Alia, quæ addere poſſem, theoremata vel multam ſapiunt matheſim, vel Philoſopho non ſunt neceſſaria. Qui plura deſiderat, mathematicos Hydroſtaticæ ſcriptores conſulat, dum nos curioſitatis gratia ſequentia proponimus problemata, & gravitatis corporum diſcrimen.

T A B U L A.

Gravitatis ſpecificæ.

Acetum cereviſiæ.	1. 034.
Acetum vini.	1. 011.
Acetum diſtillatum.	1. 030.
Adamas.	3. 400.
Aer.	0. 001. $\frac{1}{2}$
Alabaſtrum.	1. 872.
Alumen.	1. 714.
Antimonium Germanicum.	4. 000.
Antimonium Hungaricum.	4. 700.
Argentum puriſſimum.	11. 091.
Aqua communis vel pluvia.	1. 000.
Aqua diſtillata.	0. 993.
Aqua fontana.	1. 009.
Aurum puriſſimum.	19. 640.
Calculus veſicæ humanæ.	1. 700.
Camphora.	0. 995.
Carbofoſſilis.	1. 240.
Cera flava.	0. 995.
Chalybs non temperatus.	7. 738.
Chalybs temperatus.	7. 704.
Cinnabaris naturalis.	7. 300.
Cinnabaris artefacta.	8. 200.
Corallium rubrum.	2. 689.
Corallium album.	2. 600.
Cornu bovinum.	1. 840.
Cornu cervinum.	1. 875.
Cryſtallus petræ.	2. 650.
Cuprum ſuecicum.	8. 748.
Ebur.	1. 825.
Ferrum.	7. 645.
Gummi Arabicum.	1. 375.
Hæmatites.	4. 360.
Lac caprinum.	1. 009.
Lac Vaccinum.	1. 030.
Lapis calaminaris.	5. 000.
Lignum braſilium.	1. 030.
Lignum cedrinum.	0. 613.
Lignum buxeum.	0. 0,0.
Lignum ebenum.	1. 177.

Li-

Lignum fraxinum.	0. 845.
Lignum ulmi.	0. 600.
Marmor album Italicum.	2. 707.
Mercurius Germanicus.	14. 000.
Nitrum.	1. 900.
Nux gallæ.	1. 034.
Oleum lini.	0. 932.
Oleum olivarum.	0. 913.
Oleum vitrioli.	1. 700.
Onyx.	2. 510.
Oſſa bovina.	1. 656.
Oſſa vervecina.	2. 222.
Oſtreorum conchylia.	2. 092.
Pix.	1. 150.
Pyrites opacus.	2. 542.
Pyrites diaphanus.	2. 641.
Sanguis humanus.	1. 040.
---- ejus ſerum.	1. 190.
Silex.	2. 542.
Sulphur commune.	1. 800.
Talcum venetum.	2. 780.
Tartarus.	1. 849.
---- ejus cremor.	1. 900.
Thus.	1. 071.
Vinum Burgundicum.	1. 011.
Vitriolum Anglicum.	1. 880.
Vitrum commune viride.	2. 620.
Vitrum purum album.	3. 150.

PROP. LXXXIII. PROBLEMA.

540. *Auri, aut monetæ bonitatem hydroſtaticæ calculo explorare.*

In communem jam abiit uſum, non purum, ſed adulteratum argentum, & aurum in monetam convertere: aurum ſcilicet cupro, argentum ſtamno commiſcendo: neque eandem cupri, aut argenti maſſam ad parem auri quantitatem ſingulæ nationes adhibent; ſed pro temporum, & nationum varietate, attenta etiam auri & argenti penuria, & Reipublicæ neceſſitatibus, minorem, majoremve metallorum doſim eidem argenti, aut auri maſſæ permiſcent, ut purior inde, copioſiorve moneta conficiatur ad publicum hominum, & nationum commercium adhibenda.

da. Unde patet, plurimum referre, ut omnis fraudi occludatur locus, auri, & argenti puritatem habere exploratam. Licet autem multiplex ſit ea explorandi ratio, hominibus minime ignota, id etiam ſecundum Hydroſtaticæ leges exequendi trademus modum.

Eſt vero aurum argento gravius, argentum ſtamno: ſi igitur ſtatuantur pondera æqualia, aliud quidem ex auro puro; ex auro, & argento, aut ſtamno ſecundum; majus erit impuri metalli volumen: vel ſi volumina ſint paria, majus erit puri, quam impuri metalli pondus. Hoc poſito, datum nummum, cujus bonitatem explorare volumus, ad bilancem exactiſſimam in aere, & in aqua expendo, inſimulque ejuſdem ponderis in aere, & in aqua diſcrimen, ſeu deperditam intra aquam gravitatem noto. Idem fiat periculum in ſimili alia probatiſſimi auri, & ejuſdem intra aerem ponderis moneta: hoc eſt; datæ monetæ pondus ope exactiſſimæ bilancis in aere examina: monetam quidem non lanci imponendo, ſed ope fili ſerici appendendo. Sit inventum monetæ pondus uncia una: ſimili prorſus modo, & eadem plane uncia adhibita, puri auri æquale pondus in aere inveniatur: tum vero utramque unciam monetæ ſcilicet, & puri auri ſimilibus ſericis filis ex bilancis brachiis hinc inde appenſis, omnia intra aquam immitte: ſi æquilibrium adhuc ſervatur, & eamdem utraque gravitatem in aqua amiſit; puriſſimum etiam ſuſpecti nummi eſt aurum: ſi majus hæc amiſit pondus; adulteratum eſt aurum; majus enim habet volumen, minorem proinde gravitatem ſpecificam. Quod ſi explorandum nummum cum alia nota moneta non quidem ſincera, ejuſdem tamen ponderis conferas, &, quæ modo diximus, exequaris; facile dignoſces, utra earum ſit ex impuriori auro conflata.

Non diſſimili ratione artificis dolum in aurea *Hieronis* Regis corona deprehendit *Archimedes*; dolum enim ſubodoratus *Hieron Archimedi* rem detegendam commiſit: qui coronam in vas aqua exacte plenum immiſit, inſimulque liquoris copiam, qui corona injecta effluxit, diligenter notavit; deinde in idemmet vas, aqua ſimiliter plenum, puriſſimum aurum, eodem atque corona, pondere præditum immiſit, minoremque aquæ effluxiſſe copiam deprehendit: minorem igitur, infert *Archimedes*, maſſam, ſeu volu-

men aurum puriſſimum; quam corona continent, licet idem habeant pondus; corona igitur eſt puriſſimo auro ſpecifice levior: ex auro igitur puro non eſt confecta. Hic tamen explorandi modus ad notabile in magnis quantitatibus diſcrimen præter propter dignoſcendum ſufficiens, ad exigui ponderis, & voluminis alia, ut ſunt nummi, & ſimilia, adhiberi commode non poteſt, ob plurimas, quibus eſt obnoxius, fallacias, quæ nulla hominum induſtria vitari poſſunt.

PROP. LXXXIV. PROBLEMA.

540. *Onerarias, aut alterius generis naves, in fluminibus, aut portu demerſas Hydroſtaticæ beneficio extrahere.*

Inter innumera pericula, quibus obnoxiæ ſunt naves, id infrequens non eſt, ut intra ipſos aliquando portus, modoſve in fluminibus, ob ventos hinc inde agitantibus, vel mille aliis de cauſſis tabulata, fundus, latera fatiſcant; eaque aquæ quantitatê intra navim ſemper influente, quam anthliæ nequeant exhaurire, ad fundum delabantur, illicque ſubſidant plurimis, & pretioſiſſimis mercibus onuſta navigia. Quod quidem ſi longe a littoribus eveniat malum; nullum illi ab hominibus, aut arte afferri poteſt remedium: ſi vel prope littora, vel intra etiam ipſos portus; aliqua tandem via non ſine fructu tentatur.

In id vero ſubtus navigii corpus (in quo eſt rei cardo) plurimi circumducendi ſunt funes, ſub prora potiſſimum, & puppi, vel ad ipſum navigii corpus fortiter alligandi: chordarum extremitatibus ſupra aquam extantibus plurima circumquaque dolia aere ſolum plena ita circumligentur, ut dolia, velut totidem bolidum capita, aut indices in maximo aquarum ab eo loco refluxu, ſeu depreſſione tenſis chordis ſupernatent: aqua iterum fluens, & ſenſim aſſurgens dolia ſpecifice multo leviora elevabit; elevari autem ea nequeunt, quin navigium etiam, cui tenſis chordis fortiſſime circumligantur, ſurſum trahant; navis autem e cœno, aut arena ſubducta facile ad ſuperiora educitur.

Quod ſi tantum ſit demerſi navigii pondus, ut doliorum ope extrahi non poſſit; unius, duarum, trium

na-

navium ope extrahetur, dummodo eæ ad demerſi navigii corpus fortiter alligentur, cæteraque eo, quem diximus, modo peragantur. Si eo in loco navigium pereat, ubi nullus, aut modicus ſit aquarum fluxus, & refluxus; alligata ad demerſam navim dolia, aqua impleantur, ut novo pondere intra aquam majori ex parte immergantur; doliis aqua plenis, & fere immerſis, tendantur chordæ: tum vero aqua e doliis antliarum ope hauriatur: evacuata dolia, cum ſint aqua jam longe leviora, magnis viribus ſeſe, & navigium attollent. Eadem ratione, qua navigia, alia etiam pondera intra flumina demerſa extrahi poſſunt: unam, quæ primo objicitur, difficultatem; qualiter ſcilicet infra aquas deſcendere, & tandiu illic immorari, quoad navigio circumligentur chordæ, homines poſſint, in Hydrometria explicabimus.

HYDRAULICA

PHYSICA,

SEU

De fluxu, viribus & menſura aquarum fluentium.

1. Hydroſtaticæ phyſicæ affine argumentum eſt *Hydraulica*, item phyſica fluida omnia gravia, imprimis vero aqua, in ſtatu quietis, aut motus ſpectari poſſunt, atque ſemper exiſtunt. In primo ſtatu fluida cum aliis fluidis, aut ſolidis corporibus comparata ita ſeſe mutuo premunt, ſuſtentant, impediunt, ut preſſionis æquilibrium ſervent, nullusque ſequatur motus: præter inteſtinum illum inſenſibilium particularum fluidi, quem in omnibus fere aſſeruimus. In ſecundo fluida, rupto æquilibrio ſuperatiſque impedimentis, ex gravitatis legibus moventur. Quæ primi fluidorum ſtatus propria ſunt, mutua ſcilicet eorum preſſio, ſuſtentatio, æquilibrium, & phænomena ex iis profluentia, *Hydroſtaticæ* argumentum exiſtunt: eaque in ſuperiori tractatu proſequimur, quantum Phyſicæ, & hujus operis fines patiuntur. Fluidorum motus, leges, vires, menſura, phænomena ad *Hydraulicam*: quam modo pro inſtituti noſtri ratione aggredimur. Cum omnia fluida gravia hiſce tractatibus complectamur, *Hygroſtica*, & *Hygraulica* potius, quam Hydroſtatica, & *Hydraulica* dici deberent: cum tamen potiſſimum in iis locum habeat aqua, Ὕδωρ græce nuncupata; a præcipua argumenti parte ad fluidum generatim omne Ὑγρὸς apud græcos dictum, nomen fuit derivatum. Utrumque illud caput, & fluidorum ſtatum generale eſſe totius Phyſicæ argumentum, ejuſque effectus latiſſime per totam naturam extendi, facile ex ipſamet rerum contemplatione edoceberis. Secundum preſſionis, æquilibrii, actionum & rationum leges, quibus fluida in fluida, aut ſolida mutuo agunt, præſens naturæ ordo conſiſtit.

2. Cum vires fluentium liquidorum in toto materialium rerum ſyſtemate locum habeant; licet antea hoc

hoc argumentum ab Hydroſtatica disjungerem, & inter peculiaris Phyſicæ tractatus diſponerem; re modo penitius conſiderata, ampliſſimum hoc naturalis philoſophiæ caput hydroſlicæ ſubjungere exiſtimavi. In duas vero partes tractatum dividemus: in priori aquam & tubis, & receptaculis fluentem ſpectabimus: in poſteriori de fluminum fluxu, viribus, dimenſione diſſeremus.

HYDRAULICÆ PHYSICÆ

PARS PRIMA.

De fluidis ex vaſe, ſeu receptaculo effluentibus, ſeu de aquarum effluxione ex vaſis.

DEFINITIO.

3. *Vaſa*, ex quibus aqua effluit, poſſunt eſſe perpendicularia, aut obliqua ad horizontem, quadrata, rotunda, pryſmatica, irregularia &c. qualiacumque tamen ſint, aut quomodocumque ad horizontem ſtatuantur; perinde eſt ad rem præſentem: dummodo aquæ altitudo eadem, ſit ut ex *Hydroſtatica* conſtat. *Foramina* etiam, per quæ e vaſis aqua effluit, vel ſunt lateralia, vel in fundo vaſis recta deorſum reſpiciunt. Eorum amplitudines vocantur *lumina*. Foramina communiter ſunt rotunda: fiunt etiam aliquando quadrata, aut alterius cujuſcumque figuræ: quoniam vero fluida continentium ſolidorum figuræ ſeſe accommodant ex propria met indole; aqua per canales, ſeu foramina effluens prope foramen ipſum luminis figuram habet: quare erit aliquando aqueum pryſma: frequentius tamen cylindrus. Tandem fluidum ipſum per foramen projectum nuncupatur *jactus*.

4. Fluida exilire poſſunt ex eodem ſeu æqualibus vaſis, vel e vaſis, quæ latitudine, aut altitudine, aut utraque differant: ab iis vero per æqualia, aut inæqualia foramina; rurſum vel aqua effluit e vaſe conſtanter pleno, vel e vaſe ſeſe paulatim implente, aut evacuante. In omnibus etiam hiſce caſibus conſideranda eſt aqua exiliens, fluxus, velocitas, tempus, quo deplentur vaſa: de hiſce omnibus ſeorſim agendum eſt.

DEFINITIO.

5. Fluida cum aliis fluidis, aut ſolidis corporibus comparata dicuntur eſſe *ſpecifice graviora*, aut *ſpecifice leviora*, aut *æqualis gravitatis ſpecificæ*: melius tamen dicerentur, *æque gravia*, *natura leviora*, aut *graviora*. Corpora *natura æque gravia* illa ſunt, quorum æqualia volumina æquale habent pondus; corpus *natura gravius* alio eſt, quod ſub æquali volumine majus habet pondus: hujuſmodi eſt hydrargirum ad aquam relatum: quod ſi minus habeat pondus ſub æquali volumine, dicetur *natura levius*. Hunc ſemper intelligimus ſenſum, cum fluidorum gravitates inter ſe, aut cum ſolidis in *Hydroſtatica*, aut *Hydraulica* comparamus.

Hæc nominis definitio *Hydroſtaticæ* præmittenda eſſet: illic tamen memoriæ lapſu omiſſa, *Hydraulicæ* ſaltem initio adjungitur; cum ſecundum illam ſæpe de fluidorum gravitate, & viribus per totam peculiarem Phyſicam differentes loquamur.

HYPOTHESES.

6. In primo Hydraulices limine illa omnia ſupponere licet, quæ ſuperius in Hydroſtatica demonſtravimus; eaque propter *poſtulata* potius, quam hypotheſes nuncupari debent.

1. Superiores aquæ partes inferiori aquæ incumbentes illam premunt: atque ad aſcendendum, aut exiliendum compellere adnituntur.

2. Hujuſmodi preſſio eſt aquarum altitudini proportionalis: quo altior ſcilicet fuerit aquæ columna; eo magis inferior aqua premetur, & ad effluendum urgebitur.

3. Inferior aqua a ſuperiori æque ad effluendum deorſum, ſurſum, aut in latera premitur: æqualiter ſcilicet per quamcumque directionem a ſuperiori aqua agitur.

Ex tribus hiſce poſtulatis ratione, & experientia conſtantibus ſequentia potiſſimum pendent, atque deducuntur.

PRO-

PROPOSITIO I.

7. *Si in eodem vaſe, aut receptaculo ad eamdem altitudinem a ſuperficie aquæ plura aperiantur foramina æqualia deorſum, in latera, aut ſurſum fluidum emittentia; eadem celeritate per illa omnia effluet aqua.*

Sit vas AB (fig. 40. tab. 3.) aqua conſtanter plenum: in eoque foramina æqualia CBD ſurſum, deorſum, in latus reſpicientia ad eamdem altitudinem aperiantur. In iis omnibus foraminibus eadem omnino eſt incumbentis aquæ preſſio, hoc eſt, vis, qua, apertis foraminibus, aqua in ipſis exiſtens, aut ad illa appellens urgetur, & ad effluendum compellitur: ſingulis ſcilicet prædictis foraminibus æquales aquæ columnæ prementes reſpondent, ut in *Hydroſtatica* explicavimus: opus igitur eſt, aquam per æqualia illa foramina cum æquali omnino celeritate effluere. Propoſitionem experimenta etiam confirmant, quorum aliqua citato loco indicavimus, alia videri poſſunt apud *Du-Hamel* (*a*). In hac, & ſequentibus propoſitionibus nonnihil diſcriminis obſervatur inter theoriam, & experimenta, cum foramina diverſam habent figuram, aut peripherias luminibus non proportionales: cujus rei cauſam inferius exponemus.

8. Nihil plane refert, quod foramina ſurſum, deorſum aut in latus reſpiciant: ut in poſtulatis poſuimus, & ſuperius demonſtravimus. Vera pariter eſt propoſitio, ſi foramina in diverſis vaſis aperiantur; quæcumque ſit eorum figura, amplitudo, ſitus: nihil plane hæc in effectum illum agunt, neque preſſionem augent, aut minuunt: dummodo æqualis in omnibus exiſtat aquarum ſupra foramina altitudo: ut in Hydroſtatica experimentis potiſſimum demonſtravimus. Unum hic diligenter animadvertendum: foraminis B in fundo aperti omnes partes ad eamdem profunditatem ut plurimum exiſtunt: id quod in foramine laterali D, aut ſurſum reſpiciente C locum fere non habet: aliæ aliis ejuſdem foraminis partes elevatiores ſunt: id igitur in aquis per hæc forami-na

(a) *Hiſtor. Acad. l. 1. ſ. 2, c. 4.*

ha effluentibus inter ſe conferendis curandum eſt, ut vel iſtiuſmodi diſparilitas in ſupputationem calculi ingrediatur, vel ita laterale, & ſurſum reſpiciens foramen D aperiantur, ut eorum fluxus centra in plano foraminis B deorſum reſpicientis exiſtant.

In hac, & ſequenti propoſitione effectum ejuſque legem aſſerimus, phyſicam effectus cauſſam indicamus, modo tamen indicatam inferius probabimus.

COROLLARIUM.

9. Aquæ igitur ab eodem, vel diverſis vaſis per foramina quæcumque æqualia, ad æqualem altitudinem, ſeu profunditatem aperta effluentes, ſunt inter ſe in ratione temporum, quibus effluunt: hoc eſt, æquales erunt aquarum effluentium maſſæ; ſi æqualia fuerint fluxuum tempora: inæquales maſſæ, ſi inæqualia tempora: dupla tempore duplo, tripla tempore triplo &c. Hæc veritas evidenter ex propoſitione deducitur: ſi enim foramina ſunt æqualia, & velocitates quoque æquales; eo plus aquæ effluet, quo longius fuerit effluendi tempus.

10. Id ſemper ſupponitur, aquarum in tubis altitudinem integro fluxus tempore conſtanter manere eamdem: variata enim altitudine, variatur etiam cauſſa celeritatis æqualis, & conſequenter etiam effectus, ſeu celeritas ipſa. Hæc vero proportio aquarum fluentium per diverſa ejuſdem, aut diverſorum vaſorum foramina relatu ad tempora, potiori jure locum habet, & exactius obſervatur in aqua ab eodem vaſe conſtanter pleno per idem foramen effluente, ut per ſe eſt manifeſtum.

PROPOSITIO II.

11. *Eadem etiam celeritate ab eodem, aut diverſis vaſis per foramina inæqualia, ad eamdem altitudinem aperta, effluunt aquæ: manente ſcilicet eadem aquæ in vaſe altitudine, quantumvis amplientur, aut coarctentur foramina.*

Hæc propoſitio ex eodem principio, ſeu cauſſa modo indicata, & ab experimentis, quod in re præſenti præcipuum caput eſt, ſimiliter demonſtratur. Concipiantur duo illa foramina inæqualia C D (fig. 40.) deor-

deorſum reſpicientia in unum coire, ſeu tertium fieri duobus ſimul æquale: nulla utique fit mutatio in cauſſa premente, & aquam ad fluxum adigente: idem igitur effectus ſequatur neceſſe eſt. Tantillum ſolummodo oriri poteſt diſcrimen, ſi foramina ejuſdem non ſint figuræ, ex diverſa frictione, ſeu reſiſtentia; quam in inæqualibus parium foraminum circumferentiis patitur fluens liquor.

12. Hinc vero conſequitur primo, *quod aquæ per inæqualia hæc foramina eodem, aut æquali tempore effluentes, ſint inter ſe directe, ut foramina*. Si capacitas, ſeu lumen primi foraminis ſit alterius duplum, triplum, quadruplum; per primum etiam aqua effluet dupla, tripla, quadrupla illius, quæ per ſecundum eodem tempore effluit.

13. *Si igitur foramina ſint plana ſimilia v. gr. circuli, erunt aquæ eodem tempore per illa effluentes, ut quadrata diametrorum, radiorum, aut peripheriarum* (a); omnia enim hæc in idem recidunt, ſeu eamdem inter ſe habent rationem: Planæ ſcilicet figuræ ſimiles quæcumque ſunt inter ſe, ut quadrata ſimilium laterum, vel peripheriarum, vel diametrorum, vel radiorum.

Quod de aqua exempli cauſſa dicimus, de cæteris omnibus liquoribus fluentibus pariter intelligimus.

14. *Quod ſi & foramina, & tempora fluxuum ſint inæqualia; erunt aquæ fluentes inter ſe, in ratione compoſita temporum, & foraminum*, ſeu temporis ad tempus, foraminis ad foramen. Pone v. gr. aquam tempore quadruplo per foramen B, alterius C etiam quadruplum, fluere: erit aqua effluens per B ad effluentem per C, ut 16. ad 1: Hæc ſcilicet eſt duarum rationum 4. 1: 4. 1. compoſitio (b).

15. *Si igitur tempora fluxuum ſint inter ſe in ratione reciproca foraminum; erunt aquæ fluentes omnino æquales*. Si rationum compoſitionem in *Geometria* expoſitam, & tertium *Geometriæ* elementum mente habes; non modo haſce, ſed plurimas alias temporum, aquarum, velocitatum, virium rationes, quæ in *Hydraulica* locum habent, & inferius attingentur, ex

te

(a) *Elem. Geometr. elem.* 3. *n.* 136. 137. 138.

(b) *Elem. Geom. n.* 21.

te ipſe dem nſtrab s. Dandum hic etiam eſt aliquid indicatæ ſtiſt onum reſiſtentiæ, inferius exponendæ.

PROPOSITIO III.

16. *Celeritates aquarum per foramina ad diverſas altitudines aperta effluentium ſunt inter ſe in ratione ſubduplicata altitudinum.*

Hæc propoſitio, quæ plurium aliarum eſt fundamentum, ratione quidem, experimentis vero potiſſimum evidenter conſtat. In vaſe C D (fig 37. tab. 3.) duo ſint æqualia, aut inæqualia foramina E F ad diverſas altitudines a ſtagnantis aquæ ſuperficie C aperta: ſit v. gr. C E altitudinis C F quadrupla: celeritas aquæ effluentis per E dupla eſt celeritatis aquæ fluentis per F: ſimiliſque ratio ſubduplicata in aliis quibuſcumque caſibus obſervatur.

17. Nulla forſan eſt veritas phyſica majori experimentorum numero confirmata. Illa imprimis ſcrupuloſe inſtituere *Mariotte* (*a*), *Guglielmini* (*b*), *Beſaguliers* (*c*), *Nollet* (*d*), *Poleni* (*e*). In eodem, in diverſis ejuſdem, aut variæ figuræ vaſis, per ſimilia, & diſſimilia, æqualia, & inæqualia foramina, ſurſum, deorſum, in latus reſpicientia res ſæpiſſime fuit diligenter explorata: ſemper vero aſſerta propoſitionis regula obſervari deprehenſa eſt. Solis igitur experimentis inſiſtendo, ſatis demonſtratum eſt, conſtantem illam eſſe, atque univerſalem omnium fluidorum legem ex vaſe, aut receptaculo ex ſola gravitate fluentium.

18. 2. Fluxus ipſius cauſſa ſatis etiam effectus legem demonſtrat. Aqua in vaſe contenta, & foramini ſuperior aquam inferiorem, & per foramen effluentem premit; ejuſmodi vero preſſionis vires phyſicam eſſe celeritatis fluxuum cauſſam, propoſitione quinta probabitur; ex ea cauſſa interim ſuppoſita aſſer-

---

(a) *Traitè du mouvement des eaux.*

(b) *Della natura de' fiumi.*

(c) *Cours de Phyſiq. t. 2. lect. 7. 8. &c.*

(d) *Lecons de Phyſique ſ. 3.*

(e) *Poleni lib. de Caſtellis. & etiam lib. de motu aquarum mixto.*

ſertam illam eſſe debere fluidorum legem ita demonſtratur. In caſu noſtro columna premens in E eſt quadrupla prementis in F: columnæ hujuſmodi, ſeu vires prementes ſunt cauſæ virium fluentis aquæ per E & F; quoniam igitur effectus eodem tempore editi ſunt cauſis ſuis proportionales; erit vis aquæ fluentis per E quadrupla virium aquæ exeuntis per F: ut autem hæc vera ſint, opus eſt, velocitatem in E eſſe duplam velocitatis in F: ſi enim dupla velocitate effluit per E; ergo eodem tempore dupla etiam aqua effluet per E; effluit igitur per E uno, eodemque tempore aqua 2. cum velocitate 2; per F vero aqua 1. cum velocitate 1: vires igitur, ſeu effectus, & actio in E eſt 4, ſeu 2 × 2; actio in F eſt 1, ſeu 1 × 1: vires enim corporum eſſe factum ex maſſis in velocitates ductis, ſatis in hoc & ſuperiori volumine fuit demonſtratum. Cum autem in quacumque alia fluxuum ratione & lege effectus non eſſet propoſitionalis cauſſæ; ſatis liquet, ex data illa cauſſa aſſertum ſequi debere effectum.

Ex hac propoſitione, experimentis, & ratione demonſtrata, ſequentia deducuntur luculentiſſimis pariter experimentis conformia.

19. Theorema I. *Altitudines* C F, C E (fig. 37.) *foraminum* F E, *per quæ aqua effluit, ſunt inter ſe, ut quadrata celeritatum effluentium aquarum.* Sunt enim celeritates in ratione ſubduplicata, hoc eſt, ut radices quadratæ altitudinum (*a*). Si igitur inter C F, C E mediam proportionalem C G invenias (*b*); erit celeritas per E ad celeritatem per F, ut C E ad C G.

20. Theorema II. *Si in dato quocumque vaſe, aut receptaculo aquarum conſtanter plenis foramina aperire velis per quæ aqua in data velocitatum ratione effluat; rem ita expedies.* Aſſume pro libito altitudinem primam v. gr. C E, quæ velocitatem per E exprimat, ſtatue deinde aliam C G, qua velocitas, ſeu ratio quæſita exprimitur; quære ad C E, CG tertiam proportionalem C F (*c*): hæc altitudinem indicabit, ad quam

(a) *Geom. Elem. n.* 22.
(b) *Elem. Geomet. n.* 252.
(c) *Elem. Geomet. n.* 258.

quam aliud foramen aperire oporteat. Quod ſi non ſolum velocitatum rationem, ſed velocitates etiam ipſas quæras; docenda ſtatim analogia rem obtinebis.

21. Theorema III. *Si & foramina E F, & tempora fluxuum ſint æqualia; ſolæque altitudines ſint inæquales; effluentium aquarum quantitates erunt inter ſe, ut radices quadratæ altitudinum; ſeu in ſubduplicata ratione altitudinum*. Eam vero rationem nullo negotio per Geometriam invenies, ut modo docuimus.

22. Theorema IV. *Si foramina quidem ſint æqualia, ſed & altitudines, & tempora inæqualia; erunt quantitates in ratione compoſita ex ratione temporum ſimplici, & ſubduplicata altitudinum*. Sit v. gr. altitudo C E, 4; C F, 1; effluat aqua per E tempore ſexies longiori, quam per F, v. gr. 6. horis; per F vero tempore ſolum unius horæ: erit aqua effluens per E ad effluentem per F; ut 2 × 6 ad 1 × 1: hoc eſt, ut 12 ad 1: ſi igitur tempora fluxuum ſint in ratione reciproca ſubduplicata altitudinum; æquales erunt aquarum maſſæ per utrumque foramen effluentes.

23. Theorema V. *Si & altitudines, & foramina, & tempora ſint inæqualia; erunt aquarum effluentium quantitates in ratione compoſita, ex ratione ſimplici temporis ad tempus, foraminis ad foramen, & ex ſubduplicata ratione altitudinum*. Quonam modo ratio compoſita ex pluribus rationibus componentibus elicienda ſit, in *Geometria* docuimus.

24. Omnia hæc evidenter deducuntur ex propoſitione, & experimentis comprobantur, habita ſolum tantillæ differentiæ ratione, quæ ex diverſa foraminum figura, atque certo inde raſionis diſcrimine oriri poteſt: Quod item de uno, eodemque vaſe diximus, de pluribus etiam figura, & amplitudine variis, & ſecum ipſis comparatis eædem rationes, & innumera paſſim experimenta demonſtrant: notiſſimum ſcilicet eſt, figuram, & amplitudinem vaſis ad effluentis aquæ velocitatem nihil omnino conferre, iſtamque ab altitudine penitus pendere.

25. Theorema VI. *Si ſupra foramen aquæ altitudo paulatim creſcat; celeritas etiam effluentis aquæ paulatim, & conſtanti ſemper ratione, ſubduplicata ſcilicet creſcentis altitudinis, creſcet*. E contrario autem, ſi aquæ altitudo paulatim decreſcat; effluentis etiam

iam

jam aquæ celeritas paulatim, ſed in conſtanti ſemper ratione, decreſcentis altitudinis ſubduplicata, decreſcet.

26. Utrumque & ex propoſitione ſponte deducitur, & ratio, atque experimenta quotidiana demonſtrant: aucta enim, aut diminuta cauſa, ſeu vi premente, augeri etiam, aut minui effectum in proportione auctæ, aut imminutæ cauſſæ, opus eſt: cauſſa eſt columna premens, quæ augetur, vel imminuitur per altitudinem additam, vel ſubtractam: effectus eſt vis aquæ cum velocitate effluentis, quæ ſit in ſubduplicata ratione altitudinis: ſi igitur concipiamus vel foramen E a ſuperficie C uſque ad fundum D paulatim deſcendere, vel aqueam ſuperficiem a fundo vaſis, & foramine E paulatim aſſurgere, aqua interim ſemper effluente, aquæ effluentis velocitatem in expoſita ratione augeri, facile intelligimus. Quodſi celeritatem effluentis aquæ effectum eſſe diceres, non quidem ſuperioris aquæ prementis, ſed concepti impetus, quo aqua ipſa deſcendit, in exponendo ſtatim ſenſu; conſtans ſemper eſt theorematis veritas, experimentis aliunde confirmata. Ex his iterum ſequentia deducuntur luculenter etiam experimentis confirmata.

PROPOSITIO IV.

27. *Vis, & celeritas, qua aqua e vaſe per foramen effluit, illa eadem eſt, quam eademmet aqua acquireret, ſi ab altitudine prementis aquæ ſupra foramen libere, & gravitate ſua deſcenderet.*

Sit altitudo perpendicularis CE (fig. 37) vaſis, ſeu prementis aquæ ſupra foramen 20. pedum: aqua per foramen E illa velocitate effluit, quam, ſi ab altitudine 20 pedum CE caderet, ſenſim ad finem uſque deſcenſus acquireret. Propoſitio eſt evidens ex dictis: celeritas aquæ effluentis eſt in ratione ſubduplicata altitudinis aquæ prementis (n. 16.): celeritas etiam corporis v. gr. aquæ cadentis, & cadendo motum accelerantis in fine deſcenſus per altitudinem v. gr. CE eſt pariter in ratione ſubduplicata ejuſdem altitudinis, ut ſupra in deſcenſus gravium theoria demonſtratum fuit: celeritas igitur aquæ effluentis eſt illa, quam ex dicta altitudine deſcendens acqui-

acquireret, & in fine deſcenſus haberet. Experimenta ejus rei gratia a *Poleni* accuratiſſime facta rem plane demonſtrant (*a*). Noverat ſcilicet *Poleni* experimenta a *Guglielmini*, & *Mariottè* olim peracta aſſertæ fluidorum legi non cohærere, ut ſtatim referemus: rem igitur diligentiſſime aggreſſus, omnibuſque ad incudem revocatis, & examinatis, aliquid diligentiæ in prioribus illis experimentis faciendis deſideratum eſſe comperit: experimentaque ipſa aſſertam propoſitionem probare. Clariora hæc ex ſtatim dicendis evadent.

28. *Propoſitio* ex effectibus etiam aliis experimento aliunde conſtantibus evincitur, quos ſtatim ex rei ipſius theoria jam probata, atque ab experientia citra ullum vitioſum circulum deducemus. Duo hæc ſcilicet in aqua per foramina exiliente obſervantur: 1. Aqua quæ per foramen quodcumque H (fig. 37.) ſurſum recta reſpiciens exilit, ad altitudinem uſque CG ſtagnantis aquæ aſcendit: jam vero ſuperius demonſtratum eſt, corpus ita aſcendens eam in H velocitatem habere, quam ex illa ipſa altitudine cadens acquireret. 2. Aqua per foramen E (fig. 42.) directione horizontali effluens eam deſcribit parabolam, cujus amplitudo RS eam eſſe aquæ celeritatem demonſtrat; quam corpus ex altitudine I cadens motu accelerato acquireret. Duo hæc, inquam, quæ clarius ſtatim explicabuntur, propoſitionem etiam ab experimento demonſtrant. Ex propoſitione vero ipſa, atque ex deſcendentium gravium corporum theoria manifeſto; tamquam corollaria, deducuntur ſequentia theoremata, experimentis alioquin confirmata.

29. Theorema I. *Aqua per foramen* E (fig. 42.) *directione horizontali erumpens motu æquabili exilit, & veluti projicitur*. Vis enim in fine deſcenſus acquiſita, qua aqua exilit, amplius non augetur per directionem horizontalem: igitur ex natura rei, atque naturæ legibus ejuſmodi motus debet eſſet æquabilis: hanc tamen motus æqualitatem reſiſtentia aëris impedit.

30.

(a) *Poleni de caſtellis: & in epiſt. Domino Marinoni ſcripta.*

30. Theorema II. *Manente vaſe aqua pleno, aquea columna per foramen* E *illo tempore effluens, quo grave altitudinem fluidi* C E *libere cadendo percurreret; eſt duplo longior, quam altitudo ipſa* C E: Aqua enim effluit, & erumpit motu æquabili, atque ea quidem celeritate, quam motu accelerato acquireret, ſi ab altitudine C E (fig. 37.) libere caderet: notum autem eſt ex theoria deſcenſus gravium (*a*); corpus ita motum conficere ſpatium duplum altitudinis C E, e qua fuit demiſſum, eo tempore, quo dictam altitudinem conficeret; cum igitur aqua effluens componat corpus continuum, aliaſque aliæ ſequantur partes; erit columna eo tempore effluens duplo longior altitudine. Contra hujus theorematis, & ſuperioris propoſitionis veritatem opponi poteſt argumentum experimentis etiam innixum: Si aqua per foramen E exiliens (fig. 42.) ea velocitate efflueret, quam ab I cadendo acquireret, ut diximus; eaque propter intra tempus, quo aqua ab altitudine I E laberetur; columna aquæ efflueret, cujus longitudo eſſet dupla altitudinis I E; in dato illo tempore cylindrus aquæ exiliret, cujus baſis eſſet foramen; altitudo autem dupla I E. Attamen *Mariotte*; atque *Guglielmini*; cum aquam per foramen intra datum tempus exilientem in vaſe reciperent, & per foraminis capacitatem dividerent; aquæ quantitatem, & columnæ longitudinem longe ſemper minorem inveniebant, quam in propoſitione, atque theoremate aſſerimus. Forſitan igitur fluida non perinde motum cadendo accelerant, atque ſolida corpora: forſan etiam fluida, ut in aliis bene multis; in hujus etiam continuati fluxus perennitate diverſis; ac ſolida, aguntur legibus.

31. Reſpondeo. Cum experimenta a *Guglielmini*, & *Mariotte* inſtituta *Marchio Poleni* iterum repeteret, & ſcrupuloſe examinaret, eas tandem in effluente aqua circumſtantias obſervavit, quas citati auctores non animadverterant: unde in eorum calculum error facile irrepſit: id vero non doctorum hominum vitio, ſed adhibitæ methodo referendum eſt. Totius rei fundum primus animadverterat *Nevvton*

(*a*)

(a) *Lect. 6. in hoc phyſ. volumine.*

(*a*) cylindrus aquæ per foramen E exiliens ad exiguam a foramine ipſo diſtantiam reſtringitur: diameter foraminis eſt ad cylindri reſtricti diametrum, ut 25 ad 21: ſectiones igitur, ſeu plana ſunt, ut 625 ad 441: ut igitur habeatur longitudo cylindri aquei, tota effluentis aquæ maſſa per ſectionem 441. dividi debet: dum igitur *Guglielmini*, atque *Mariotte*, ea reſtrictione non animadverſa, maſſam per foraminis amplitudinem 625 dividebant, minor, quam par erat, cylindri longitudo eliciebatur.

32. Rem eamdem poſt *Nevvtonum* obſervavit *Poleni*: quin imo tria inſuper animadvertit: 1. proportionem diametrorum eo eſſe majorem, quo anguſtiora ſunt foramina: quo ſcilicet ſubtilior eſt aqueus cylindrus, eo magis poſt foramen contrahitur. 2. variam eſſe cylindrorum contractionem pro diverſitate figurarum ipſorum foraminum: ſeu diverſæ foraminis figuræ diverſam reſpondere contractionem. 3. ſi loco ſimplicis, atque nudi foraminis adhibeatur tubus, per quem foramini inſertum effluat aqua; tum vero amplius non reſtringitur cylindrus aqueus: longeque plus aquæ per tubum, quam per nudum foramen, ejuſdem licet diametri, intra idem tempus effluit. Atque his omnibus animadverſis, & in calculum adductis, facile invenit, velocitatem aquæ per foramen E exilientis illam eſſe, quam corpus ſolidum per I E accelerato motu cadendo acquireret. Tantilla, quæ ſupereſt, differentia in aeris reſiſtentiam, & frictionem referri debet.

33. Theorema III. *Aqua e vaſe quocumque effluens* (fig. 37.), *atque per foramen* H *ſurſum proſiliens*, *ea vi proſilit qua ad altitudinem* H G *aſcendat illi æqualem*, *ad quam aqua in vaſe*, *ſeu receptaculo conſiſtit*. Hæc veritas quotidianis experimentis demonſtratur, innumerorum pene fontium, & aquæ ductuum univerſale principium exiſtit, atque ex ſuperiori propoſitione, aliis experimentis, & rationibus probata deducitur, ipſamque viciſſim confirmat. Corpus nimirum libere cadens, eam in fine deſcenſus vim acquiſitam habet, qua, ſi ſurſum projiciatur, ad eam altitu-

(a) *Philoſ. Natural. Princip. lib. 2. prop. 36.*

titudinem aſcendat, e qua deſcendit (*a*). Cum ergo hæc eadem ſit vis aquæ effluentis, & proſilientis per foramen, quam ſcilicet ab altitudine vaſis, ſeu aquæ in vaſe contentæ libere cadens acquireret; ad eamdem etiam altitudinem prædicta vi aſcendere opus eſt. Quod hic de vaſe diximus, de receptaculis quibuſcumque, lacubus, fluviis, fontibus ab uno ad alium locum ope canalium ſub terra latentium derivandis pariter intelligitur. In hac tamen veritate ad uſum reducenda ratio reſiſtentiæ ex frictione per canalium ſuperficies ortæ haberi debet.

34. Theorema IV. *Dum vas quodcumque, aqua per foramen effluente, depletur; erit motus effluentis aquæ æquabiliter retardatus: ſi vero effluente per foramen aqua, vas paulatim impleatur, & aquæ altitudo æquabiliter creſcat; erit effluentis aquæ motus æquabiliter acceleratus.* Cum enim effluentis aquæ celeritas eamdem rationem ſubduplicatam altitudinis æquabiliter creſcentis, aut decreſcentis habeat; erit illa celeritas æquabiliter in primo caſu retardata, accelerata in ſecundo.

35. Theorema V. *Si tempus, quo vas aqua plenum per foramen in fundo apertum evacuatur, in partes æquales dividamus, aquæ quantitates æqualibus temporibus effluentes, erunt inter ſe in ratione numerorum imparium arithmetice decreſcentium* 9. 7. 5. 3. 1. Atque idcirco ſi aquam primo tempore fluentem in 9. partes æquales dividamus; in ſecundo tempore effluent 7, in tertio 5 earumdemmet partium æqualium, & ſic de cæteris: ſi vero aquam ultimo tempore fluentem nuncupemus 1., & ordine inverſo aquam, & tempus computemus; erit aqua ſecundi temporis 3. tertii 5. &c.

36. Quod ſi aqua illa a vaſe B A (fig. 40.) per foramen D effluens, intra aliud vas, figuræ cylindri, aut pryſmatis I L influat; altitudines, ad quas aqua in ſecundo vaſe temporibus æqualibus aſcendit, ſeriem etiam numerorum imparium component 9. 7. 5. 3. 1. a fundo vaſis verſus ſummitatem aſcendendo. Hæc duo ex modo dictis & ex theoria corporum gravium libere deſcendentium, & ſurſum projectorum evi-

(a) *Lect. 6. Superius poſita.*

evidentia ſunt, atque inſuper experimento a *Picart* fuerunt demonſtrata (*a*). Atque hinc etiam rationem clepſydras ſeu horologia aquea conſtruendi ſtatim trademus.

PROPOSITIO V.

37. *Velocitas, & vis aquarum per foramina e vaſis, ſeu receptaculis effluentium ſunt effectus preſſionis aquæ foramini ipſi incumbentis.*

Cauſſam modo eorum effectuum definimus, quorum veritatem & leges huculque demonſtravimus. Foramini B (fig. 40.) columna fluidi incumbit, cujus altitudo ad aquæ ſuperficiem A extenditur, latitudo autem eſt ipſa foraminis capacitas. Recluditur foramen, aqua exilit, eaque celeritate fluit, quæ eſt altitudinis A B ſubduplicata: quænam igitur eſt hujus celeritatis cauſſa phyſica? aqueane columna foramini B reſpondens, hoc eſt, ſuperioris aquæ incumbentis preſſio, an potius aqua ipſa ab altitudine A motu accelerato cadens, eam cadendo acquirit celeritatem, qua deinde per foramen effluit? Utramvis earum effectus cauſſam aſſeras, omnia ſuperius demonſtrata, & ulterius demonſtranda perinde vera ſunt, & cauſſæ reſpondent. Phyſica igitur tantummodo proponitur quæſtio definienda: Circa quam Mathematici ipſi Hydraulices ſcriptores diſſentiunt: cum aliunde & de legum veritate conveniant, & aquæ celeritatem æque a preſſione, aut a cadente aqua generari poſſe non diffiteantur: Nonnulli præterea ſunt, qui de Hydraulices legibus proſequendis, & ſtatuendis ſolliciti, phyſicam earum cauſſam penitus omittunt. *Guglielmini* eſperimento *Edmundi Mariotte* ſtatim exponendo ductus caſum aquæ phyſicam rei cauſſam ſtatuit (*b*), atque ſecundum eamdem hypotheſim effectum eumdem explicaverat *Newton* (*c*). Cauſſam a nobis aſſertam præter quamplurimos alios tenuer e *Joannes Bernoulle* (*d*), *Hermanus* &c. (*e*).

38.

(a) *Hiſt. Acad. l.* 1. *c.* 4.
(b) *D. la nat. de' fiumi cap.* 1.
(c) *Phil. nat. princip. lib.* 2. *prop.* 36.
(d) *In actis erud torum an.* 1716.
(e) *Appendix Forononiæ n.* 10.

38. Propoſitionem ſatis evincam, ſi duo hæc demonſtrem, preſſionem eſſe cauſſam exiſtentem, præſentem, atque ſufficientem: lapſum vero aquæ acceleratum reapſe non exiſtere: *Primum*: Fluidorum partes ſuperiores in inferiores ponderant, eaſque premunt: id fuit in *Hydroſtatica* demonſtratum: tota igitur columna foramini incumbens aquam in foramine exiſtentem, & per illud effluentem premit. Rurſus hujuſmodi preſſio eſt ſemper in ratione altitudinis fluidorum, & hanc rationem ſequuntur etiam vires effluentis aquæ, quæ quidem preſſionis illius effectus proprius exiſtunt: fuit id etiam ſuperius numero 18. expoſitum. Tandem ut fluentis aquæ vires, hoc eſt, effectus preſſioni ſemper reſpondeant, illique æquales exiſtant, id unum opus erat, aquæ ſcilicet celeritatem eſſe ſemper in conſtanti ratione ſubduplicata altitudinis: ea vero eſt ratio, quæ conſtanter deprehenditur, & exactiſſime ſervatur: utrumque fuit in ſuperioribus demonſtratum: preſſio igitur incumbentis columnæ eſt cauſſa exiſtens, præſens, effectui producendo ſufficiens: atque idcirco ſecundum philoſophandi regulam alibi traditam, hæc una eſt illius effectus cauſſa. Quod erat primo demonſtrandum.

39. *Secundum*: Si aqua effluens per B ab altitudine A B reapſe motu accelerato, ut corpus ſolidum caderet, celeritatem, qua fluit, ita cadendo produceret: nullus tamen hic eſt hujuſmodi caſus: concipe totam aquam A B, aut ſolam columnam foramini reſpondentem in diverſas ſuperficies horizonti parallelas diviſam: nulla earum partium, ſeu ſuperficierum in fundum præcipitatur: ſuperior columnæ ſuperficies: idem de reliquis intellige lente ſolummodo deſcendit: neque enim columna illa per aliarum medium labitur, lateralibus interim columnis immotis: ſed inferiores potius ſingularum columnarum partes, æqualiter a ſuperioribus preſſæ indiſcriminatim per foramen effluunt, parteſque omnium columnarum ſuperiores ordine ſuo ſuccedunt, labuntur, fluunt. Rem ita eſſe, experimento comperit *Euſtachius Manfredi* (a), qui cum ſuperiorem aquæ ſuperficiem vivido

(a) *Annotazioni al Guglielmini ſopra la nat. de' fiumi: Annot. al capo I.*

vido colore tingeret, ut illius motus diſtingui clare poſſet, aquam ita coloratam non niſi lente admodum in fundum deſcendere animadvertit.

40. Propoſitionem igitur ex utroque indicato capite demonſtravimus: neque in argumentis hiſce proponendis aliquid aſſumpſimus experientiæ non conforme, aut hypotheſim ſapiens.

Duo tamen ſuperſunt diluenda, quibus contrarius opinandi modus innititur, 1. Si preſſio integræ columnæ foramini incumbentis ſtatuitur cauſſa celeritatis aquæ; aqua exiliens vix ac recluditur foramen a primo fluendi initio integram celeritatem haberet: integræ ſcilicet cauſſæ agenti integer reſpondere debet effectus: attamen, obſervante *Mariotte*, primæ aquæ guttæ per foramen effluentes ad minorem diſtantiam, minorique velocitate exiliunt, & projiciuntur, quam ſubſequens aqua: ita ut ea in aqua exiliente motus acceleratio deprehendi videatur, quæ in aqua ab altitudine I L (fig. 42.) cadente fieri debet.

41. Reſpondeo, quod priores exilientis aquæ guttæ minori celeritate projiciantur, quam totus deinceps cylindrus, id quidem non deſcendentis columnæ accelerato motui, ſed & aeri reſiſtenti, & modo aperiendi foramen tribuendum eſt. Sublatum concipe circumſtantem aerem, & foramen non ſenſim, ſed inſimul eodem temporis momento totum apertum; tum vero primæ etiam guttæ ad eamdem, ac ſubſequentes, diſtantiam profilirent. Foramina ita plerumque recluduntur, ut a tantilla apertura ad integram citiſſime quidem, ſucceſſione tamen aliqua perveniatur, priuſque tantillæ aquæ per rimas, quam per totam foraminis ſectionem effluxus permittatur aquæ: ad tantillæ autem illius aquæ motum imminuendum ſatis ſuperque eſt & frictio per ipſiuſmet rimæ labra facta, & externi aeris reſiſtentia.

42. Quo tamen fieri poſſet, inquies, ut ſi idem vas I L modo aqua, modo hydrargiro, aut aliis fluidis ſeorſim impleatur, æquali velocitate ab illo effluat aqua, atque hydrargirum; atque intra æquale tempus utroque ſeorſim fluido depleatur vas, ut obſervavit *Guglielmini* (a)? Cum preſſio ſit ſecundum altitu-

(a) *Loc. cit. cap. 1. prop. 5. corol. 6.*

titudinem; eadem altitudo minorem in denſiori hydrargiro, quam in aqua producere deberet velocitatem. *Reſpondeo*. Preſſio diverſorum fluidorum in fundo eſt in ratione altitudinis, & denſitatis: cum igitur eædem ſunt altitudines, preſſiones ſunt, ut denſitates: preſſio igitur hydrargiri eſt ad preſſionem aquæ, ut 14 ad 1: eademque eſt effectuum ratio: quod quidem exactiſſime in experimento ſervatur: effluunt ſcilicet paria fluidorum volumina: ſed eorum maſſæ; ac proinde vires, quibus effluunt, hoc eſt, effectus preſſionum ſunt, ut 14 ad 1: effectus igitur cauſſis reſpondent; & propoſitionem confirmant.

43. Opponi poteſt 2. Aqua in vorticem acta in vorticis medio dehiſcit, mediaque vorticis columna foramini inferiori reſpondens ſuperne excavari, & in fundum præcipitari videtur, perennique lateralium columnarum ſupplemento ſemper renovari. *Reſpondeo*. Vorticis generatio, neque cadentis columnæ, neque illius per foramen effluvii effectus eſt: ut pluſimum enim effluit ex vaſorum, ciſternarum, aut receptaculi cujuſcumque fundo aqua, quin ullus in ſuperiori ſuperficie efformetur vortex: ut paſſim omnes animadvertimus. Ex adverſo circumagitur ſæpiſſime aqua in vortices, cum ne gutta quidem e fundo effluat: ut in fluminibus quotidie obſervamus: Alia igitur eſt vorticum cauſſa a re præſenti penitus aliena: ea vero a motu aquæ in obſtaculum aliquod impingentis, & impedimenti ipſius diſpoſitione, atque figura potiſſimum pendet: indeque eſt, quod in ſtagnante aqua vix umquam efformantur vortices.

44. Non negaverim tamen, ex vaſorum figura, foraminum diſpoſitione, aliiſque circumſtantiis fieri aliquando, non modo ut columna foramini incumbens facilius aliquantulum, quam laterales columnæ, deorſum deprimatur, & deſcendat, quod faciliime concipitur; ſed præterea ut columna ipſa aliquo modo deorſum præcipitetur per foramen effluxura. Id ſane accideret, cum & foraminis, & tubi aquam continentis idem eſſet diameter atque ſectiones. Primum tamen propoſitioni noſtræ non opponitur, neque a nobis negatur: Secundum peculiaris tantum eſt caſus, quem neque nego, neque hac propoſitione proprie comprehendo.

PROP. VI. PROBLEMA.

45. *Data aquæ quantitate, quæ per datum foramen in data altitudine effluit, invenire altitudinem, ad quam idem aperiendum ſit foramem, ut per illud aqua effluat in data quacumque ratione.*

Problema nullo negotio ex haſtenus dictis ſolvitur: per foramen E in dato tempore, v. gr. unius horæ effluant 400. aquæ libræ, quæritur altitudo, ad quam aperire oporteat foramen, ut per illud eodem tempore aqua effluat in propoſita quacumque ratione, v. gr. 200. libræ aquæ. Statuatur primum ratio inter aquas effluentes 4, 2. Cum aquæ quantitates eodem tempore per idem, aut æqualia foramina effluentes, ſint inter ſe, ut celeritates; nihil aliud opus eſt, quam invenire altitudines, quæ ſint in duplicata ratione rationis datæ: altitudinem igitur CE (fig. 37.) divide in ratione data (*a*), hoc eſt, in caſu præſenti in ratione 2 ad 1: ſitque CG linea inventa: ad duas has altitudines, ſeu lineas quære tertiam proportionalem (*b*): ea erit altitudo, ad quam aperiri oportet foramen, ut per illud aqua in ratione data effluat.

PROP. VII. PROBLEMA.

46. *Data utriuſque foraminis altitudine* CE, CF (fig. 37.) *& ſimul aqua effluente ex* E *in dato tempore, invenire quantum aqua eodem tempore effluet per alium foramen* F.

Problema ſequens analogia reſolvet: altitudo CE eſt ad aquam per foramen E effluentem, ut media proportionalis inter altitudines datas CE, CF ad aquam quæſitam. Sunt enim aquarum maſſæ per æqualia foramina eodem tempore effluentes, in ratione ſubduplicata altitudinum, hoc eſt, ut prima altitudo v. gr. CE ad medium proportionalem inter primam CE & ſecundam CF; ut ſuperius demonſtravimus: igitur ſi inter datas altitudines CE, CF mediam

(a) *Elem. Geom. n.* 265.
(b) *Elem. Geom. n.* 258.

diam proportionalem CG invenias (*a*); ratio inter C E, CG erit ratio inter aquam effluentem per E tibi notam, & aquam quæſitam, quæ effluet per F.

47. Plura alia problemata proponi, atque reſolvi hoc loco ex demonſtratis facillime poſſent: ſed phyſicam ego philoſophiæ ſtudioſis ſcribo; alia matheſeos ſcriptoribus relinquamus.

Unum tamen ad hæc omnia ſolvenda eſt maxime neceſſarium, notum ſcilicet habere primum analogiæ terminum, ſeu certam aquæ quantitatem, quæ per datum foramen ad datam altitudinem dato tempore effluat; id vero habemus ex *Mariotte*, qui plurimis experimentis inſtitutis obſervavit, ad altitudinem 13 pedum Pariſienſium per foramen, cujus diameter erat quarta unius pollicis pars, primo tempore unius minuti primi quatuordecim pintas Pariſinas effluere: hoc primo dato, reliqua omnia nullo negotio expediuntur.

PROPOSITIO VIII.

48. *Aqua e vaſe per foramen recta ſurſum, aut deorſum exiliens lineam rectam deſcribit: ſi vero per directionem horizonti parallelam, aut obliquam proſiliat, parabolas deſcribet* (fig. 42.)

Prima pars propoſitionis probatione non indiget; ſecunda ex dictis etiam evidenter colligitur, atque ab experimentis demonſtratur. Aqua per foramen E erumpit motu horizontali æquabili; quamprimum vero e vaſe exit, vi gravitatis motu accelerato deorſum præcipitatur. Corpora autem hiſce duobus motibus acta parabolam deſcribere, ſuperius lectione ſeptima demonſtravimus. Perinde enim vero eſt ad hujuſmodi parabolæ deſcriptionem, ſolidum an fluidum corpus duplici illo feratur motu. Totius ſcilicet rei caput, & ſumma eſt, quod duplex ille ſimplex motus compoſitum efficit, quo parabola ſemper deſcribitur.

49. Eodem etiam loco demonſtratum fuit, corpus grave ſurſum oblique projectum parabolam deſcribere. Præterea vero utramque propoſitionis partem quo-

(a) *Elem. Geom. n.* 252.

te ipſe demonſtrabis. Dandum hic etiam eſt aliquid indicatæ frictionum reſiſtentiæ, inferius exponendæ.

PROPOSITIO III.

16. *Celeritates aquarum per foramina ad diverſas altitudines aperta effluentium ſunt inter ſe in ratione ſubduplicata altitudinum.*

Hæc propoſitio, quæ plurium aliarum eſt fundamentum, ratione quidem, experimentis vero potiſſimum evidenter conſtat. In vaſe C D (fig 37. tab. 3.) duo ſint æqualia, aut inæqualia foramina E F ad diverſas altitudines a ſtagnantis aquæ ſuperficie C aperta: ſit v. gr. C E altitudinis C F quadrupla: celeritas aquæ effluentis per E dupla eſt celeritatis aquæ fluentis per F: ſimiliſque ratio ſubduplicata in aliis quibuſcumque caſibus obſervatur.

17. Nulla forſan eſt veritas phyſica majori experimentorum numero confirmata. Illa imprimis ſcrupuloſe inſtituere *Mariotte* (*a*), *Guglielmini* (*b*), *Deſaguliers* (*c*), *Nollet* (*d*), *Poleni* (*e*). In eodem, in diverſis ejuſdem, aut variæ figuræ vaſis, per ſimilia, & diſſimilia, æqualia, & inæqualia foramina, ſurſum, deorſum, in latus reſpicientia res ſæpiſſime fuit diligenter explorata: ſemper vero aſſerta propoſitionis regula obſervari deprehenſa eſt. Solis igitur experimentis inſiſtendo, ſatis demonſtratum eſt, conſtantem illam eſſe, atque univerſalem omnium fluidorum legem ex vaſe, aut receptaculo ex ſola gravitate fluentium.

18. 2. Fluxus ipſius cauſſa ſatis etiam effectus legem demonſtrat. Aqua in vaſe contenta, & foramini ſuperior aquam inferiorem, & per foramen effluentem premit: ejuſmodi vero preſſionis vires phyſicam eſſe celeritatis fluxuum cauſſam, propoſitione quinta probabitur: ex ea cauſſa interim ſuppoſita aſſer-

(a) *Traité du mouvement des eaux.*
(b) *Della natura de' fiumi.*
(c) *Cours de Phyſiq. t. 2. lect. 7. 8. &c.*
(d) *Lecons de Phyſique f. 3.*
(e) *Poleni lib. de Caſtellis. & etiam lib. de motu aquarum mixto.*

ſertam illam eſſe debere fluidorum legem ita demonſtratur. In caſu noſtro columna premens in E eſt quadrupla prementis in F: columnæ hujuſmodi, ſeu vires prementes ſunt cauſſæ virium fluentis aquæ per E & F: quoniam igitur effectus eodem tempore editi ſunt cauſis ſuis proportionales; erit vis aquæ fluentis per E quadrupla virium aquæ exeuntis per F: ut autem hæc vera ſint, opus eſt, velocitatem in E eſſe duplam velocitatis in F: ſi enim dupla velocitate effluit per E; ergo eodem tempore dupla etiam aqua effluet per E; effluit igitur per E uno, eodemque tempore aqua 2. cum velocitate 2; per F vero aqua 1. cum velocitate 1: vires igitur, ſeu effectus, & actio in E eſt 4, ſeu 2 × 2; actio in F eſt 1, ſeu 1 × 1: vires enim corporum eſſe factum ex maſſis in velocitates ductis, ſatis in hoc & ſuperiori volumine fuit demonſtratum. Cum autem in quacunque alia fluxuum ratione & lege effectus non eſſet propoſitionalis cauſſæ; ſatis liquet, ex data illa cauſſa aſſertum ſequi debere effectum.

Ex hac propoſitione, experimentis, & ratione demonſtrata, ſequentia deducuntur luculentiſſimis pariter experimentis conformia.

19. Theorema I. *Altitudines* C F, C E (fig. 37.) *foraminum* F E, *per quæ aqua effluit, ſunt inter ſe, ut quadrata celeritatum effluentium aquarum.* Sunt enim celeritates in ratione ſubduplicata, hoc eſt, ut radices quadratæ altitudinum (*a*). Si igitur inter C F, C E mediam proportionalem C G invenias (*b*); erit celeritas per E ad celeritatem per F, ut C E ad C G.

20 Theorema II *Si in dato quocumque vaſe, aut receptaculo aquarum conſtanter plenis foramina aperire velis per quæ aqua in data velocitatum ratione effluat; rem ita expedies.* Aſſume pro libito altitudinem primam v. gr. C E, quæ velocitatem per E exprimat, ſtatue deinde aliam C G, qua velocitas, ſeu ratio quæſita exprimitur; quære ad C E, CG tertiam proportionalem C F (*c*): hæc altitudinem indicabit, ad

quam

(a) *Geom. Elem. n.* 22.
(b) *Elem. Geomet. n.* 252.
(c) *Elem. Geomet. n.* 258.

quam aliud foramen aperire oporteat. Quod ſi non ſolum velocitatum rationem, ſed velocitates etiam ipſas quæras; docenda ſtatim analogiâ rem obtinebis.

21. Theorema III. *Si & foramina E F, & tempora fluxuum ſint æqualia; ſolæque altitudines ſint inæquales; effluentium aquarum quantitates erunt inter ſe, ut radices quadratæ altitudinum; ſeu in ſubduplicata ratione altitudinum.* Eam vero rationem nullo negotio per Geometriam invenies, ut modo docuimus.

22. Theorema IV. *Si foramina quidem ſint æqualia, ſed & altitudines, & tempora inæqualia; erunt quantitates in ratione compoſita ex ratione temporum ſimplici, & ſubduplicata altitudinum.* Sit v. gr. altitudo C E, 4; C F, 1; effluat aqua per E tempore ſexies longiori, quam per F, v. gr. 6. horis; per F vero tempore ſolum unius horæ: erit aqua effluens per E ad effluentem per F; ut 2 × 6 ad 1 × 1: hoc eſt, ut 12 ad 1: ſi igitur tempora fluxuum ſint in ratione reciproca ſubduplicata altitudinum; æquales erunt aquarum maſſæ per utrumque foramen effluentes.

23. Theorema V. *Si & altitudines, & foramina, & tempora ſint inæqualia; erunt aquarum effluentium quantitates in ratione compoſita, ex ratione ſimplici temporis ad tempus, foraminis ad foramen, & ex ſubduplicata ratione altitudinum.* Quonam modo ratio compoſita ex pluribus rationibus componentibus elicienda ſit, in *Geometria* docuimus.

24. Omnia hæc evidenter deducuntur ex propoſitione, & experimentis comprobantur, habita ſolum tantillæ differentiæ ratione, quæ ex diverſa foraminum figura, atque certo inde raſionis diſcrimine oriri poteſt. Quod item de uno, eodemque vaſe diximus; de pluribus etiam figura, & amplitudine variis, & ſecum ipſis comparatis eædem rationes, & innumera paſſim experimenta demonſtrant: notiſſimum ſcilicet eſt, figuram, & amplitudinem vaſis ad effluentis aquæ velocitatem nihil omnino conferre, iſtamque ab altitudine penitus pendere.

25. Theorema VI. *Si ſupra foramen aquæ altitudo paulatim creſcat; celeritas etiam effluentis aquæ paulatim, & conſtanti ſemper ratione, ſubduplicata ſcilicet creſcentis altitudinis, creſcet.* E contrario autem, ſi aquæ altitudo paulatim decreſcat; effluentis etiam

iam

jam aquæ celeritas paulatim, ſed in conſtanti ſemper ratione, decreſcentis altitudinis ſubduplicata, decreſcet.

26. Utrumque & ex propoſitione ſponte deducitur, & ratio, atque experimenta quotidiana demonſtrant: aucta enim, aut diminuta cauſa, ſeu vi premente, augeri etiam, aut minui effectum in proportione auctæ, aut imminutæ cauſſæ, opus eſt: cauſſa eſt columna premens, quæ augetur, vel imminuitur per altitudinem additam, vel ſubtractam: effectus eſt vis aquæ cum velocitate effluentis, quæ ſit in ſubduplicata ratione altitudinis; ſi igitur concipiamus vel foramen E a ſuperficie C uſque ad fundum D paulatim deſcendere, vel aqueam ſuperficiem a fundo vaſis, & foramine E paulatim aſſurgere, aqua interim ſemper effluente, aquæ effluentis velocitatem in expoſita ratione augeri, facile intelligimus. Quodſi celeritatem effluentis aquæ effectum eſſe diceres, non quidem ſuperioris aquæ prementis, ſed concepti impetus, quo aqua ipſa deſcendit, in exponendo ſtatim ſenſu; conſtans ſemper eſt theorematis veritas, experimentis aliunde confirmata. Ex his iterum ſequentia deducuntur luculenter etiam experimentis confirmata.

PROPOSITIO IV.

27. *Vis, & celeritas, qua aqua e vaſe per foramen effluit, illa eadem eſt, quam eademmet aqua acquireret, ſi ab altitudine prementis aquæ ſupra foramen libere, & gravitate ſua deſcenderet.*

Sit altitudo perpendicularis CE (fig. 37) vaſis, ſeu prementis aquæ ſupra foramen 20. pedum: aqua per foramen E illa velocitate effluit, quam, ſi ab altitudine 20 pedum CE caderet, ſenſim ad finem uſque deſcenſus acquireret. Propoſitio eſt evidens ex dictis: celeritas aquæ effluentis eſt in ratione ſubduplicata altitudinis aquæ prementis (n. 16.): celeritas etiam corporis v. gr. aquæ cadentis, & cadendo motum accelerantis in fine deſcenſus per altitudinem v. gr. CE eſt pariter in ratione ſubduplicata ejuſdem altitudinis, ut ſupra in deſcenſus gravium theoria demonſtratum fuit: celeritas igitur aquæ effluentis eſt illa, quam ex dicta altitudine deſcendens acqui-

acquireret, & in fine deſcenſus haberet. Experimenta ejus re, gratia a *Poleni* accuratiſſime ſacta rem plane demonſtrant (*a*). Noverat ſcilicet *Poleni* experimenta a *Guglielmini*, & *Mariotte* olim peracta aſſertæ fluidorum legi non cohærere, ut ſtatim referemus: rem igitur diligentiſſime aggreſſus, omnibusque ad incudem revocatis, & examinatis; aliquid diligentiæ in prioribus illis experimentis faciendis deſideratum eſſe comperit: experimentaque ipſa aſſertam propoſitionem probare. Clariora hæc ex ſtatim dicendis evadent.

28. *Propoſitio* ex effectibus etiam aliis experimento aliunde conſtantibus evincitur, quos ſtatim ex rei ipſius theoria jam probata, atque ab experientia citra ullum vitioſum circulum deducemus. Duo hæc ſcilicet in aqua per foramina exiliente obſervantur: 1. Aqua quæ per foramen quodcumque H (fig. 37.) ſurſum recta reſpiciens exilit, ad altitudinem uſque CG ſtagnantis aquæ aſcendit: jam vero ſuperius demonſtratum eſt, corpus ita aſcendens eam in H velocitatem habere, quam ex illa ipſa altitudine cadens acquireret. 2. Aqua per foramen E (fig. 42.) directione horizontali effluens eam deſcribit parabolam, cujus amplitudo RS eam eſſe aquæ celeritatem demonſtrat; quam corpus ex altitudine I cadens motu accelerato acquireret. Duo hæc, inquam, quæ clarius ſtatim explicabuntur, propoſitionem etiam ab experimento demonſtrant. Ex propoſitione vero ipſa, atque ex deſcendentium gravium corporum theoria manifeſto; tamquam corollaria, deducuntur ſequentia theoremata; experimentis alioquin confirmata:

29. Theorema I. *Aqua per foramen* E (fig. 42.) *directione horizontali erumpens motu æquabili exilit, & veluti projicitur*. Vis enim in fine deſcenſus acquiſita, qua aqua exilit, amplius non augetur per directionem horizontalem: igitur ex natura rei, atque naturæ legibus ejuſmodi motus debet eſſet æquabilis: hanc tamen motus æqualitatem reſiſtentia aëris impedit.

30.

(a) *Poleni de caſtellis: & in epiſt. Domino Marinoni ſcripta.*

30. Theorema II. *Manente vaſe aqua pleno, aqueà columna per foramen E illo tempore effluens, quo grave altitudinem fluidi CE libere cadendo percurreret; eſt duplo longior, quam altitudo ipſa CE:* Aqua enim effluit, & erumpit motu æquabili, atque ea quidem celeritate, quam motu accelerato acquireret; ſi ab altitudine CE (fig. 37.) libere caderet: notum autem eſt ex theoria deſcenſus gravium (*a*); corpus ita motum conficere ſpatium duplum altitudinis CE, è qua fuit demiſſum, eo tempore, quo dictam altitudinem conficeret; cum igitur aqua effluens componat corpus continuum, aliaſque aliæ ſequantur partes; erit columna eo tempore effluens duplo longior altitudine: Contra hujus theorematis, & ſuperioris propoſitionis veritatem opponi poteſt argumentum experimentis etiam innixum: Si aqua per foramen E exiliens (fig. 42.) ea velocitate efflueret, quam ab I cadendo acquireret, ut diximus; eaque propter intra tempus, quo aqua ab altitudine IE laberetur, columna aquæ efflueret, cujus longitudo eſſet dupla altitudinis IE; in dato illo tempore cylindrus aquæ exiliret, cujus baſis eſſet foramen, altitudo autem dupla IE: Attamen *Mariotte*, atque *Guglielmini*, cum aquam per foramen intra datum tempus exilientem in vaſe reciperent, & per foraminis capacitatem dividerent; aquæ quantitatem, & columnæ longitudinem longe ſemper minorem inveniebant, quam in propoſitione, atque theoremate aſſerimus. Forſitan igitur fluida non perinde motum cadendo accelerant, atque ſolida corpora: forſan etiam fluida, ut in aliis bene multis; in hujus etiam continuati fluxus perennitate diverſis, ac ſolida, aguntur legibus.

31. Reſpondeo: Cum experimenta a *Guglielmini*, & *Mariotte* inſtituta *Marchio Poleni* iterum repeteret, & ſcrupuloſe examinaret, eas tandem in effluente aqua circumſtantias obſervavit, quas citati auctores non animadverterant: unde in eorum calculum error facile irrepſit: id vero non doctorum hominum vitio, ſed adhibitæ methodo referendum eſt. Totius rei fundum primus animadverterat *Nevvton*

(*a*)

(a) *Lect. 6. in hoc phyſ. volumine.*

(a) cylindrus aquæ per foramen E exiliens ad exiguam a foramine ipſo diſtantiam reſtringitur: diameter foraminis eſt ad cylindri reſtricti diametrum, ut 25 ad 21: ſectiones igitur, ſeu plana ſunt, ut 625 ad 441: ut igitur habeatur longitudo cylindri aquei, tota effluentis aquæ maſſa per ſectionem 441. dividi debet: dum igitur *Guglielmini*, atque *Mariotte*, ea reſtrictione non animadverſa, maſſam per foraminis amplitudinem 625 dividebant, minor, quam par erat, cylindri longitudo eliciebatur.

32. Rem eamdem poſt *Nevvtonum* obſervavit *Poleni*: quin imo tria inſuper animadvertit: 1. proportionem diametrorum eo eſſe majorem, quo anguſtiora ſunt foramina: quo ſcilicet ſubtilior eſt aqueus cylindrus, eo magis poſt foramen contrahitur. 2. variam eſſe cylindrorum contractionem pro diverſitate figurarum ipſorum foraminum: ſeu diverſæ foraminis figuræ diverſam reſpondere contractionem. 3. ſi loco ſimplicis, atque nudi foraminis adhibeatur tubus, per quem foramini inſertum effluat aqua; tum vero amplius non reſtringitur cylindrus aqueus: longeque plus aquæ per tubum, quam per nudum foramen, ejuſdem licet diametri, intra idem tempus effluit. Atque his omnibus animadverſis, & in calculum adductis, facile invenit, velocitatem aquæ per foramen E exilientis illam eſſe, quam corpus ſolidum per I E accelerato motu cadendo acquireret. Tantilla, quæ ſupereſt, differentia in aeris reſiſtentiam, & frictionem referri debet.

33. Theorema III. *Aqua e vaſe quocumque effluens* (fig. 37.), *atque per foramen* H *ſurſum proſiliens*, *ea vi proſilit qua ad altitudinem* H G *aſcendat illi æqualem*, *ad quam aqua in vaſe*, *ſeu receptaculo conſiſtit*. Hæc veritas quotidianis experimentis demonſtratur, innumerorum pene fontium, & aquæ ductuum univerſale principium exiſtit, atque ex ſuperiori propoſitione, aliis experimentis, & rationibus probata deducitur, ipſamque viciſſim confirmat. Corpus nimirum libere cadens, eam in fine deſcenſus vim acquiſitam habet, qua, ſi ſurſum projiciatur, ad eam altitu-

---

(a) *Philoſ. Natural. Princip. lib. 2. prop. 36.*

titudinem aſcendat, e qua deſcendit (*a*). Cum ergo hæc eadem ſit vis aquæ effluentis, & proſilientis per foramen, quam ſcilicet ab altitudine vaſis, ſeu aquæ in vaſe contentæ libere cadens acquireret; ad eamdem etiam altitudinem prædicta vi aſcendere opus eſt. Quod hic de vaſe diximus, de receptaculis quibuſcumque, lacubus, fluviis, fontibus ab uno ad alium locum ope canalium ſub terra latentium derivandis pariter intelligitur. In hac tamen veritate ad uſum reducenda ratio reſiſtentiæ ex frictione per canalium ſuperficies ortæ haberi debet.

34. Theorema IV. *Dum vas quodcumque, aqua per foramen effluente, depletur; erit motus effluentis aquæ æquabiliter retardatus: ſi vero effluente per foramen aqua, vas paulatim impleatur, & aquæ altitudo æquabiliter creſcat; erit effluentis aquæ motus æquabiliter acceleratus.* Cum enim effluentis aquæ celeritas eamdem rationem ſubduplicatam altitudinis æquabiliter creſcentis, aut decreſcentis habeat; erit illa celeritas æquabiliter in primo caſu retardata, accelerata in ſecundo.

35. Theorema V. *Si tempus, quo vas aqua plenum per foramen in fundo apertum evacuatur, in partes æquales dividamus, aquæ quantitates æqualibus temporibus effluentes, erunt inter ſe in ratione numerorum imparium arithmetice decreſcentium* 9. 7. 5. 3. 1. Atque idcirco ſi aquam primo tempore fluentem in 9. partes æquales dividamus; in ſecundo tempore effluent 7, in tertio 5 earumdemmet partium æqualium, & ſic de cæteris: ſi vero aquam ultimo tempore fluentem nuncupemus 1., & ordine inverſo aquam, & tempus computemus; erit aqua ſecundi temporis 3. tertii 5. &c.

36. Quod ſi aqua illa a vaſe B A (fig. 40.) per foramen D effluens, intra aliud vas, figuræ cylindri, aut pryſmatis I L influat; altitudines, ad quas aqua in ſecundo vaſe temporibus æqualibus aſcendit, ſeriem etiam numerorum imparium component 9. 7. 5. 3. 1. a fundo vaſis verſus ſummitatem aſcendendo. Hæc duo ex modo dictis & ex theoria corporum gravium libere deſcendentium, & ſurſum projectorum evi-

(a) *Lect. 6. Superius poſita.*

evidentia ſunt, atque inſuper experimento a *Picart* fuerunt demonſtrata (*a*). Atque hinc etiam rationem clepſydras ſeu horologia aquea conſtruendi ſtatim tratemus.

PROPOSITIO V.

37. *Velocitas, & vis aquarum per foramina e vaſis, ſeu receptaculis effluentium ſunt effectus preſſionis aquæ foramini ipſi incumbentis.*

Cauſſam modo eorum effectuum definimus, quorum veritatem & leges hucuſque demonſtravimus. Foramini B (fig. 40.) columna fluidi incumbit, cujus altitudo ad aquæ ſuperficiem A extenditur, latitudo autem eſt ipſa foraminis capacitas. Recluditur foramen, aqua exilit, eaque celeritate fluit, quæ eſt altitudinis A B ſubduplicata: quænam igitur eſt hujus celeritatis cauſſa phyſica? àqueane columna foramini B reſpondens, hoc eſt, ſuperioris aquæ incumbentis preſſio, an potius aqua ipſa ab altitudine A motu accelerato cadens, eam cadendo acquirit celeritatem, qua deinde per foramen effluit? Utramvis earum effectus cauſſam aſſeras, omnia ſuperius demonſtrata, & ulterius demonſtranda perinde vera ſunt, & cauſſæ reſpondent. Phyſica igitur tantummodo proponitur quæſtio definienda: Circa quam Mathematici ipſi Hydraulices ſcriptores diſſentiunt: cum aliunde & de legum veritate conveniant, & aquæ celeritatem æque a preſſione, aut a cadente aqua generari poſſe non diffiteantur. Nonnulli præterea ſunt, qui de Hydraulices legibus proſequendis, & ſtatuendis ſoliciti, phyſicam earum cauſſam penitus omittunt. *Guglielmini* eſperimento *Edmundi Mariotte* ſtatim exponendo ductus caſum aquæ phyſicam rei cauſſam ſtatuit (*b*), atque ſecundum eamdem hypotheſim effectum eumdem explicaverat *Newton* (*c*). Cauſſam a nobis aſſertam præter quamplurimos alios tenuere *Joannes Bernoulle* (*d*), *Hermanus* &c. (*e*).

38.

(a) *Hiſt. Acad. l.* 1. *c.* 4.
(b) *De la nat. de' fiumi cap.* 1.
(c) *Phil. nat. princip. lib.* 2. *prop.* 36.
(d) *In actis erud torum an.* 1716.
(e) *Appendix Forenomiæ n.* 10.

38. Propoſitionem ſatis evincam, ſi duo hæc demonſtrem, preſſionem eſſe cauſſam exiſtentem, præſentem, atque ſufficientem: lapſum vero aquæ acceleratum reapſe non exiſtere. *Primum*: Fluidorum partes ſuperiores in inferiores ponderant, eaſque premunt: id fuit in *Hydroſtatica* demonſtratum: tota igitur columna foramini incumbens aquam in foramine exiſtentem, & per illud effluentem premit. Rurſus hujuſmodi preſſio eſt ſemper in ratione altitudinis fluidorum, & hanc rationem ſequuntur etiam vires effluentis aquæ, quæ quidem preſſionis illius effectus proprius exiſtunt: fuit id etiam ſuperius numero 18. expoſitum. Tandem ut fluentis aquæ vires, hoc eſt, effectus preſſioni ſemper reſpondeant, illique æquales exiſtant, id unum opus erat, aquæ ſcilicet celeritatem eſſe ſemper in conſtanti ratione ſubduplicata altitudinis: ea vero eſt ratio, quæ conſtanter deprehenditur, & exactiſſime ſervatur: utrumque fuit in ſuperioribus demonſtratum: preſſio igitur incumbentis columnæ eſt cauſſa exiſtens, præſens, effectui producendo ſufficiens: atque idcirco ſecundum philoſophandi regulam alibi traditam, hæc una eſt illius effectus cauſſa. Quod erat primo demonſtrandum.

39. *Secundum*: Si aqua effluens per B ab altitudine A B reapſe motu accelerato, ut corpus ſolidum caderet, celeritatem, qua fluit, ita cadendo produceret: nullus tamen hic eſt hujuſmodi caſus: concipe totam aquam A B, aut ſolam columnam foramini reſpondentem in diverſas ſuperficies horizonti parallelas diviſam: nulla earum partium, ſeu ſuperficierum in fundum præcipitatur: ſuperior columnæ ſuperficies: idem de reliquis intellige lente ſolummodo deſcendit: neque enim columna illa per aliarum medium labitur, lateralibus interim columnis immotis: ſed inferiores potius ſingularum columnarum partes, æqualiter a ſuperioribus preſſæ indiſcriminatim per foramen effluunt, parteſque omnium columnarum ſuperiores ordine ſuo ſuccedunt, labuntur, fluunt. Rem ita eſſe, experimento comperit *Euſtachius Manfredi* (a), qui cum ſuperiorem aquæ ſuperficiem vivido

(a) *Annotazioni al Guglielmini ſopra la nat. de' fiumi. Annot. al capo 1.*

vido colore tingeret, ut illius motus diſtingui clare poſſet, aquam ita coloratam non niſi lente admodum in fundum deſcendere animadvertit.

40. Propoſitionem igitur ex utroque indicato capite demonſtravimus: neque in argumentis hiſce proponendis aliquid aſſumpſimus experientiæ non conforme, aut hypotheſim ſapiens.

Duo tamen ſuperſunt diluenda, quibus contrarius opinandi modus innititur, 1. Si preſſio integræ columnæ foramini incumbentis ſtatuitur cauſſa celeritatis aquæ; aqua exiliens vix ac recluditur foramen a primo fluendi initio integram celeritatem haberet: integræ ſcilicet cauſſæ agenti integer reſpondere debet effectus: attamen, obſervante *Mariotte*, primæ aquæ guttæ per foramen effluentes ad minorem diſtantiam, minorique velocitate exiliunt, & projiciuntur, quam ſubſequens aqua: ita ut ea in aqua exiliente motus acceleratio deprehendi videatur, quæ in aqua ab altitudine I L (fig. 42.) cadente fieri debet.

41. Reſpondeo, quod priores exilientis aquæ guttæ minori celeritate projiciantur, quam totus deinceps cylindrus, id quidem non deſcendentis columnæ accelerato motui, ſed & aeri reſiſtenti, & modo aperiendi foramen tribuendum eſt. Sublatum concipe circumſtantem aerem, & foramen non ſenſim, ſed inſimul eodem temporis momento totum apertum; tum vero primæ etiam guttæ ad eamdem, ac ſubſequentes, diſtantiam proſilirent. Foramina ita plerumque recluduntur, ut a tantilla apertura ad integram citiſſime quidem, ſucceſſione tamen aliqua perveniatur, priuſque tantillæ aquæ per rimas, quam per totam foraminis ſectionem effluxus permittatur aquæ: ad tantillæ autem illius aquæ motum imminuendum ſatis ſuperque eſt & frictio per ipſiuſmet rimæ labra facta, & externi aeris reſiſtentia.

42. Quo tamen fieri poſſet, inquies, ut ſi idem vas I L modo aqua, modo hydrargiro, aut aliis fluidis ſeorſim impleatur, æquali velocitate ab illo effluat aqua, atque hydrargirum; atque intra æquale tempus utroque ſeorſim fluido depleatur vas, ut obſervavit *Guglielmini* (a)? Cum preſſio ſit ſecundum altitu-

(a) *Loc. cit. cap. 1. prop. 5. corol. 6.*

titudinem; eadem altitudo minorem in denſiori hydrargiro, quam in aqua producere deberet velocitatem. *Reſpondeo*. Preſſio diverſorum fluidorum in fundo eſt in ratione altitudinis, & denſitatis: cum igitur eædem ſunt altitudines, preſſiones ſunt, ut denſitates: preſſio igitur hydrargiri eſt ad preſſionem aquæ, ut 14 ad 1: eademque eſt effectuum ratio: quod quidem exactiſſime in experimento ſervatur: effluunt ſcilicet paria fluidorum volumina: ſed eorum maſſæ; ac proinde vires, quibus effluunt, hoc eſt, effectus preſſionum ſunt, ut 14 ad 1: effectus igitur cauſſis reſpondent; & propoſitionem confirmant.

43. Opponi poteſt 2. Aqua in vorticem acta in vorticis medio dehiſcit, mediaque vorticis columna foramini inferiori reſpondens ſuperne excavari, & in fundum præcipitari videtur; perennique lateralium columnarum ſupplemento ſemper renovari. *Reſpondeo*. Vorticis generatio, neque cadentis columnæ; neque illius per foramen effluvii effectus eſt: ut pluſimum enim effluit ex vaſorum, ciſternarum, aut receptaculi cujuſcumque fundo aqua, quin ullus in ſuperiori ſuperficie efformetur vortex: ut paſſim omnes animadvertimus. Ex adverſo circumagitur ſæpiſſime aqua in vortices, cum ne gutta quidem e fundo effluat: ut in fluminibus quotidie obſervamus: Alia igitur eſt vorticum cauſſa a re præſenti penitus aliena: ea vero a motu aquæ in obſtaculum aliquod impingentis, & impedimenti ipſius diſpoſitione, atque figura potiſſimum pendet: indeque eſt, quod in ſtagnante aqua vix umquam efformantur vortices.

44. Non negaverim tamen, ex vaſorum figura, foraminum diſpoſitione, aliiſque circumſtantiis fieri aliquando, non modo ut columna foramini incumbens facilius aliquantulum, quam laterales columnæ, deorſum deprimatur, & deſcendat, quod facillime concipitur; ſed præterea ut columna ipſa aliquo modo deorſum præcipitetur per foramen effluxura. Id ſane accideret, cum & foraminis, & tubi aquam continentis idem eſſet diameter atque ſectiones. Primum tamen propoſitioni noſtræ non opponitur, neque a nobis negatur: Secundum peculiaris tantum eſt caſus, quem neque nego, neque hac propoſitione proprie comprehendo.

PROP. VI. PROBLEMA.

45. *Data aquæ quantitate, quæ per datum foramen, in data altitudine effluit, invenire altitudinem, ad quam idem aperiendum ſit foramem, ut per illud aqua effluat in data quacumque ratione.*

Problema nullo negotio ex haſtenus dictis ſolvitur: per foramen E in dato tempore, v. gr. unius horæ effluant 400. aquæ libræ, quæritur altitudo, ad quam aperire oporteat foramen, ut per illud eodem tempore aqua effluat in propoſita quacumque ratione, v. gr. 200. libræ aquæ. Statuatur primum ratio inter aquas effluentes 4, 2. Cum aquæ quantitates eodem tempore per idem, aut æqualia foramina effluentes, ſint inter ſe, ut celeritates; nihil aliud opus eſt, quam invenire altitudines, quæ ſint in duplicata ratione rationis datæ: altitudinem igitur CE (fig. 37.) divide in ratione data (*a*), hoc eſt, in caſu præſenti in ratione 2 ad 1: ſitque CG linea inventa: ad duas has altitudines, ſeu lineas quære tertiam proportionalem (*b*): ea erit altitudo, ad quam aperiri oportet foramen, ut per illud aqua in ratione data effluat.

PROP. VII. PROBLEMA.

46. *Data utriuſque foraminis altitudine* CE, CF (fig. 37.) *& inſimul aqua effluente ex* E *in dato tempore, invenire quantum aqua eodem tempore effluet per aliud foramen* F.

Problema ſequens analogia reſolvet: altitudo CE eſt ad aquam per foramen E effluentem, ut media proportionalis inter altitudines datas CE, CF ad aquam quæſitam. Sunt enim aquarum maſſæ per æqualia foramina eodem tempore effluentes, in ratione ſubduplicata altitudinum, hoc eſt, ut prima altitudo v. gr. CE ad medium proportionalem inter primam CE & ſecundam CF; ut ſuperius demonſtravimus: igitur ſi inter datas altitudines CE, CF mediam

(a) *Elem. Geom. n.* 265.
(b) *Elem. Geom. n.* 258.

diam proportionalem CG invenias (*a*); ratio inter C E, CG erit ratio inter aquam effluentem per E tibi notam, & aquam quæſitam, quæ effluet per F.

47. Plura alia problemata proponi, atque reſolvi hoc loco ex demonſtratis facillime poſſent: ſed phyſicam ego philoſophiæ ſtudioſis ſcribo; alia matheſeos ſcriptoribus relinquamus.

Unum tamen ad hæc omnia ſolvenda eſt maxime neceſſarium, notum ſcilicet habere primum analogiæ terminum, ſeu certam aquæ quantitatem, quæ per datum foramen ad datam altitudinem dato tempore effluat; id vero habemus ex *Mariotte*, qui plurimis experimentis inſtitutis obſervavit, ad altitudinem 13 pedum Pariſienſium per foramen, cujus diameter erat quarta unius pollicis pars, primo tempore unius minuti primi quatuordecim pintas Pariſinas effluere: hoc primo dato, reliqua omnia nullo negotio expediuntur.

PROPOSITIO VIII.

48. *Aqua e vaſe per foramen recta ſurſum, aut deorſum exiliens lineam rectam deſcribit: ſi vero per directionem horizonti parallelam, aut obliquam proſiliat, parabolas deſcribet* (fig. 42.)

Prima pars propoſitionis probatione non indiget, ſecunda ex dictis etiam evidenter colligitur, atque ab experimentis demonſtratur. Aqua per foramen E erumpit motu horizontali æquabili; quamprimum vero e vaſe exit, vi gravitatis motu accelerato deorſum præcipitatur. Corpora autem hiſce duobus motibus acta parabolam deſcribere, ſuperius lectione ſeptima demonſtravimus. Perinde enim vero eſt ad hujuſmodi parabolæ deſcriptionem, ſolidum an fluidum corpus duplici illo feratur motu. Totius ſcilicet rei caput, & ſumma eſt, quod duplex ille ſimplex motus compoſitum efficit, quo parabola ſemper deſcribitur.

49. Eodem etiam loco demonſtratum fuit, corpus grave ſurſum oblique projectum parabolam deſcribere. Præterea vero utramque propoſitionis partem quo-

(a) *Elem. Geom. n.* 252.

quotidiana, & obvia paſſim experimenta confirmant. Ex modo etiam dictis, atque ex iis, quæ citato in loco demonſtravimus, facile eſt definire altitudines jactuum, ſeu parabolarum, quas aqua oblique exiliens deſcribit. Data enim altitudine aquæ ſupra foramen, datur vis, qua projicitur, aut proſilit aqua: datur etiam, aut inveniri facile poteſt angulus elevationis jactus aquæ: his vero datis, quæcumque altitudines parabolarum proſilientis aquæ inveniri poſſunt, ut citato loco docuimus.

PROP. IX. PROBLEMA.

50. *Amplitudines parabolarum, quas aqua diverſis foraminibus per eaſdem directiones proſiliens deſcribit, ſunt inter ſe in ratione ſubduplicata altitudinum aquæ ſupra foramina.*

Comparamus hic jactum horizontalem cum horizontali, obliquum cum obliquo ſimili, ſeu eodem. Cum aqua per E & A (fig. 42.) erumpens motu æquabili per directiones horizontales E O, A F moveatur, dum interim gravitas, eodem modo aquam urgens, illam eodem tempore per eaſdem altitudines deorſum delabi compellat; amplitudines parabolarum, ſeu jactuum A G, E S, ſeu R S, L G, ad quas aqua eodem tempore pertingit, ſunt, ut celeritates: celeritates autem ſunt in ratione ſubduplicata altitudinum (n. 16.)

§. 5.

Proportio temporum, quibus vaſa, aut aquarum receptacula deplentur.

51. Sæpiſſime fit, ut vaſa, ciſternæ, ſtagna, aquarum, & reliquorum fluidorum receptacula non ſerventur ſemper plena, ſed ſubinde impleantur, atque per aperta in fundo, ſeu ad varias altitudines foramina evacuentur. Quapropter cum multoties etiam quæri, & agnoſci oporteat tempora, quibus ſtagna, ciſternæ, dolia, & cætera vaſa per data foramina depleantur; ſequentia etiam generalia capita ſtatuemus. Vaſa, quæ comparantur, aut ſunt ſimilia, aut

ſal-

rem figuram habent uniformem, v.gr. cylindri, pryſmatis &c.

PROPOSITIO X.

52. *Si tuborum amplitudines, & fluidorum in iis altitudines ſupra foramina fuerint æquales; tempora quibus deplentur, ſunt inter ſe in ratione inverſa foraminum.*

Sint in vaſis A B, I L (fig. 40.) altitudines aquarum ſupra foramina B L æquales: ſitus etiam tuborum diametri: foramen vero B ponatur alterius L duplum: deplebitur vas A B dimidio temporis, quo deplebitur I L.

Demonſtratur. Cum ab initio ad finem uſque fluendi aqua in utroque vaſe ab eadem altitudine per æquales ſemper altitudinis gradus deſcendat, & ſenſim imminuatur; in ſingulis vero, & paribus altitudinis gradibus aquæ effluentes ſint, ut foramina; atque eadem etiam aliunde ſit in utroque tubo aquæ quantitas; conſequens eſt, tanto citius depleri AB, quanto foramen B foramine L amplius, & capacius extiterit; erunt ergo tempora in ratione foraminum inverſa.

Et hinc ſi foramina fuerint circuli; erunt tempora in ratione duplicata inverſa diametrorum ipſorum foraminum: ſunt enim circuli, hoc eſt, foraminum capacitates, ut ſuarum diametrorum quadrata.

PROPOSITIO XI.

53. *Si aquarum ſupra foramina altitudines, & foramina ipſa fuerint æqualia; erunt tempora, quibus deplentur tubi, ut ipſorum baſes.*

Hæc propoſitio eodem modo, atque præcedens demonſtratur. Ponatur deinde, aquam in duobus tubis AB, IL contentam (fig. 40.) in columnas dividi, earumdem baſium, & diametrorum, atque ſunt foramina ipſa æqualia L, B. Cum illæ omnes columnæ ſint æque altæ, eademque proinde celeritate per ſua foramina effluant, eo plus temporis ad integrum columnarum fluxum opus erit, quo major fuerit columnarum fluidarum, ſeu effluentium numerus, hoc eſt,

am-

amplior tuborum baſis: tempora igitur erunt directe in ratione baſium.

COROLLARIUM.

54. Si igitur eadem in utroque tubo fuerit aquæ altitudo ſupra foramen, tempus deplendi unius tubi ad tempus deplendi alterius habebit rationem compoſitam ex ratione directa baſis ad baſim, & inverſa foraminis ad foramen: v. gr. tempora, quibus deplentur tubi A B, I L, in quibus æquales ſint aquæ altitudines ſupra formina, baſes vero, & foramina ipſa inæqualia exiſtant, habent rationem compoſitam ex directa baſium, & reciproca foraminum.

Quare ſi in tubis baſis B ſit ad baſim L directe, ut foramen L ad foramen B; æqualia omnino erunt tempora.

PROPOSITIO XII.

55. *Si in tubis baſes, ſeu amplitudines, & foramina ipſa fuerint æqualia, aquæ tamen in iis ad diverſas altitudines exiſtant; erunt tempora, quibus deplentur, in ratione ſubduplicata altitudinum aquæ ſupra foramina.*

Hæc propoſitio ex haſtenus dictis, præcipue vero ex demonſtratis num. 16. manifeſte deducitur: quoniam baſes, & foramina ponuntur æqualia, & ſolummodo altitudines inæquales; erunt tempora deplendi, ut celeritates, in ratione ſubduplicata altitudinum: eamdem igitur rationem habebunt tempora. Habeant ex. gr. duo tubi A B, I L (fig. 40.) æquales baſes, & foramina: primus vero ſit alterius altitudine quadruplus: apertis eodem tempore foraminibus, depleri incipiant: erunt ſemper aquarum effluentium celeritates in ratione ſubduplicata altitudinum, hoc eſt, prima ſecundæ dupla uſque ad deplendi terminum: & hinc ut per foramen E aqua effluat quadrupla illius, quæ effluit per L, duplum temporis neceſſarium eſt: ſunt igitur tempora, ut celeritates effluentis aquæ, hoc eſt, in ſubduplicata ratione altitudinum aquæ ſupra foramina.

CO-

COROLLARIUM

56. Unde tandem ſequitur, tempora duorum, aut plurium quorumcumque tuborum, inæqualia habentium & baſes, & foramina, & altitudines aquæ ſupra foramina, rationem habere compoſitam ex ratione directa baſium, inverſa foraminum, ſubduplicata altitudinum directa. Hæc omnia non ſolum ratione, & ex theoria deducuntur, ſed etiam experimentis confirmantur.

Hac poſita theoria, & comperto inſuper tempore, quo notæ amplitudinis, & altitudinis tubus per notum etiam foramen evacuatur (quod quidem experimentum facillime inſtitui poteſt); facili calculo reperiri poteſt tempus, quo datum quodcumque aliud vas per datum foramen evacuabitur.

PROPOSITIO XIII.

57. *Si tempus, quo vaſa quæcumque, cylindri, aut pryſmatis figuram habentia* I L (fig. 42.) *in fundo perforata evacuantur, in partes æquales dividamus; erunt aquæ quantitates æqualibus temporibus effluentes a fine fluxionis computata, ut numeri impares* 1. 3. 5. 7. *&c. in progreſſione arithmetica imparium creſcentes: ſi vero miſſiones aquarum computemus a principio fluxionum; erunt quantitates effluentes, ut numeri impares decreſcentes* 7. 5. 3. 1.

Hæc propoſitio, quam primus omnium propoſuit, & demonſtravit *Torricellius* (*a*), ab expoſita theoria ſponte deducitur: effluit enim aqua motu uniformiter retardato in conſtanti ſemper ratione ſubduplicata altitudinum decreſcentium, hoc eſt, ea ſemper ratione, qua retardatur motus corporis ſurſum projecti: in hoc autem motu ſpatia percurſa, hoc eſt, aquæ quantitates decreſcunt in data ratione numerorum imparium 1. 3. 5. in temporibus æqualibus.

58. Ex propoſitione deducitur ratio, qua clepſydræ, ſeu aquea horologia conſtrui poſſint. Sit v. g. tubus vitreus I L aqua ad datam altitudinem, vel om-

(a) *Lib. 2. de motu projectionis.*

omnino plenus ; & per foramen in fundo apertum dato tempore , ſeu horarum numero exhauriatur : quæritur qua ratione dividenda eſt altitudo tubi pleni , ut ſingulis horis, ſeu temporibus æqualibus ſingulæ partes depleantur, & aqua deſcendens notatum in ſingulis diviſionibus horarum numerum indicet ? Inveniatur primo tempus ; ſeu numerus horarum , quo exhauriatur tubus : ſitque is numerus v. g. ſex horarum : aſſumatur hujus numeri 6. quadratum 36: in totidem partes æquales dividatur altitudo tubi : tum incipiendo ab infima parte , infima hæc pars deplebitur ſexta hora , quinta tres proximæ ſuperiores, quarta 5. ſequentes , tertia 7. ſecunda 9. prima 11 : quare ſi ad ſingulas has diviſiones , ſeu partium numerum 11. 9 7. 5. 3. 1. horas reſpondentes 1. 2. 3. 4. 5. 6. ope chartæ adjunctæ adſcribas ; clepſydram conſtruxiſti .

59. Ex eadem propoſitione evidenter deducitur , quod ſi ſint duo tubi aqua ad eamdem altitudinem pleni , & æqualibus foraminibus in fundo perforati , & interim dum eorum alter evacuatur , alius maneat conſtanter plenus , aquam tamen ſemper per foramen emittens ; duplo major aquæ copia ex conſtanter pleno , quam ex evacuato effluet . Etenim ex conſtanter pleno aqua celeritate ſemper æquabili , ex alio vero motu ſemper retardato effluet : cum autem aqua ſecundo hoc motu exiliens ſpatium tantummodo percurrat illius dimidium , quod eodem tempore conficeret , ſi motu æquabili moveretur ; cylindrus aqueus duplo longior e ſecundo , quam e priori tubo effluet .

§.

Aliqua in communi uſu , in hydraulicis experimentis faciendis , & machinis tractandis animadvertenda .

60. Hactenus dicta recte omnino ſe habent , attenta fluidorum natura , proprietatibus, & tradita huc-uſque fluxionis aquarum theoria : experimenta etiam ſupradictas veritates confirmant . In uſu tamen, & experimentis nonnihil diſcriminis inter traditas regulas , & experimenta ipſa obſervatur : id vero a peculiaribus cauſſis , ſeu reſiſtentiis ipſorum fluidorum, mediorum , & canalium originem ducit . Quæ in hac ma-

materia obſervanda ſunt, ad ſequentia capita reducuntur.

61. *Prima* diſcriminis cauſſa eſt reſiſtentia foraminum, hoc eſt, reſiſtentia orta ex frictione, aut raſione, quam patitur fluidum per foraminis peripheriam labens. Etſi enim fluida labendo par ſolida multo minorem offendant reſiſtentiam, quam ſolida ipſa, dum ſuper alia ſolida radendo trahuntur; aliqua tamen frictione retardari neceſſe eſt, & experientia demonſtrat. Hinc eſt primo, quod aquæ effluentis per foramen, aut per tubum ſuperficies, & partes ſuperficiei proximæ minori aliquantulum velocitate fluant, quam partes interiores: id tamen diſcrimen in fluidis per foramen effluentibus eſt fere inſenſibile: ſenſibile, ſi per tubum, aut canalem fluant: maxime vero notabile in fluminibus, & torrentibus; quia in primo caſu periphæriam tantum circuli radit aqua: ſuperficiem in ſecundo: ſupra fundum, & per latera inæqualia, aſpera, ſcabroſa, ſinuoſa, ſaxoſa &c. devolvitur in tertio.

62. *Secundo*: ipſe etiam cylindri aquei axis a retardatis, partibus exterioribus, ſeu ſuperficiei proximis nonnihil pariter retardabitur; hæc tamen retardatio iterum erit inſenſibilis in aqua effluente per foramina: in aliis caſibus eo magis ſenſibilis, quo major fuerit ratio ſuperficierum canalis, aut alvei ad maſſam fluentem: in magno enim flumine erit fere nihil, in exiguo rivulo ſenſibilis eſſe poterit.

63. *Tertio*: Attendi igitur debet materia, ex qua conſtruuntur tubi, atque internarum ſuperficierum levigatio. Longe enim minus reſiſtit levigati aurichalci, quam rudis ſuperficies; aurichalcum, quam ferreum vas &c. Illa ergo materia ad vaſa, & foramina conſtruendum eligenda eſt, quæ in ſuperficiem magis uniformem levigari poſſit, & rubiginem difficilius contrahat.

64. *Quarto*: In foraminibus æqualibus quo minor fuerit ſuperficies relatu ad fluentem maſſam; eo minus perturbabitur fluidorum motus, & theoria: & hinc foramina rotunda aliis omnibus ſunt aptiora; cum, poſita æqualitate foraminum, minorem peripheriam habeant circuli: hinc etiam, aucta capacitate foraminis, orta ex frictione reſiſtentia decreſcit.

65. Secundum reſiſtentiæ caput eſt aer, per quem mo-

movetur effluens aqua, & fluidum in ſe ipſum aliquando relabens. Hoc ſecundum tantummodo habet locum in aqua recta ſurſum proſiliente: in ſe ipſam enim relabens aſcendentis aquæ vires infringit, motum retardat; unde aqua ita exiliens, non ad eamdem altitudinem, a qua deſcendit, aut in vaſe conſiſtit, omnino exacte aſcendit. Et hinc aqua ſurſum recta proſiliens primo jactu altius aſcendit, quam deinceps; quia primus jactus relabentem aquam non offendit, maxime vero alii. Per illam vero directionem aqua exiliens, ad majorem, quam poteſt, altitudinem, illique æqualem, quam habet in tubo, aſcendet, per quam aſcendendo in ſe ipſam non refluet, & a perpendiculari, quam minimum fieri poteſt, recedet. Aeris reſiſtentiæ referendum eſt, quod cylindrus aquæ cadentis in plures aliquando ramos dividatur: hæc vero reſiſtentia potiſſimum ſe exerit, cum aqueus cylindrus, aut tenuis eſt, aut per ſenſibile ſpatium aereum effluit, atque notabili inſuper celeritate profluit.

66. Cylindrus labentis fluidi prope foramen regularem, ſeu uniformem ut plurimum non habet figuram, ſed potius ab una vel altera parte excavatam, aut gibbam: deinde vero ad parvam a foramine diſtantiam rotundam habet formam, ſed minorem diametrum. Primum oritur ex variis directionibus, quibus aqua tubi in foramen confluit, per illudque erumpit: neque enim omnis aqua directione ad foraminis planum recta effluit; ſed a lateribus etiam, ſeu directionibus obliquis in foramen ingreditur. Secundum ex motus acceleratione originem ducit: aquam enim cadendo accelerari, ex theoria deſcenſus corporum patet: niſi autem conſtringeretur aquei cylindri diameter; aut non acceleraretur aqua, ſed eadem celeritate prope foramen, ac in quacumque ab illo diſtantia flueret, aut cylindrus interrumperetur, ut ex ſe eſt manifeſtum. Ad majorem poſtea diſtantiam, ob aerem efficacius reſiſtentem labens aquæ cylindrus magis retardatur, & aliquando etiam in ramos veluti diſpergi incipit, magis minuſve a ſe invicem diſtantes: unde in majus volumen iterum craſſeſcit.

Tenacitas partium liquoris velocitatem illius etiam impedit: cum fluida eo magis a fluidorum natura

re-

recedant, & ad firmitatem accedant; quo tenacius illorum partes ſibi invicem adhæreant, implicentur, & conglutinentur.

67. Tria præterea obſervantur. *Primum:* ſi ex eodem tubo ad eamdem altitudinem pleno aqua emittatur, modo per foramen nudum D (fig.37.) in fundo factum, poſtea vero per tubulum aliquem D I eidem foramini inſertum, illique omnino diametro, & amplitudine parem; copioſior aqua per tubulum, quam per foramen effluit, citiuſque ſecunda hac ratione vas idem depletur, ut multiplici experimento comperit *Mariotte.* Hujuſmodi phænomenum probabiliter naſcitur ex ipſo cadentis aquæ accelerato motu; cum enim & motum labendo acceleret, & tubum ſemper adimpleat (aliter inter labentem aquam, & tubi parietes ſenſibilis aeris cruſta introduceretur); neceſſe prorſus eſt, ut aquam velocius labentem, & tubum labendo adimplentem copioſior e vaſe effluens ſubſequatur aqua: dum e contrario, tubo ſublato, & aqua per inerme, & nudum foramen effluente, acceleretur quidem motus, ſed coarctetur aqueus cylindrus, ut ſuperius numeris 31. 32. 66. expoſuimus: quod quidem, fluente per tubulum adjunctum aqua, non evenit. Alias apud alios phænomeni cauſas leges: hæc mihi præ aliis arridet. Hinc quo longiori tubo armetur foramen, cæteris paribus, & ad certum uſque longitudinis terminum; eo copioſior per idem foramen aqua effluet. Dixi, *uſque ad certum longitudinis terminum*, quia, cum labentis aquæ motus, ob reſiſtentiam aeris, frictionem tubi, & alias cauſas devenerit æquabilis; non plus aquæ per longiorem, quam per breviorem tubum effluet, ut ex ſe patet. Quin immo luculentiſſimis experimentis compertum eſt, quo longiores fuerint aquæductus, ſeu tubi horizontales, aut flexuoſe ſurſum & deorſum inclinati, minorem aquæ quantitatem ab eodem receptaculo intra idem tempus fluere: idem igitur in tubis aliis juſto longioribus eveniet.

68. *Secundum:* in aquarum jactibus ſurſum recta ad horizontem erumpentibus, altius aſcendet aqua per nudum foramen, quam per foramen tubulo armatum: oppoſitum igitur ex oppoſita etiam cauſa obſervatur, ac in explicato modo phœnomeno. Sur-

ſum

ſum ſcilicet retardatur motus: cum igitur impediente tubulo, non poſſit intra illum ampliari fluidus cylindrus, interior etiam aqua ſuperiorem impellens, & ſubſequens retardatur. Deinde frictio per tubum reſiſtentiam auget.

69. *Tertium*: in uſu tamdem, atque experimentis copioſior effluit aqua per foramen in fundo vaſis factum, quam per foramen laterale ad eamdem altitudinem apertum. Id tamen æqualem fluidorum verſus omnes partes preſſionem, & actionem non deſtruit, neque hactenus dictis opponitur: ſed ex eo naſcitur, quod ſingulæ prioris foraminis partes in eadem altitudine exiſtunt: per eaſque omnes æquali velocitate effluit aqua: dum oppoſita in laterali foramine accidunt. Tum igitur æquale fluidum per duo illa foramina æqualia exiliet, cum preſſionis mediæ centrum in laterali foramine in plano foraminis deorſum reſpicientis extiterit.

HYDRAULICÆ

PARS SECUNDA.

De aquarum fluentium, ſeu fluminum viribus, & menſura.

70. Poſt prima illa Hydraulicæ capita hucuſque explicata, præcipuum in ſecunda hac parte aggrediamur ejuſdem diſciplinæ argumentum. Aqua e tubis, receptaculis, aliiſque vaſis exiliens, tantillum objectum exiſtit, ſi cum aquis per canales arte, aut natura factos fluentibus, cum naturalibus fluminibus, rivis, torrentibus, fontibus comparetur. Hujuſmodi aquarum fluxus, ampliſſimum phyſicæ, & mixtæ matheſeos caput ad generale naturæ ſyſtema ſpectare, facile concedes, ſi fluminum, & cæterarum fluentium aquarum effectus, beneficia, ſtrages, damnaque illata perpendas. Omnia hæc, quæ infinita ſunt, ex ipſa fluxionis natura, & fluentium viribus, atque menſura pendent. Integrum jam eſt ſæculum, ex quo ampliſſimum hoc phyſicæ argumentum coli diligentiſſime incepit: cum antea vel penitus, ut cæteræ naturales ſcientiæ, jaceret, vel nonniſi obiter, aut

aut non ſatis feliciter attingeretur. Hinc phyſicæ, & matheſeos partem imprimis coluere atque promoverunt *Mariotte* (a), *Guglielmini* (b), P. *Grandi* (c), *Deſaguliers* (d) *Poleni* (e). Plurimas illi fluentium aquarum proprietates, & phænomena cogitando, & experiendo invenere, & demonſtrarunt: ſed ut verum fatear, a perfecta adhuc aquarum fluentium ſcientia, & theoria longe abſumus. Mirabile hoc elementum, hominibus alias ſemper familiare, humanam ſagacitatem illudit. Utcumque res ſit, è multis, quæ tradi, atque demonſtrari poſſent, pauca tantum ſtudioſorum adoleſcentium gratia explicabo: ne ampliſſimum hoc phyſicæ caput penitus omittamus, plurimaque dicendarum poſtea rerum intelligentia neceſſaria deſiderentur.

DEFINITIONES.

71. I. *Flumen eſt magna quædam aquarum moles ex propria fluidi indole, atque gravitate perenniter fluens.* Maxima fluminum pars ſupra telluris ſuperficiem, non pauca etiam intra terram fluunt. Si hujuſmodi aquarum fluxus non ſit perennis, ſed pro varia temporum ſtatione intermittatur; nuncupatur *torrens*: qui definiri idcirco poteſt *temporarium flumen*. Flumina ex majori, minorive aquarum mole, aliiſque etiam capitibus multiplex inter ſe habent diſcrimen: quæ magna ſunt, *flumina* proprie appellantur, exigua *rivi*, aut *rivuli* dicuntur. A ſola natura ut plurimum efformantur: ſæpe etiam & naturæ, & artis opus exiſtunt: ad rem noſtram perinde omnia ſunt.

72. II. In fluminibus, ſeu fluentibus aquis plurima diſtingui debent ad præſens argumentum facientia: ea vero potiſſimum ſunt *directio*, *alveus*, *fundus*, *latera*, *altitudo viva*, *latitudo*, *velocitas fluminis* &c. *Fluminis directio eſt illius curſus, ſeu ſemitæ poſi-*

(a) *Traitè du mouvement des eaux*
(b) *Della natura de' fiumi. Della miſura dell'acque.*
(c) *Trattato del movimento dell acque.*
(d) *Cours de Phyſique.*
(e) *De Caſtellis atque etiam lib. de mot. aquar. mixto.*

poſitio per notabilem terræ tractum continuata. Hujuſmodi ſemita vel ad aliquas horizontis plagas, vel ad horizontis planum refertur: ex prima relatione dicitur flumen ab auſtro v. g. ad ſeptentrionem fluere; cum eo ſemita, & motus directio reſpicit. Ex ſecunda vero ſemita, ſeu planum, ſupra quod volvitur flumen, eſt vel in plano horizontis, vel ad horizontem declive. *Directio igitur horizontalis*, ſeu flumen horizontale dicitur, cum per eamdem ſemper a telluris centro diſtantiam fluit: ac proinde arcum terræ concentricum deſcribit. Hoc uno ſenſu flumen eſſe poſſe *horizontale*, demonſtrabimus. Fluminis planum ſeu directio declivis eſt, cum fluendo a majori altitudine ad minorem deſcendit: quæ quidem communior eſſe ſolet fluminum directio.

73 III. *Fluminis alveus eſt canalis ille natura, vel arte excavatus, per quem aqua effluit*. Alii igitur ſunt *naturales*, ab ipſamet aqua fluente efformati: alii vero *artificiales*. In alveis diſtingui debent *fundus*, *latera*, *latitudo*, *&* *altitudo viva fluminis*, *ſeu illius alvei*. *Fundus* eſt inferius alvei planum, ſeu ſuperficies, quam aqua tangit, & premit. Fundus naturalis fluminum nullibi eſt ſuperficies plana, ſed multiplici inæqualitate excavata. Alvei, ſeu fluminis latera vocantur ſolidæ illæ terræ elevationes, inter quas flumen trans fluit, & continetur. Natura, vel arte fiunt: primæ ab aqua ipſa fundum excavante, aut terram alluvionibus in latera congerente efformantur. Secundæ, *aggeres* vulgo nuncupatæ, ſupra circumpoſitorum agrorum libellam elevantur: & cum in agros, tum in alveum declives exiſtunt.

74. IV. Alvei, ſeu fluminis *latitudo* eſt linea ab una ripa ad aliam per aquæ ſuperficiem ducta, & ad utramque recta. *Altitudo* fluminis eſt recta a ſuperiori ejus ſuperficie ad inferiorem ducta. Cum ripæ, ſeu aggeres ſint in alveum declives, & ſenſim deprimantur: fundusque ipſe ſulcatus, & inæqualis ſemper exiſtat; latitudo verſus fundum decreſcit: altitudo vero in diverſis a lateribus diſtantiis varia plerumque eſſe ſolet. Ut melius hæc intelligantur, fluminis ſectiones ſtatuuntur, in iiſque & velocitates, & altitudines, & latitudines exprimuntur, atque ſignificantur.

75. V. *Sectio* fluminis eſt *planum* v. gr. MGHI (fig.

(fig. 43. tab. 3.) *ad aquæ ſuperficiem, & ad utramque ripam rectum, a ripa ad ripam, & a ſuperficie aquæ ad fundum uſque ductum*. Cum alvei fundus ſit ſemper inæqualis, ripæ vero ut plurimum acclives; naturalis ſectio fluminis LNOP non eſt figura regularis. Naturali idcirco ſectioni artificialis alia VRQS illi æqualis ſubſtituitur: riparum ſeu aggerum declivitates LN, PO per medium ſecentur: atque per ſectionum puncta ducantur rectæ VR, QS horizonti perpendiculares, & ab aquæ ſuperficie ad fundum uſque productæ. Hæc eſt artificialis ſectio fluminis, per quam tota illius aqua præterfluere recte concipitur.

76. VI. *Aqua viva* fluminis eſt illa, quæ perenniter fluit: illa vero, quæ intermiſſo fluminis fluxu, in fundi inæqualitatibus, gurgitibus, foſſis ſtagnans ſupereſſet, nuncupatur *mortua*: quo etiam nomine dicitur quæcumque aqua in fluminibus reapſe ſtagnet: ut fieri ſæpe verſus aggeres, & in riparum flexibus ſolet: hujuſmodi aquæ mortuæ in ſupputanda fluminum magnitudine, ſeu maſſa referri non debent.

77. VII. Aqua igitur viva inter ſuperiorem, & inferiorem quamdam ſuperficiem comprehendi, & fluere concipitur: prima eſt ſuperficies aquæ ſuperior; ſecunda eſt ſuperficies per inferiores ſectionum artificialium baſes SR ducta, & artificialem fundum componens. Inferior ſcilicet ſectionis baſis SR ita ducitur, ut licet aliqua in parte O profundius naturalis aqua fluat, alibi tamen magis deprimatur artificialis, quam naturalis fundus: & mutua inde fiat fluentium aquarum per utramque ſectionem compenſatio: *Altitudo* igitur *aquæ vivæ* eſt recta in ſectionis plano ad utramque illius baſim perpendicularis, v. gr. TX: *altitudo viva naturalis* eſt ipſamet recta TX a fluminis ſuperficie ad infimum illius planum fluens perpendicularis.

PROPOSITIO XIV.

78. *In fluminibus, ſeu fluentibus quibuſcumque liquidis, aqua viva ſeu fluens ſuperior, & fundum & aquam inferiorem mortuam, aut vivam, ſeu fluentem premit.*

A ſuperiori aqua ſtagnante inferiorem, atque fundum

 dum

dum premi, in hydroſtatica demonſtravimus: idem ne pariter de fluentibus aquis ſtatui poteſt? hoc eſt, ſuperiorne fluminum aqua viva, ſeu fluens inferiorem ejuſdem ſectionis aquam, mortuam aut vivam reapſe premit? Rem affirmant, aut ſupponunt fere omnes Hydraulicæ ſcriptores: atque preſſionem hujuſmodi inter cauſſas velocitatis referunt, qua aqua in eadem ſectione fundo vicinior fluit, aut fluere adnititur. Propoſitionem ipſamet gravitatis, fluidorumque gravium natura, & inter ſtagnantem, ac fluentem aquam analogia ſuadere videntur. Stagnans ſcilicet ſtagnantem aquam inferiorem premit: quidni igitur fluentem fluens? Fluxionisne motus horizontalis, aut inclinatus preſſionem illam impediret? utrumque tamen recta componitur: aqua motu horizontali e tubo exiliens deorſum etiam cadit.

79. Nihilominus cum impreſſione, modoque agendi fluidorum paradoxa ſæpe animadvertamus, a ſolidorum corporum legibus aliena; ab uno ad alium aquæ ſtatum non niſi experientia duce argumentari oportet: nihilque ſtatuendum, quod non experimenta, aut evidens ratio confirment. Ut igitur pedetentim procedamus, quæſtionem in duo capita diſtinguamus. 1. *aqua ſuperior fluens fluentem, aut ſtagnantem inferiorem premit?* 2. *Eademne, ſeu æqualis eſt fluentis, atque ſtagnantis aquæ in inferiorem preſſio, ſi altitudo aliunde, & maſſæ ſupponantur æquales?* Primum hac propoſitione adſtruimus: ſecundum deinceps examinabimus. Aſſertam veritatem primo evincit duplex illa ratio ſuperiori numero indicata. Enim vero ſeries quæcumque ſeu ſtratum globulorum ſupra planum aliquod ſeſe volventium, & revolutione transferentium planum iis ſubjectum premunt. Is vero eſt fluentis aquæ caſus: illam in parallela, & horizontalia, aut inclinata ſtrata, aut phyſicas ſuperficies diviſam mente concipe: ſingulæ ex infinitis fere partibus ſeſe volventibus compoſitæ ſupra inferiora ſtrata ſibi proxima fluunt, in iiſque ſuſtinentur: opus igitur eſt, ſingulas illas ſuperioris ſtrati partes inferiorem ſuperficiem premant.

80. 2. Experimenta ipſa rem demonſtrant. Eo in loco, ubi flumen, aut canalis eſt ſatis anguſtus, is a natura, aut ab arte ſit, aut conſtruatur alveus, cujus fundus, & latera horizonti recta ulteriori ex-

cavationi reſiſtant. Fluminis eo in ſitu ſectio ſit VRSQ (fig. 44.), in qua uniformis altitudo aquæ ſtatuatur XZ, velocitas vero in eadem altitudine æqualis. Si alveus ita anguſtetur, ut in dimidiam altitudinem redigatur; novaque ſectio ST prioris SV dimidia exiſtat; eadem per novam ſectionem, atque per antiquam eodem tempore effluit aqua. Si eadem in utroque caſu eſſet illius velocitas; æquales etiam eſſent ſectiones; earumque proinde altitudines in reciproca baſium, ſeu latitudinum ratione exiſterent: aquæ igitur ſuperficies, in priori ſectione eſſet KZ, in poſteriori vero QT ad duplam altitudinem elevata. Obſervatione tamen conſtat, per novam ſectionem ST elevari quidem aquam, longe tamen infra duplam altitudinem ſubſiſtere: ita ut parum tantummodo ſupra priorem altitudinem KZ elevetur: Aquæ igitur velocitas augetur: cum vero eadem ſemper maneat fundi declivitas; id velocitatis augmentum a majori illa nova altitudine eſſe tantum poteſt: ſuperiorque proinde aqua fluens fluentem, aut mortuam inferiorem premit.

81. 3. Rem tandem demonſtrant rationes æquilibrii, aut amiſſi ponderis inter fluentem aquam, & ſolida corpora intra ipſam immerſa, & delata. Solidum ſcilicet corpus aqua ſpecie levius perinde in ſtagnantes, atque influentis aquæ fundo poſita emergunt: quæ graviora ſunt, relativo tantum pondere deſcendunt, leviora vero relativo etiam ſolum pondere aſcendunt: aqua igitur fluens inferiora corpora fluentia, aut non fluentia premit?

82. Secundum quæſtionis caput erat, eademne fluentis ac ſtagnantis aquæ preſſio exiſtat? Rem ita eſſe, omnes communiter Hydraulicæ ſcriptores exiſtimabant; aut ſupponebant; idemque erat de preſſione laterali auctorum ſenſus. Poſt diuturnam argumenti meditationem oppoſitum ego ſtatuendum exiſtimo: minorque fluentis, quam ſtagnantis aquæ in inferiorem aquam, in fundum & latera preſſio eſſe videtur. Et primo quidem lateralem fluidorum preſſionem in ratione creſcentis velocitatis decreſcere, multiplici exemplo; & experimentis de aqua fluente; vento, ſono allatis in Optica phyſica demonſtro: quæ quidem hæc duo probant, majorem ſtagnantis quam fluentis liquidi preſſionem eſſe: fluentium

 præ-

præterea vires laterales eo magis decreſcere, quo magis a pura preſſione, ſeu ſtagnantis ſtatu recedunt: eaque propter, ſi velociſſimus eſſet fluxus: inſenſibilis eſſet lateralis preſſio: hæc igitur non eſt in ratione altitudinis fluentis aquæ, ſed in ratione inverſa velocitatis.

83. Id etiam experimentis coram academia Petropolitana a ſe factis anno 1735. a *Daniele Bernoulle* demonſtratum lego (*a*). Et hinc ſtatui debent ſequentia.

1. A ſtagnante, & fluente aqua inter ſe comparatis, ſi eadem ſit altitudo; major ſemper eſt ſtagnantis preſſio lateralis.

2. Aqua igitur ſtagnans minoris altitudinis æque, aut magis premere poteſt, quam aqua fluens ad majorem altitudinem elevata.

3. Fluentibus aquis inter ſe comparatis, ſi altitudines ſint æquales; preſſiones in ratione inverſa velocitatum exiſtunt.

84. Plures alias preſſionum rationes ex varia altitudinum, & velocitatum combinatione ortas, & quænam inde circa aggerum reſiſtentiam, vires, poſitionem in uſu ipſo animadvertenda eſſent, Hydraulicæ ſcriptoribus fuſe tractanda relinquo. Jam vero a preſſione laterali ad aliam horizonti rectam in fluidis argumentum deducitur. Eæ ſcilicet in ſtagnante aqua ſunt prorſus æquales: pro creſcentis, aut decreſcentis altitudinis ratione, ipſæ etiam creſcunt, aut decreſcunt, inter ſe ſemper æquales; ut in Hydroſtatica fuit demonſtratum. Fluendi ſtatus, ſeu conditio ejuſmodi æqualitatem non tollit: cum illa ex propria fluidorum indole conſequi videatur.

85. 2. Motus horizontalis motui, ſeu preſſioni rectæ deorſum opponitur, & ex parte deſtruit. Rem ſuperius lectione 1. a num. 42 fuſe expoſuimus. Si partes aquæ ſuperiores ſumma ſeu infinita velocitate per planum horizontis fluerent; ab omni plane deſcenſu impedirentur: earumdem proinde ad deſcenſum niſus ſublatus omnino eſſe videtur. Hæc tamen ego ita dicta volo, ut potius propoſita, quam plane definita exiſtimentur: tumque dumtaxat inter tran-

(a) *Vid. acta acad. Petropol. ad cit. annum.*

tranſacta recenſeantur, cum experimenta rem ipſam confirment. Quantum enim ſpecioſiores rationes in fluidis ſæpe fallant conſcius fateor., & ſuperius retuli.

PROPOSITIO.

86. *Naturalis fluminum, aut aliarum quarumcumque fluentium aquarum velocitas ab his duabus cauſſis pendet, alvei declivitate, & aquæ vivæ altitudine.*

In hac propoſitione generalem velocitatis aquarum fluentium cauſſam definimus: ſenſuſque noſter eſt, ejuſmodi velocitatem aut declivitatis alvei, aut altitudinis prementis aquæ, aut utriuſque effectum exiſtere: vel potius velocitas aquæ in data quacumque fluminis ſectione I L N O (fig. 43.) eſt effectus ipſiuſmet aquæ fluminis per alvei declivitatem agentis aut ex ſuperiori parte prementis.

87. 1. Quacumque in parte, ſectione, aut tractu velocitatem fluminis conſideres, aliam non invenies ejus effectus cauſſam. Rurſus prædictæ cauſſæ conjunctim, aut ſeorſim præſentes ubique, & ſemper exiſtunt, & effectui producendo ſufficiunt. Diſtinctius hæc explicemus. Fluminum alvei a prima eorum ſcaturigine, ſeu capitibus uſque ad oſtium maximam partem ſunt declives: longi aliquando tractus horizontales in ſenſu ſuperius explicato, & inferius probando exiſtunt: breves etiam nonnumquam alvei tractus in veri horizontis plano, aut ad illud acclives animadvertuntur: ſi in his omnibus locum habeant ſolæ prædictæ cauſſæ; res erit confecta.

88. Et primo quidem alveus declivis A C (fig.43.), qui communiſſimus eſt fluminum caſus, aut eſt, aut tandem reducitur ad planum inclinatum, ſupra quod fluminis aqua devolvitur ſupra ejuſmodi planis corpora fluida non modo, ut ſolida, ſed facilius etiam, atque perfectius motum ſuum ex propria gravitate, & cadendo accelerant: alvei igitur declivitas, ſeu gravitas aquæ per declivem alveum fluentis, motumque ſuum accelerantis eſt ſuæmet velocitatis cauſſa. Dubitari hic poſſet, ſubſequenſne antecedentem aquam impellat, necne; novaque hæc etiam exiſtat fluxus cauſſa. Diverſos alvei tractus, & poſitiones diſtingue: ubi aqua præcedens v. gr. I O æquali, aut

majori velocitate feratur, quam ſubſequens; hæc poſtrema priorem non impellit, ut per ſeſe patet: ubicumque vero præcedens aqua I O ab obſtaculo aliquo, flexu, aut elevatione alvei, ut fieri ſæpe ſolet, ita retardetur, ut ſubſequens aqua QS velocius labatur; tum vero ab hac etiam impulſione concitabitur. Hæc tamen impulſio ad primam cauſſam reducitur.

89. Rurſus in eademmet, aut alia quacumque alvei poſitione, aqua ſuperior I N inferiorem L O in eadem ſectione premit, & premendo ad fluxionem verſus lateralem, & inferiorem partem C compellit: inferiores igitur aquæ partes a duplici aſſerta cauſſa velocitatem ſuam habent. Atque ſecunda hæc cauſſa in alveo horizontali, hoc eſt, in aqua per circumferentiam concentricam telluri fluente locum habet; ubi ſcilicet prior altera cauſſa deſideratur.

COROLLARIUM I.

90. Quamplurima ex hac propoſitione conſequuntur, quæ cum ab experimentis aliunde confirmentur, aſſertam veritatem, & argumentum ulterius illuſtrabunt. I. *Quo major alvei declivitas, major etiam erit fluentium aquarum velocitas: dummodo & impedimenta, & cauſſæ reliquæ ſint paria.* Res paſſim in natura obſervatur, & ex propoſitione ſponte deducitur: & æque in diſtinctis fluminibus, atque in diverſis ejuſdem fluvii tractibus, ſeu ſectionibus locum habet. Quanta ſcilicet in ejuſdem fluminis alveo mutatio, & varietas inclinationum obſervatur? In iis autem pro decreſcente declivitate, velocitatem pariter decreſcere animadvertes. Sed in æqualibus ab accelerationis initio diſtantiis, & aliarum circumſtantiarum parilitate fieri debet obſervatio: neque enim in plani inclinati A C (fig. 43. tab. 3.) principio A, atque in medio aut fine C eadem eſſe poteſt labentis mobilis velocitas.

COROLLARIUM II.

91. *Quo major etiam fuerit in eodem, aut diverſis fluminibus fluentis aquæ altitudo, cæteris aliunde cauſſis, atque impedimentis paribus, major etiam erit illius ve-*

velocitas. Quoniam enim aqua etiam fluens inferiorem premit, & premendo ad fluxum compellit; preſſione illa creſcente velocitas pariter augebitur: at creſcente altitudine, creſcit procul dubio preſſio in eadem, aut ſimilibus alvei declivitatibus. Rem paſſim manifeſte in eodemmet tractu, & ſectione fluminis pro majori, minorive aquarum copia, aut inopia obſervamus. Unde ſcilicet eſt longe major illa ejuſdem fluminis tumentis, quam detumentis velocitas: Cum eadem ſemper maneat alvei declivitas, anguſtia, & ab aquarum origine diſtantia? Una hic eſt major aquæ altitudo, unde majorem illius velocitatem derivare, & repetere poſſimus.

COROLLARIUM III.

92. *Hinc vero eſt, quod idem flumen parem licet aquarum molem devolvat, in diverſis tractibus ex diverſa alvei declivitate variam etiam habet velocitatem.* Id phænomenon in omnibus fluminibus obſervatur: ab hac vero cauſſa ſæpiſſime derivari non negabitur, ſi indicata illa declivitatis diverſitas, in eodem flumine locum habeat. Habere autem, & communis experientia, & ipſæmet, fluentium aquarum vires, & varia ſoli reſiſtentia demonſtrant. Aquæ fluentes fundum premendo, & radendo excavant: præterea lutulenta ſæpe, impura ſemper volvuntur flumina: diverſaſque illas materias pro varia aquarum vi, alvei, & riparum flexibus diverſo etiam modo in fundo, aut ad latera deponunt, & aggerunt. Ex tribus hiſce capitibus, atque ex multiplici eorum combinatione provenit, quod ejuſdemmet fluvii fundus in contiguis ſæpe tractibus varie excavatur, aggeritur, impeditur, attollitur, hoc eſt, in multiplices declivitates flectitur. Inclinatum ſæpe tractum excipit acclivis, acclivem horizontalis: multipliciterque inter ſe combinantur diverſæ hujuſmodi poſitiones, infinitaque angulorum varietas, quos fundi plana acclivia, aut declivia inter ſeſe componunt. Flumen ſæpe A C (fig. 43. tab. 3.) per uniformis declivitatis fundum, ſeu tractum A C profluens, ita in C fundum excavat, ut excavatam materiam egerat, & una cum lutulenta, quam affert, in ſequenti alvei tractu deponat. En formatum in alvei fundo

do majorem, minoremve planorum angulum, ex cujus laterum inclinatione diverſâ fluxus velocitas immutatur. Hoc ſane pacto multiplices alvei tractus ſeſe ordine excipientes poligoni irregularis latera, atque peripheriam modo convexam, modo concavam efficiunt.

COROLLARIUM IV.

93. *Fluminis igitur ſectione decreſcente, ejus velocitas augetur*. Fluviorum alvei per longum tractum uniformes vix umquam exiſtunt: ab ampliori in anguſtiorem ſectionem, & viciſſim contrahitur, aut ampliatur: interim tamen æqualis, ſeu eadem per inæquales haſce ſectiones QNU, QST (fig. 44. tab. 3.) tranſfluit aqua: velocius idcirco per ſecundam anguſtiorem, quam per primam ampliorem labitur. Unum e tribus in anguſtioribus ſectionibus ſemper accidit, aut magis inclinatur fundus, aut magis elevatur aqua, aut tandem profundius excavatur alveus. Tria iſthæc, quæ auctæ velocitatis ratio exiſtunt, ſunt ipſæmet cauſſæ in propoſitione aſſertæ.

94. Contra vero, ampliato alveo, eademque declivitate manente, tardior ſemper eſſe debet, & reapſe obſervatur aquæ motus. Contrarii effectus oppoſita etiam exiſtit cauſſa: aqua minus elevatur, vel minor eſt fundi inclinatio, aut profunditas. Quæcumque ex his vera ſit effectus cauſſa, in rem etiam influit fundi reſiſtentia, quæ in amplioribus ſectionibus ad aquæ vires majorem habet rationem, quam ubi anguſtior labitur.

COROLLARIUM V.

95. Ex propoſitione alterius etiam phænomeni in fluminibus paſſim obſervati ratio, & explicatio deducitur: & in aqua etiam e receptaculis exiliente locum habet. *Aqua per uniformem alveum, ſeu canalem fluens, motumque accelerans, deprimitur: illius altitudo decreſcit: in minorem ſectionem redigitur*. Effectum animadvertimus, ubicumque fluens aqua acceleratur: vel illa in primo fluendi initio ab aliquo aquarum receptaculo, atque fluminis ſcaturigine conſideretur; vel in quocumque alio alvei tractu,

in

in quo aqua motum ſuum accelerat. Ex data modo alterius eff.ctus explicatione hoc alterum pariter phænomenon deducimus. Si eadem aqua tempore æquali per ſectionem majorem M I, atque per minorem B E effluit (fig. 43. tab. 3.); velocius per ſecundam, quam per primam labitur, ut jam demonſtravimus; parique evidentia conſtat hæc altera propoſitio prioris converſa, *ſi eadem aqua eodem tempore velocius per ſectionem* B E, *quam per* M I *transfluit ; prior ſectio debet eſſe minor*.

96. Phyſica effectus cauſſa, & modus ita explicari poteſt: Partes inferioris aquæ ſtrati, ſi uniformi ſemper, & æquali inter ſe laberentur motu, labendo, ſeſe ſemper contingerent, & continuam particularum ſeriem per totam plani declivitatem componerent. In accelerationis tamen hypotheſi alia eſt rerum poſitio, & conſequentia: prædictæ partes ab A, labendi, ſeu accelerandi initio, uſque ad C motum ſenſim accelerant, atque aliæ poſt alias ex A ſolvunt: conſequens inde eſt, ut in tota declivitate M C percurrenda ſeſe amplius non contingant. Ponamus ſcilicet 6. aquæ globulos ab M ſerie jam ſolviſſe: ſextus globulus motum adhuc ſuum non acceleravit, cum in ipſo puncto M ponatur ultimus, maxime autem quintus, cui jam eſt ſecundum tempus a lapſus initio numeratum: ſe igitur amplius non contingunt: idem de cæteris globulis, ſeſe ordine ſequentibus, aut antecedentibus verum eſt: in ſingulis ſcilicet diverſum eſt accelerationis tempus a lapſus initio.computatum: ejuſmodi igitur globulis ea ratione labentibus ſpatii intervalla inter illos relinquuntur libera: quæ quidem eo majora ſunt, quo major ſit accelerationis ratio: ſuperiorum igitur ſtratorum globuli in hujuſmodi intervalla labi opus eſt: idque pariter in reliquis ſuperioribus ſtratis fieri debet. Atque ex his omnibus conſequentia eſt, ſuperiora ſtrata in inferiorum locum deſcendere, fluminiſque ſuperficiem, & altitudinem deprimi.

COROLLARIUM VI.

97. Ex ſecunda celeritatis cauſſa, aquarum ſcilicet altitudine, atque ex multiplici impedimento, variaque eorum ad aquarum vires ratione, hoc alterum con-

conſequitur, *quod in eadem etiam fluminis ſectione multiplex & diverſa eſt aquæ velocitas*. Hæc fluxionis diverſitas ita intelligenda eſt, ut & in eadem profunditatis linea T Z X; & in eadem horizontali P L, varia ſit aquæ velocitas: major v. gr. in T quam in U, in V, quam in L reperitur; aliæ etiam ſunt in T Z X fluminis celeritates.

98. Prima pars in omnibus fluminibus obſervatur; ita ut in omnibus ſemper, & ubique *filum princeps*, hoc eſt, fluxus aquæ velociora tardioribus diſtinguatur. Id *princeps filum* modo quidem in unam, modo in aliam ripam vergit; earum alteram aliquando radit, & ſinuoſo tramite ſerpit; ut plurimum tamen medium alveum tenet.

99. Sinuoſa hæc directio ab aggerum, ſeu riparum objectu, variaque prorſus inclinatione; a majori, minorique fundi excavatione, ſimilibuſque aliis cauſſis pendet; hæc igitur majoris illius velocitatis cauſſa exiſtunt. Verſus ripas, ſeu a *filo principe* recedendo minor plerumque eſt aquæ altitudo viva: lutum, terra, arena facilius illic in fundo deponitur, vel ad ripas aggeritur: ripæ ipſæ obliqua latera ſæpe objiciunt; augetur igitur ex omnibus hiſce capitibus frictio; franguntur vires, attollitur fundus: aqua igitur fundum radens minus premitur, magis impeditur, magiſque idcirco detenta ſuperiorem aquam, aliunde etiam retardatam detinet. Contraria omnia in *filo principe* exiſtunt: liberior directio; profundior aqua, minor per fundum ratio ad vires aquæ comparata, lateralis vero minima, aut nulla: maxima igitur velocitas illic exiſtat opus eſt.

100. Secundum velocitatis diſcrimen in eadem linea altitudinis T X v. gr. locum habet. Inæqualis enim vero eſt in ſingulis illius lineæ punctis ſuperioris aquæ preſſio; quoniam igitur hæc altera eſt fluendi cauſſa, ad ſingula etiam altitudinis puncta diverſa erit velocitas. A puncto igitur ſupremo T ad infimum X gradatim augeri deberet cruſtarum parallelarum aquæ per illa puncta fluentium velocitas: infimaque aqua X rapidiſſimo, ſuprema T lentiſſimo, media Z motu inter illos medio fluere deberet. Aliarum tamen cauſſarum combinationes eum ordinem turbant. Profundior cruſta viva fundum radens rationis cauſſa, & ex multiplici fundi ipſius inæqualitate

tate retardatur. Et cum hæc inæqualitas ejuſmodi ſit, ut ſolum modo attollatur, modo deprimatur, varieque ſulcatum, atque contractum exiſtat; cruſta inferior retardata notabili ſæpe craſſitie prædita eſt.

101. Senſibilis illa aquarum a fundo retardatio proximis aliis cruſtis ſuperfluentibus ob viſcoſam partium naturam, & mutuam earum adhæſionem communicatur: maxima igitur velocitas in aliqua a fundo altitudine reperitur. Superiores ſectionis, & altitudinis partes T lentius præ aliis inferioribus fluere debent: cum a nulla preſſione urgeantur. Earum velocitas ad alvei, & ipſius ſuperficiei declivitatem, atque ad inferioris aquæ præterlabentis actionem reducitur. Cruſtæ inferiores ob mutuam illam viſcoſarum partium adhæſionem, & tenacitatem ſuperiorem aquam iis incumbentem trahunt. Hanc ego potiſſimam magnæ illius velocitatis cauſſam eſſe crediderim, qua ſuperior intumeſcentium fluminum ſuperficies devolvitur. Alias enim tam in aquarum penuria, quam in majoribus alvei plenitudinibus eadem manet & fundi, & ſuperficiei declivitas: ſola altitudo, preſſio, & inferioris aquæ actio augentur.

COROLLARIUM VII.

102. Evidens igitur eſt, *nullam eſſe naturalem velocitatis menſuram integræ aquarum maſſæ per alveum fluenti communem*. Lenta ut plurimum prope ripas, ab iis ad medium uſque, a fundo ad aliquam ab illo diſtantiam, a ſuperficie etiam verſus fundum ejus velocitas augetur. Valde igitur a vero aberraret, qui ut aqua fluminis maſſam calculo ſubduceret, ſuperficiei velocitatem toti maſſæ tribueret. Ad id calculi opus eſt velocitatem quamdam *mediam arithmeticam* inter maximam, & minimam, tamquam communem menſuram ſtatuere. De hoc tamen ſtatim differemus.

103. Præcipuam velocitatis fluentium aquarum cauſſam declivitatem alvei ſtatuimus: plurima tamen paſſim obſervamus flumina. quorum fundus, & aquarum directio nullam, aut vix ſenſibilem habere declivitatem, ſed in horizontis plano exiſtere videntur: nihilominus magna ſæpe velocitate fluunt:

quæ-

quænam igitur ejus cauſa ? ab aquarum preſſione ; ſeu altitudine illa tantummodo derivatur ? per horizontale ne planum, ſeu alveum fluere poſſunt aquæ? Rem ſequenti propoſitione examinabimus.

PROPOSITIO XV.

104. *Per alveum non declivem fluere poſſunt flumina, & fluunt reapſe plurima ; licet per verum horizontis planum volvi nequeant ; niſi per modicos tantum alvei tractus.*

Communiſſimus hominum ſenſus eſt, citra omnem alvei declivitatem fluere aquam non poſſe, fluminaque idcirco nonniſi per declivem alveum, quaſi per planum inclinatum devolvi. Cum hujuſmodi hypotheſis Hydraulicæ ſcriptoribus ante *Guglielminum* ratum eſſet principium ; id potius ſibi proponebant ſolvendum problema, *quænam alvei declivitas ; ſeu plani altitudo in ſingula milliaria* v: gr. *opus eſſet*, *ut ſatis velocitatis fluens aqua acquireret* : in quo ſane parum inter ſe conveniebant. *Guglielminus* alvei declivitatem neceſſariam non eſſe ſtatuit : aliam velocitatis cauſſam ſubſtituens, problema omnino prætermiſit. Quænam inter hujuſmodi ſententias ſit diverſitas, aut convenientia, ex ſequentibus patebit.

105. Secunda propoſitionis pars, ut a ſimpliciori incipiamus, facile conſtat : Verum horizontis planum terram tangit ; atque a contactu ab illa ſenſim recedit ; aſcenderet igitur aqua, ſi per id planum flueret ; quod fluidorum gravitati repugnat. Hæc tamen cum dico, longum ſemper alvei tractum intelligo : breves ſcilicet identidem fundi tractus eſſe ; qui non modo in plano horizontis, verum etiam acclives ad horizontem exiſtant, non inficior. Quin imo ſi totum longi fluminis alveum, & fundi partes ſecundum longitudinem examinemus ; declives tractus acclivibus, & horizontalibus interruptos deprehendemus. Alveus igitur per longum tractum eſt linea curva : ex ejuſque natura, atque poſitione præcipua alia propoſitionis pars dependet.

106. Si fundus debeat ſemper eſſe declivis ; alveus non erit arcus circuli terræ concentricus, cujus natura eſt, ut eamdem a centro ſervet diſtantiam : per eum idcirco fluens aqua non deſcenderet, contra decli-

clivitatis hypotheſim. Si igitur aqua fluens ſemper deſcendit, & conſequenter per alveum ubique declivem volvitur: ejuſmodi alveus eſt curva quædam ſpiralis a circulo maximo, & concentrico ubique deflectens, & ad centrum ſemper magis & magis inclinans. Simul ac admittas, in arcum concentricum alveum fluminis convergere; declivitatis, & continuæ deſcenſionis hypotheſim rejicis: nulla per ejuſmodi arcum deſcenſio, aut declivitas.

107. Quis meus ſit in hoc argumento ſenſus, ex data hucuſque explicatione, apparet. *Per arcus terræ concentricos, maximorum circulorum ſegmenta fluere poſſunt, reapſe ſæpe fluunt, & magna etiam velocitate flumina.* Si id probemus, fundi declivitatem ad aquarum fluxionem & velocitatem opus non eſſe conſtabit. Quæ vero ita feruntur flumina, horizontalem alveum habere dici poſſunt: propterea quod exigui maximorum circulorum arcus ab horizontis plano quoad ſenſum non differunt: Sit alveus fluminis MC arcus terræ concentricus, ex parte tamen M verſus fluvii caput, ſcaturiginem, aut receptaculum aquarum altior ſit earum ſuperficies. Id vero ex multiplici ratione fieri poteſt: receptaculum, ſeu lacus fundo ſuperior, flumen a latere influens, alvei ipſius anguſtia, aliæque hujuſmodi ad majorem illam aquarum elevationem ſufficiens cauſſa eſſe poſſunt, & ſæpe exiſtunt. Quid enim? Si in BE anguſtior fiat alveus, quam deinceps verſus C (fig. 43. tab. 3.); aqua proculdubio in ſectione, & tractu BE attolletur: licet eidem concentrico arcui, ſeu alveo incumbat.

108. Cum hujuſmodi cauſſæ in fluminibus ſæpe occurrant; illa etiam aquarum ſupra eumdem horizontalem arcum, ſeu alveum, neceſſarius earum cauſſarum effectus, ſæpe etiam conſequetur. Altiorem illam aquam ſupra aliam depreſſiorem fluere, eamque premendo ad fluendum etiam compellere fluidorum lex eſt, & ex ſuperioribus ſponte conſequitur: per longos idcirco horizontales tractus BC fluere perget aqua.

109. Flumina paſſim videmus magnam aquarum molem magna velocitate deferentia per vaſtas ſæpe provincias in immenſam planitiem protenſas profluentia, in quorum alveis vix ullam declivitatem deprehen-

dere

dere poſſumus. Tantæ velocitatis cauſſam a nobiſmetipſis ſæpe quærimus: & cum nulla videatur declivitas, res prodigio ſimilis apparet. Ejuſmodi flumina mole ſua ruere, identidem a meliora non producentibus repetitur. Si nihil aliud addes: vocabulum pro cauſſa ſtatuis, ut tibi ipſi illuſione ſatisfacias. Aliquis tamen eſſe poteſt illa in voce ſenſus effectui conſentaneus, & ex aſſerta a nobis doctrina evolvendus. Rei ſummam paucis accipe.

110. Eorum fluminum alvei dilatantur modo, in majores identidem anguſtias contrahuntur, ut de hac tantum cauſſa loquar, aliaſque hac etiam intelligam: major in frequentibus iis anguſtiis fit aquæ vivæ altitudo: ſæpe quidem excavatur fundus: ſæpe etiam, fundo ulteriori excavationi reſiſtente, elevatur aqua; & nonnumquam tandem, & inferius & ſuperius aquæ vivæ altitudo diſtenditur. In hiſce fluminum anguſtiis magnam præterea aquarum molem ſuperadde: quæſitam habes totius effectus cauſſam. Major identidem renovatur preſſio, vel illa a depreſſo fundo, vel ab elevata aqua, vel ab utroque capite derivetur: parvum in viva hac altitudine diſcrimen, ſeu incrementum, id vero ſæpe occurrens, velocitatem in aqua producit, & auget: productum, & auctum conſervat. Si magna igitur ſtatuatur aquarum moles, tum vero & magna per ſeſe ubique erit illarum altitudo, & preſſio, neceſſaria fluxus, & magnæ velocitatis cauſſa, & major etiam in alvei anguſtiis fiet virium additio.

111. Hoc igitur ſenſu verum eſt, magna flumina mole ſua ruere: quod vulgo paſſim repetitum audies, quin vulgo intellectum animadvertas. Tria igitur ſunt velocitatis aquarum fluentium principia: earum preſſio, ſeu altitudo, alvei, & ſuperioris ſuperficiei declivitas. Si poſtremas duas cauſſas ad unum tantummodo caput revocare velis; per me licet, ut genio tuo philoſopheris. Plurima ex hactenus expoſitis elici poſſent ad communem uſum ſpectantia. Sed inſtitutionem ego, & breve ampliſſimi argumenti ſpecimen mihi explicandum præſcripſi.

PROBLEMA.

112. *Aquarum molem & velocitatem cujuſcumque dati fluminis, aut canalis metiri.*

Aquæ

Aquæ quantitatem agnoſcere, quæ per datum flumen devolvatur, utile ſemper, neceſſarium ſæpe exiſtit. Ab illa imprimis pendet, ut infinita alia omittam, exacta virium fluminis æſtimatio, & calculus, a quibus infinita beneficia accipimus, & fatales etiam ſtrages patimur. Earum virium elementa ſunt quantitas, & velocitas: quibus cognitis, & inter ſe ductis, ſumma virium elicitur. Sæpe etiam, quin virium ſummam cogitemus, aut invenire ſtudeamus, fluminis velocitatem, & quantum aquarum intra datum aliquod tempus in mare, in aliud flumen, aut per datum oſtium vel ſectionem exoneret, ſeorſim quærimus. Ex hujuſmodi elementorum cognitione pendent aquarum a fluminibus, aut receptaculis derivationes, earumque in diverſos alveos, canales, campos diviſiones, machinarum ab aqua ſeſe volventium poſitiones, forma, calculi, ſummæ aquarum fluvialium ad pluviam comparatio ad celeberrimam quæſtionem de fluminum, & fontium origine definiendam neceſſaria. Præterea humanus ſanguis a corde perenniter per magnam arteriam fluens, per innumeros hujus canalis ramos derivatus, ut per alios venarum ramos, & venam tandem cavam in cor ipſum refluat, alterius ordinis flumen exiſtit, per vivum alveum labens. Infinita illa, quæ intra humanum corpus ab hujuſmodi ſanguinis fluxu pendent, nutritio, valetudo, ægritudo, mors, vita, cæteraque omnia, a ſanguinis velocitate, maſſa, viribus derivantur. Quanta igitur maximi momenti argumenta a generali hoc capite pendent?

313. Summa virium cujuſcumque corporis eſt maſſa per celeritatem ducta, ſeu magnitudo ex multiplicatione velocitatis per maſſam proveniens: ſpectarique idcirco poſſunt, ut rectangulum, cujus baſis ſit maſſa, altitudo vero velocitas: ſi igitur virium ſummam, & velocitatem, hoc eſt, rectanguli aream, & altitudinem haberemus, baſim inde ſeu maſſam eliceremus (a). Quamdiu tamen vires non agnoſcimus earum elementa alio modo quærenda ſunt. Ex aquarum maſſa, & fluminis ſectione notis elicitur ejus velocitas: & viciſſim ſi velocitas, & ſectio ſint notæ;

(a) *Phyſ. vol. 2. lect. 14. prop. 50. vol. 3. lect. 1.*

tæ; maſſa etiam innoteſcet. Rem breviter explicemus.

114. Sit rectangulum GYFI (fig. 24. tab. 4.) artificialis ſectio fluminis, per quam verſus SP defluat aqua: alvei latitudo ſtatuatur YG 100, altitudo viva GI 6. pedes longa: ſi utraque ſit nota; planum ſectionis, altitudinem per baſim multiplicando, 6 nimirum in 100. ducendo, innoteſcit, & erit 600. pedes quadrati. Intra datum tempus, v. gr. horæ quadrantem, aqua a G ad Q perveniat, & paſſus 1000, ſeu pedes 5000 labendo conficiat. Cum igitur eadem ſemper aqua aliam ſubſequatur; ejus maſſa intra quadrantem per ſectionem GF transfluens, aqueum priſma GE efformabit, cujus baſis GF eſt, 600. altitudo autem 5000 pedes: duplex hic numerus, ſeu magnitudo inter ſe ducta efficiunt 300000 pedes cubicos aquæ. Hujuſmodi ſumma, 300000, pryſmatis maſſa, diviſa per baſim, 600, dat altitudinem GQ, 5000: diviſa vero per altitudinem GQ dat baſim GF, 600 pedes quadratos: quotieſcumque igitur ex his tribus, ſectione, velocitate, maſſa, noſcantur duo; tertium etiam elicitur.

115. Caſus eſſe poſſunt, in quibus quantitas aquæ in lacu, ſeu receptaculo collecta dignoſcatur: tum vero uno ex duabus aliis magnitudinibus, ſeu calculi elementis invento, reliquum etiam expedietur. In fluminibus dimetiendis hæc methodus adhiberi vix poteſt: a velocitate & ſectione res eſt tentanda. Primo igitur ſectionem vivam quæramus. Latitudo fluminis vera PL (fig. 44. tab. 3.) geometrico calculo ex problemate 31. Geometriæ facile invenitur; ſi loco altitudinis horizontalem longitudinem quæras. Per totam ſectionis amplitudinem PL aquæ profunditatem perpendiculum hac illac demittendo explora: aggeris inſuper, ſeu riparum declivitas PO infra aquam producta eodem pacto quæratur. Diverſis profunditatibus NYXO inventis altitudinem TX inter duas majorum, & minorum altitudinum ſummas mediam arithmeticam ſtatue: eaque erit altitudo fluminis per totam ſectionem artificialem QR. Riparum declivitate, & longitudine PO inventis, hanc ita facile ſecabis ducta recta QS ad horizontem perpendiculari, ut æqualia fiant triangula PKQ, KSO, unumque pro alio ſubſtitui poſſit.

116. Ex nota jam amplitudine vera, & naturali

PL

P L parva illa ſegmenta PQ, VL modo inventa ſubtrahemus, reliqua VQ, ſectionis latitudo innoteſcet: cum igitur explorata jam ſit, & ſtatuta communis altitudo viva TX 6 pedes v. gr.; ſi hanc in latitudinem QV, 100, ducamus; artificialem habemus ſectionem, 600 pedes quadratos habentem, & naturali æqualem. In re phyſica, delicata, compoſita aliquis ſemper error irrepit: neque geometrica exactio in rebus non geometricis ſperari poteſt.

117. Fluminis velocitatem inveniri, quæ eſt alterum problematis caput; atque virium elementum; difficilior & meditanti, & agenti exiſtit nodus. Magno velocitatum diſcrimine in diverſis ejuſdem ſectionis punctis aquam fluminis fluere conſtat. Quænam illarum communis eſſe poterit velocitatis menſura toti aquæ conveniens? Diverſa ratione problematis ſolutio ab Hydraulicæ ſcriptoribus tentatur: *Guglielmini* methodus regum tantummodo, atque magnorum principum expenſis exequi poteſt. Poſt diuturnam argumenti meditationem ſequentia ab omnibus admittenda eſſe, & ſtatuenda comperio: 1. Si velocitas quædam inveniatur, quæ ſit non modo inter maximam, & minimam in eadem ſectione; ſed inter majorum, & minorum velocitatum ſummas medium arithmeticum; illa ſtatui poterit velocitas toti aquarum maſſæ communis.

118. 2. Mediam illam velocitatem neque in diverſis fluminibus, neque in diverſis ejuſdem fluvii ſectionibus eodem modo quærendam, aut in eodem ſectionis loco ſtatuendam eſſe. Varia in diverſis fluminibus, aut ſectionibus altitudo, multiplex diverſorum impedimentorum poſitio, & reſiſtentia rem ſatis oſtendunt.

119. 3. In data quacumque ſectionis QR perpendiculari TX ver. gr. prope medium Z media etiam ejus lineæ celeritas invenitur: a quo puncto Z deorſum creſcit, ſurſum ad ſuperficiem uſque T diminuitur. Si in aliis ejuſdem ſectionis perpendicularibus æqualis eſſet aquæ celeritas, ejuſque incrementi, & decrementi ratio; tum vero velocitas in Z communis eſſet totius ſectionis celeritas: qua proinde inventa, confecta res eſſet. Alius plerumque eſt verus rerum ſtatus: in tota linea KZ, ſuperficiei parallela, non eadem eſt aquæ velocitas: a diverſis etiam ejus rectæ parallelæ punctis diverſa etiam ratione minuitur

ſurſum, augetur deorſum in eadem ſectione velocitas.

120 4 Hiſce omnibus perpenſis, a vero non multum abludere exiſtimo, qui ſuperficiei velocitatem in filo principe pro media, & communi totius ſectionis, & fluminis velocitate ſtatuat. Minor quidem eſt illa velocitas T, quam inferiores in eodem filo principe a T uſque ad X exiſtentes; major tamen, quam laterales T V, T Q, non modo in eadem linea horizontali Q T V, verum etiam infra illam ad fundum uſque productæ. Communiſſimus ſaltem hic eſt fluminum caſus. Hoc igitur unum ad problematis ſolutionem ſupereſt, ſuperiorem illam aquæ T in filo principe velocitatem obſervando invenire (fig. 44. tab. 3.)

121. Id vero ita peragetur: aſſumatur corpus ſolidum, puta aliquod ligni fruſtum, cujus gravitas vix aquæ gravitati cedat, ita ut in aquam injectum minima tantum ſui parte ſupernatet: hac ſcilicet ratione tria obtinebimus, ſuperioris aeris flumini incumbentis reſiſtentia evitabitur, corpus infra aquæ ſuperficiem non immergetur, totaque, & ſola ſuperficiei velocitate deferatur, ejus tandem motus ab obſervatore ſpectari poteſt. Is ad obſervandum eligatur fluminis, ſeu alvei tractus inter duas ſectiones M I, B E interpoſitus (fig. 43. tab. 3.) in quo liber ſit aquæ fluxus rectus, & æquabilis. Te igitur ſuper aggerem v. gr. in plano ſectionis M I exiſtente, & tempus in horologio animadvertente, paratum corpus in filo principe ſectionis M I ponatur, & immerſum jam libere delabi permittatur. Obſervatore deinde ad planum ſectionis B E translato, tempus etiam notetur, quo ad ſectionem eamdem appellit: ſpatium igitur notum M B dato tempore confectum, eſt fluminis velocitas quæſita, atque ad aquarum molem eliciendum neceſſaria. Id ſpatium M B, ſeu velocitatem inventam multiplicemus per ſectionem jam notam: numerus ex ea multiplicatione productus, eſt pryſma aqueum, cujus baſis eſt ſectio inventa fluminis, altitudo autem ejus velocitas: hoc eſt, quantitas aquæ intra datum tempus fluens: unde tandem ope regulæ aureæ, quantum aquarum intra diem, menſem, annum flumen in mare exoneret, nullo negotio invenies.

FINIS TOMI TERTII.

IN-

INDEX TOMI III.

Phyſicæ Generalis Pars II.

LECTIO PRIMA.

DE virium Corporum motorum æſtimatione, ac menſura; ſeu de viribus vivis, & mortuis. pag. 3
Annotatio Hiſtorica. ibid.
DEFINITIO vis vivæ. 8
PROP. 1. Velocitas corporum per eorum maſſam ducta, eſt virium vivarum menſura, ac proinde &c. ibid.
Motus æquabilis. 9
Theoria percuſſionis in corporibus duris. 15
Theoria motus in Corporibus mollibus. 17
Compoſitio Virium. 21
Argumenta oppoſita. 28

LECTIO SECUNDA.

De viribus centralibus, centripeta nimirum, & centrifuga. 40
Harum virium Definitiones. 39. 40
OBSERVATIONES aliquæ, ad hanc materiam ſpectantes. 43. 44. 45
PROP. 2. Corpus quodcumque tam ſolidum, quam fluidum circa punctum aliquod in curva circumvolutum, expoſitis modo centralibus viribus movetur, quarum ſcilicet una per tangentem agit, altera vero ad centrum &c. 45
PROP. 3. Omne corpus duplici vi ad motum ſollicitatum, quarum una ad punctum aliquod determinatum perpetuo Corpus trahat, altera ſecundum directionem ad priorem perpendicularem dirigatur, curvam circa datum punctum deſcribit. 47
PHÆNOM. Paſſim obvia, quæ per ſupradictas vires facile explicantur. 48. 49
PROP. 4. In plurimorum corporum gyrantium ſyſtemate, ſi alia aliis ſint denſiora, alia item aliis ad motum aptiora; partes denſiores majorem vim centrifugam acquirunt &c. 50
PROP. 5. Vires centrifugæ duorum, aut quorumcumque corporum eadem velocitate in eadem a centro diſtantia cir-

cumvolventium ſunt in ratione directa maſſarum corporum. 51

PROP. 6. Si duo, aut plura corpora æqualia in orbitis inæqualibus circa centrum, iiſdem temporibus volvantur, ſervatis iiſdem a centro diſtantiis; erunt illorum vires centrifugæ, ut orbitarum radii &c. 51

COROLLAR. 1. 2. Quæ ex præcedenti propoſitione deducuntur. 52

PHÆNOM. Aliqua explicantur. 53. 54

COROLL. 3. Si vorticis aut ſyſtematis partes non in eodem plano circumvolvantur, ſed circa eundem axem, in diverſis tamen planis; leviora, ſeu rariora corpora a denſioribus quidem non ad unum omnia centrum in medio ſyſtemate poſitum detruduntur &c. 54

COROLL. 4. Ex demonſtratis ſequitur, quod ſi globus ſolidus, aut vortex fluidus ſphæricus circa axem rotetur, ita ut omnes partes homogeneæ eodem tempore vertiginem ſuam abſolvant; vim centrifugam longe majorem habebunt partes, quæ in æquatoris periphæria convolvuntur &c. 55

PROP. 7. Corporum æqualium, ſeu ejuſdem maſſæ, diverſis celeritatibus circumvolutorum in eadem orbita vires centrifugæ ſunt inter ſe in ratione duplicata velocitatum. 56

COROLL. Vires centrales corporum in inæqualibus orbitis eodem tempore gyrantium exprimuntur per maſſas in velocitates ductas &c. 57

PROP. 8. Si Corpus aliquod in curva circa punctum aliquod vi ad illud tendente retineatur; eamque lineam viribus centralibus deſcribat; erunt areæ, quas radius a centro curvæ ad Corpus ductus deſcribit, proportionales. 57

PROP. 9. Si corpora fuerint inæqualia, & diverſis celeritatibus in æqualibus orbitis convolvantur, erunt vires eorum centrales in ratione compoſita ex ſimplici ratione maſſarum, & duplicata velocitatum. 58

SCHOLION. Ubi aliquæ circa vires centrales, indicantur propoſitiones, quæ apud aliquos Auctores demonſtratæ inveniuntur. *ibid.*

NOTÆ. Ubi ſupradicta omnia virium centralium theoriam ſpectantia facillime ope calculi demonſtrantur. 59. 60

LECTIO TERTIA.

De Corporum gravitate. 61

DEFINIT. Gravitatis. 62. 63

DE-

DEFINIT. Gravitatis abſolutæ & relativæ. 64
§. Præcipua gravitatis Phænomena. 64. 65. 66. 67
DEFINIT. centri magnitudinis & gravitatis. 66
ANNOT. HIST. Ubi Philoſophorum circa gravitatem ſententiæ expenduntur. 67
PROP. 10. Corporum gravitas non eſt principium aliquod, qualitas, vis, aut energia corporibus ipſis intrinſeca, & ab eorum natura promanans &c. 69
PROP. 11. Corporum gravitas, aut gravitatis phænomena explicari, aut intelligi difficile poſſunt per virtutem magneticam &c. 72
PROP. 12. Corporum gravitatem per attractionem Neutonianam modo ſuperius indicato tradere, & exponere, obſcurum, atque non ſatis probabile mihi videtur. 78
PROP. 13. Neque gravitas, neque gravitatis phænomena explicari poſſunt per unicum fluidæ materiæ vorticem ſupra æquatoris polos ab occidente in orientem per circulos parallelos delatum. 80
PROP. 14. Per duplicem materiæ fluidæ circa terræ vorticem, quorum primus circa mundanum axem, & ſupra polos; ſecundus autem ab uno ad alium polum ſupra æquatoris diametros, & primum vorticem perpendiculariter interſecans rotetur, gravitatis phænomena, & natura explicari non poſſunt. 86
SCHOLION. Chriſtiani Huighens & Leibnitii opinio proponitur. 90
SCHOL. Quid circa gravitatem tenendum ſit. 91

LECTIO QUARTA.

De Attractione, ſeu gravitate univerſali non mechanica. 94
DEFINIT. Attractionis. 95. 96. 97
ANNOTATIO Hiſtorica. 99
PROP. 16. Attractio in expoſito ſenſu accepta, ab omni ſcilicet materiali impulſione, mechaniciſque cauſſis diſtincta, non exiſtit in natura. 101
Argumenta, & experimenta in contrarium. 106
COROLL. Deducitur ex ſupra dictis attractionem conſiderandam eſſe tantummodo tanquam hypotheſim quandam geometricam nihil in rebus ponentem, aut ſtatuentem, quod ſit a materialibus cauſis diſtinctum. 111

LECTIO QUINTA.

De gravitatis corporum effectibus, & primo quidem de iis, qui a ſola gravitate derivantur. 112
DEFINIT. Plani horizontalis. *ibid.*
DEFINIT. Lineæ horizontalis. 113
DEFINIT. Centri magnitudinis, ſeu figuræ, Centri gravitatis in corporibus, & Centri corporum gravium. *ibid.*
COROLL. Si Corpus quodcumque grave homogeneam, eandemque in ſuis partibus denſitatem, ſeu gravitatem habeat, centrum parvitatis cum magnitudine centri coincidit. *ibid.*
OBSERVAT. Circa gravium deſcenſum. 115
COROLL. 1. Liber corporum deſcenſus ſemper fit per rectam lineam ad horizontem perpendicularem, niſi ab aliqua cauſſa exteriori aliter determinetur. 116
COROLL. 2. Omnia corpora gravia terreſtria in telluris centrum diriguntur, & gravitatis actione tendunt. 116
COROLL. 3. Si tellus eſt in medio univerſi, omnia corpora gravia etiam ad univerſi centrum propendent, & nituntur. 117
COROLL. 4. Si tellus per centrum perforaretur; demiſſus per foramen lapis ad centrum uſque deſcenderet, illicque in aere, vel in vacuo quieſceret, nulli ſuſtentaculo innixus. 118.
COROLL. 5. Eadem in hypotheſi homo ita in centro locatus, ut ejus pectus centrum teneret, pedibus ſtaret erectus. 118
COROLL. 6. Si planum perfecte planum terram contingat, illique globus perfecte ſphæricus ſuperimponatur; ad contactus punctum illico deſcendet, in quo tandem ſiſteret. 119.
COROLL. 7. Sequitur ex ſupra dictis ædificiorum parietes ad planum horizontale perpendiculariter erectos, non eſſe inter ſe geometrice parallelos. 119
COROLL. 8. Homo tellurem circumiens in quocumque terræ puncto conſideretur, a terra minime caderet, ſed ſemper verſus centrum urgeretur. 120
COROLL. 9. Siquis terram circumiret viator; plus capite, quam pedibus ſpatii conficeret. 120
Obſervat. 1. 2. 3. 4. in quibus aliqua gravitatis proponuntur effecta. 121. 122
PROP. 16. Omnia terreſtria corpora, in quibus experimenta

cape-

capere licèt, gravitatem habent, qua verſus terræ centrum deſcendunt recta. 123
COROLL. Nulla ſunt corpora *abſolute* levia. 127
PROP. 17. Omnia Corpora gravia eamdem, ſive ejuſdem generis, & naturæ habent gravitatem. &c. 128
COROLL. 1. Cum ſolidum quodcumque corpus ad terram deſcendit, omnes ejus particulæ communem, ſeu eandem inter ſe habent velocitatem. 129
COROLL. 2. Omnium corporum particulæ æquales in eadem altitudine æqualem inter ſe habent gravitatem, & idem pondus. 129
COROLL. 3. Pondera quorumcumque corporum in eadem altitudine pendentium ſunt inter ſe directe, ut ipſorum maſſæ, ſeu quantitates. 130
COROLL. 4. Etſi corporis varietur ſtatus, puta ſi modo liquidum, poſtea ſolidum & firmum efficiatur; eamdem nihilominus, in eadem altitudine, gravitatem abſolutam retinebit. 130
PROP. 18. Gravium corporum pondus, ſeu abſoluta gravitas, temporis ſucceſſu non augetur, vel minuitur, ſed in eadem a tellure diſtantia eadem ſemper perſeverat. 131
PROP. 19. Corpora gravia inæqualis molis, quæ in vacuo, aut medio non reſiſtente æqualem habent gravitatem abſolutam, ad fluidum ponderoſum, v. g. aerem, translata, ponderis æqualitatem amittunt. &c. 132
PROP. 20. Corpora magnitudine æqualia, ſpecificæ tamen gravitatis diverſæ in medio reſiſtente ex eodem puncto & altitudine demiſſa, inæquali tempore deſcendunt; citius, quod gravius. 132
COROLL. 1. Quo majus fuerit in iis corporibus gravitatis diſcrimen, eo majorem in deſcenſu celeritatis differentiam habebunt. 133
COROLL. 2. Quo gravius & ponderoſius erit medium, per quod corpora diverſæ gravitatis ſpecificæ deſcendunt; eo majori celeritatum diſcrimine deſcendent. 134
COROLL. 3. Corpora diverſæ gravitatis ſpecificæ, ſi fuerint abſoluto pondere æqualia; tardius in medio reſiſtente deſcendet, quod ſpecifice levius. 134
PROP. 21. Duo vel plura corpora ejuſdem gravitatis ſpecificæ, mole inæqualia, ex eadem altitudine in terram demiſſa, inæqualiter cadunt; quod majus eſt, & proinde gravius, citius deſcendit. 135
OBSERVAT. Circa pendulorum oſcillationes. 136
PROP. 22. Ejuſdem Corporis gravitas non eadem in omnibus

bus

bus locis perſeverat ; ſed ab æquatore verſus polum creſcere videtur. 137

COROLL. Gravitas, ſeu pondus corporum a polis ad æquatorem minuitur, ab æquatore verſus polos progredienti augetur &c. 138

LECTIO SESTA.

De naturali corporum gravium perpendiculariter, & libere deſcendentium acceleratione, & aſcendentium retardatione. 140

DEFINIT. Motus accelerati, retardati, uniformis accelerati, & uniformis retardati.

OBSERVAT. Circa motus accelerationem. 140. 141. 142

PROP. 23. Corpora gravia libere ad terram cadentia, vel in vacuo, vel in reſiſtente medio, ut in aere, motum ſuum accelerant. 143

COROLL. 1. In acceleratione motus gravium ſpectari debet gravitas, ut premens potentia mobili a tergo ſemper inſtans, illud verſus terram ſemper urgens, & impellens. . 143

SCHOL Proponitur argumentum ex præcedenti corollario deductum contra Peripateticorum opinionem gravitatem in interna qualitate adſtruentium. 143

COROLL. 2. Gravium libere deſcendentium motus eſt uniformiter acceleratus. 144

PROP. 24. Velocitates a gravi deſcendente ſenſim acquiſitæ, ſunt inter ſe, ut tempora, quibus acquiruntur. 145

PROP. 25. Spatia compoſita, ſeu a principio motus numerata a gravibus decidentibus percurſa, ſunt inter ſe, ut quadrata temporum, quibus illa percurruntur. 146

COROLL. Spatia compoſita ſunt ut quadrata celeritatum in fine temporum acquiſitarum. 147

PROP. 26. Probl. Dato ſpatio, quod mobile aliquod certo tempore lapſus initio computato confecit, ſpatium alio quocumque tempore ab eodem mobili conficiendum invenire. 147

PROP. 27. Spatia ſeparata, quæ grave deſcendens ſingulis temporibus percurrit, ſunt inter ſe ut numeri impares in ſerie Arimethica creſcentes 1. 3. 5. 7. 9. 11. 148

PROP. 28. Quodcumque corpus grave ſi celeritate in fine cujuſdam temporis acquiſita, & in quiete permanente, iterum moveretur, ſpatium conficeret duplum ejus, quod celeritate uniformiter accelerata eodem tempore conficit. *ibid.*

PROP.

PROP. 29. Aer, & cætera omnia media, per quæ grave corpus in terræ viciniis deſcendit, gravium deſcenſum ex parte retardant &c. 149
COROLL. 1. Mediorum reſiſtentiæ ſunt, ut ſpatia ab eodem mobili percurſa. 149
COROLL. 2. Non ſervatur adamuſſim in mediis reſiſtentibus ſtabilita ſuperius deſcendentium gravium theoria. *ibid.*
COROLL. 3. In ratione multo majori creſcunt reſiſtentiæ, quam celeritates acquirantur. 150
COROLL. 4. Gravium deſcenſus fit tandem æquabilis. 150
COROLL. 5. Quo graviora fuerint media, vel leviora, cæteris paribus, decidentia corpora; eo citius motus acceleratus ad æquabilem reducetur. 151
PROP. 30. Corpus ſurſum perpendiculariter projectum, vel per medium reſiſtens, vel per ſpatium vacuum impellatur, motu defertur eadem ratione retardato, qua decreſcentis corporis motus acceleratur. *ibid.*
COROLL. 1. In ſpatio vacuo, aut in modica tantummodo per aerem gravium aſcenſione ſpatia percurſa ſunt inter ſe in ratione numerorum imparium arithmetice decreſcentium 9. 7. 5. 3. 1. 151
COROLL. 2. Celeritates aſcendentium perpendiculariter gravium per medium non reſiſtens in eadem minuuntur ratione, qua augentur tempora. 152
COROLL. 3. Grave ſurſum projectum motum ſuum tandem amittit, & in terram motu accelerato relabitur. *ibid.*
COROLL. 4. Gravia ſurſum per aerem ad magnam altitudinem projecta motum ſuum citius, ac ſi in medio non reſiſtente aſcenderent, amittunt. 152
COROLL. 5. Corpus grave ex data aliqua altitudine decidens, eam in fine motus accelerati velocitatem habet, qua ad eandem altitudinem aſcendere iterum potuiſſet. 153
COROLL. 6. Spatia ſeu altitudines, ad quas idem corpus perpendiculariter projicitur (in medio non reſiſtente) ſunt inter ſe, ut earum, quæ illis primitus imprimuntur, velocitatum quadrata. 153

LECTIO SEPTIMA.

De motu corporibus gravibus a projectore quieſcente, vel tranſlato, impreſſo, ſeu externe communicato. 153
DEFINIT. Projectionis. 154

DE

DEFINIT. Lineæ deſcriptæ a corpore horizontaliter, vel oblique projecto. 155
PROP. 31. Corporum grave in vacuo, vel alio medio reſiſtente & homogeneo ſurſum, vel deorſum perpendiculariter ad horizontem a motore quieſcente projectum, rectam lineam deſcribit, a qua nunquam deflectit. 156
COROLL. Corpus deorſum projectum multo majori fertur velocitate, quam ſi per quamcumque aliam directionem projiciatur. 156
SCHOL. Aliqua notatu digna circa motum a projiciente impreſſum. 157
HYPOTH. Corpus quodcumque grave ſecundum quamcumque directionem obliquam projectum duplicis potentiæ viribus movetur. 158
COROLL. Corpus projectum prædictarum potentiarum directionibus ſeſe accommodat, & media quadam via procedit. 158.
PROP. 32. Corpus grave quodcumque directione horizontali, aut per directionem horizonti obliquam projectum curvam lineam deſcribit. 159
COROLL. Si lapidem manu, aut glandem plumbeam ſclopo horizontaliter in ſcopum emittas, eum nunquam attinges. 159.
PROP. 33. Corpus grave horizontali directione projectum motu compoſito parabolam phyſice deſcribit; non tamen geometrice, & rigoroſe. 160
PROP. 34. Corpus grave ſecundum directionem quamcumque ad horizontem obliquam projectum curvam ſenſibiliter, licet non geometrice parabolicam deſcribit. 162
COROLL. 1. Quo major fuerit projecti corporis velocitas, eo ampliorem cæteris paribus ſemitam; ſeu parabolam deſcribet. 162
COROLL. 2. Motus compoſitus ex motu projectionis æquabili, & gravitatis accelerato uniformiter deorſum, vel ſurſum retardato, parabolam deſcribit. 163
PROP. 35. Corpus grave horizontaliter projectum ſemiparabolam motu compoſito ſenſibiliter deſcribit. *ibid.*
PROP. 36. Corpus grave ſurſum oblique projectum integram parabolam deſcribit. 164
COROLL. 1. Idem tempus impendit corpus grave libere ex data aliqua altitudine demiſſum in perpendiculari ſolius gravitatis ope percurrenda, atque in curva motu compoſito deſcribenda. 164
COROLL. II. Si ex puncto aliquo dato plura ſimul projician-

ciantur corpora gravia, ita ut parabolas longe inter ſe diverſas deſcribant; omnia hæc corpora ſimul terram attingent. 165

COROLL. 3. Si eques æquabiliter currente equo delatus lapidem, vel quodcumque aliud corpus manu dimittat, ad terram per curvam parabolicam deſcendet. 165

COROLL. 4. Corpus ab equite motu æquabili progrediente ſurſum perpendiculariter projectum, lineam parabolicam aſcendendo, & deſcendendo ita deſcribit, ut ſupra equitis manum regrediatur. 166

§. 5.

Summa Theoriæ, & praxis artis Baliſticæ. 167

PROP. 37. Si Corpus oblique ad horizontem projectum integram parabolam deſcribat, tantum temporis in deſcendendo, quantum in aſcendendo inſumet. 168

COROLL. Semper integra deſcribitur parabola data quacumque projecti obliqua directione. 169

COROLL. In projectione corporis, vel recta, vel obliqua; celeritas, ſeu motus æquabilis projecti repræſentat ſemiordinatas ad axim, motus vero gravitatis abſciſſas refert. 170

SCHOL. Aliqua exponuntur, quæ debent obſervari, ut ad datum ſcopum emiſſa bombarda pertingat. 171

PROP. 38. Projecto corpore per directionem quamcumque obliquam, deſcriptaque parabola, ſi maxima altitudo parabolæ uſque ad directionem producatur, erit tota recta GE (ut in fig. 18. tab. 2.) dupla maximæ altitudinis parabolæ G. F. 171

COROLL. Si ex puncto, in quo parabola horizontem ſecat, erigatur recta perpendicularis ad horizontalem uſque ad directionem; erit ea recta quadrupla maximæ altitudinis parabolæ. 172

PROP. 39. Sit recta perpendicularis ad horizontem, ex qua ſi cadat libere corpus projectum, eam velocitatem acquirat, qua emittitur per directionem obliquam; ea recta, tanquam diametro, aſſumpta, deſcribatur ſemicirculus lineam directionis ſecans in I. (ut in fig. 18. tab. 2.): ex puncto ſectionis ad diametrum ducatur recta horizontali parallela, hæc erit quarta pars amplitudinis parabolæ &c. 172

COROLL. In caſu propoſito, manifeſtum eſt projectum, v. gr. bombardam, eadem ſemper vi projectum pro varietate anguli directionis, ad majorem, vel minorem amplitudinem projici. 173

COROLL. 2. Iiſdem manentibus viribus, ſeu velocitate, ſi

angu-

anguli directionis æqualiter hinc inde a ſemirecto differant per exceſſum, vel per defectum; erunt amplitudines jactuum; ſeu parabolarum æquales. 174
COROLL. 3. Amplitudines projectionum; eadem velocitate manente, ſunt inter ſe, ut ſinus anguli dupli elevationis. 175
SCHOL. Principium generale; quo poſito, omnia problemata baliſticæ ſolvuntur. 175
PROP. 40. Probl. Data velocitate bombardæ; invenire amplitudines, & altitudines quaſcumque; quæ ſub diverſis elevationis angulis illa vi fieri poſſunt. 176

LECTIO OCTAVA.

De deſcenſu corporum gravium per plana inclinata; ubi de pendulis. 178
DEFINIT. Plani inclinati &c. *ibid.*
DEFINIT. Gravitatis corporis abſolutæ; & relativæ. *ibid.*
OBSERV. Corpus grave per planum quodcumque inclinatum libere deſcendens, motum ſuum uniformiter accelerat; aſcendens vero, motu uniformiter retardato aſcendit. 179
COROLL. Corpus grave per planum inclinatum deſcendens perinde motum ſuum accelerat, ac ſi perpendiculariter caderet. *ibid.*
PROP. 41. Gravitas relativa corporis cujuſcumque gravis ſupra planum inclinatum eſt ad abſolutam ejuſdem corporis gravitatem, ut plani altitudo ad illius longitudinem. 180.
COROLL. 1. Corpus quodcumque grave minus habet ponderis in plano inclinato, quam in verticali. 182
COROLL. 2. Duo corpora quorum primum libere pendeat, ſecundum vero plano inclinato innitatur, æqualem gravitationem exercent, ſi gravitas primi ſit ad ſecundi gravitatem, ut altitudo ad longitudinem plani. *ibid.*
COROLL. 3. Si plura ex eodem puncto naſcantur diverſæ longitudinis plana, idemque corpus per ea demittatur; eo minor erit hujuſce corporis gravitas, quo major fuerit longitudo plani. 183
COROLL. 4. Corpus quodcumque per ejuſdem altitudinis, ſed diverſæ longitudinis plana deſcendens, eo fortius planum comprimet, quo majorem habuerit longitudinem. *ibid.*
COROLL. 5. Si duo corpora ſupra duo diverſæ longitudinis, & elevationis, ejuſdem tamen altitudinis plana ſe mutuo ſur-

ſuſtinent, eorum gravitates ſunt inter ſe, ut eorundem planorum longitudines. 184

PROP. 42. Velocitas cujuſcumque corporis gravis per planum inclinatum pondere ſuo decidentis, dato quocumque tempore ab initio motus numerato acquiſita, eſt ad velocitatem, quam eodem tempore idem grave lapſum per verticalem acquireret, ut altitudo eſt ad longitudinem plani. 185.

COROLL. I. Celeritas abſoluta eſt ad celeritatem relativam ſupra planum eodem tempore a principio motus numerato, ut ſinus totus ad ſinum anguli elevationis plani. 185

COROLL. 2. Corpus quodcumque grave ex puncto aliquo libere primum, poſtea vero per planum inclinatum deſcendens, inæqualibus velocitatibus, & temporibus ad terram uſque perveniret. 186

COROLL. 3. Spatia ab eodem corpore gravi ex puncto dato perpendiculariter & per obliquam poſtea demiſſo, in eodem tempore a lapſu numerato percurſa, ſunt inter ſe, ut velocitas, ſeu gravitas relativa ad abſolutam. 186

COROLL. 4. Spatia ab eodem, vel æqualibus mobilibus in plano inclinato, & in verticali iiſdem, ſeu æqualibus temporibus a lapſu numeratis percurſa, ſunt inter ſe inverſe, ut altitudo ad longitudinem plani. 187

COROLL. 5. Corpore gravi ex puncto aliquo libere demiſſo, & noto inſuper ſpatio quod intra datum aliquod tempus confecit, facillime dignoſces, quantum ſpatii in quocumque plano inclinato eodem tempore peragrabit. 187

COROLL. 6. Dato quocumque ſpatio, quod grave deſcendens intra datum tempus, puta, minutum ſecundum a lapſu confecit, ſpatium facile dignoſces, quod intra idem tempus in plano verticali conficeret. 188

COROLL. 7. & 8. Ubi demonſtratur, quod corpus grave per plura plana inclinata demiſſum idem tempus in percurrendis planis, atque in plano verticali impenderet. 188. 189.

PROP. 43. Corpus grave per planum inclinatum deſcendens, eam, cum ad plani extremitatem pervenerit, velocitatem habet, quam acquireret, ſi per planum verticale deſcenderet. 189

COROLL. 1. Corpus grave, per quæcumque plana ex eodem puncto ad eandem horizontalem deſcendat, parem ſemper in hac horizontali habet celeritatem. 190

COROLL. 2. Corpus grave per planum inclinatum deſcendens, eam in fine motus vim & celeritatem habet, qua corpus

pus ipſum ad eandem altitudinem per idem, aut ſimile planum aſcendere poteſt. *ibid.*

PROP. 44. Tempora, quibus corpus grave planum inclinatum & verticale percurrit, ſunt inter ſe directe, ut ſpatia. 191.

COROLL. 1. Inæqualibus temporibus per inæqualia plana ejuſdem tamen altitudinis, corpus deſcendit; & quo longiora erunt plana, diuturnior erit motus. *ibid.*

COROLL. 2. Si circulare planum perpendiculariter ad horizontem ſtatuatur, & ex pluribus periphæriæ punctis plures cordæ ſeu plana inclinata ducantur ad infimum perpendicularis diametri punctum; corpora gravia ſimul ex quolibet periphæriæ puncto, & ex diametri vertice demiſſa, eodem tempore infimum punctum attingent. 191

PROP. 45. Si corpus ex data quacumque altitudine ad horizontem per plura plana inclinata, & contigua, quæ quidem ſenſibili angulo ſint ad invicem inclinata, demittatur; minorem, cum horizontale punctum attigerit velocitatem habebit, atque ſi per verticalem lineam deſcenderet. 192

COROLL. 1. Si planum, ut radius, vel ſinus totus accipiatur; erit velocitas per idem planum acquiſita, ad velocitatem, quacum in aliud planum ingreditur, ut ſinus totus ad ſinum complementi anguli. 194

COROLL. 2. Eo major erit virium, & velocitatis corporis deſcendentis, & in aliud planum tranſeuntis amiſſio, quo major fuerit angulus minor, quo magis decreverit. 195

COROLL. 3. Corpus grave per circuli, aut alterius curvæ arcum deſcendens velocitatis nullam jacturam facit. 195

PROP. 46. Si duo gravia ſuper duobus aut pluribus planis ſimiliter inclinatis, & proportionalibus deſcendant; tempora, iis percurrendis impenſa, erunt inter ſe in ſubduplicata ratione longitudinum planorum. *ibid.*

COROLL. 1. Datis duabus curvis ſimilibus, & ad horizontem ſimiliter inclinatis, erunt tempora, quibus idem, vel diverſa corpora gravia eas deſcendendo percurrunt, in ratione ſubduplicata ipſarum curvarum. 196

COROLL. 2. Inæqualium circulorum ad horizontem perpendicularium arcus ſimiles, eodem modo ad horizontem diſpoſiti, ſunt inter ſe directe, ut quadrata temporum, quibus a decidente gravi percurruntur. 197

PROP. 47. Si grave quodcumque per exiguos, licet inæquales, circuli ad horizontem recti, arcus, parum a rectis lineis diſcrepantes ad ultimum periphæriæ punctum deſcendat; erunt deſcenſionis tempora ſenſibiliter æqualia. 197

SCOL.

SCHOL. Ubi aliqua ſcitu digna in hac materia demonſtrantur. 197

§. §.

De Pendulis. 199
DEFINIT. Vibrationis, oſcillationis &c. *ibid.*
PROP. 48. Pendulum circa punctum aliquod ſuſpenſum, & ad punctum uſque ſuſpenſionis adductum, ſibique permiſſum perinde movetur, ac ſi rupto filo per planum inclinatum deſcenderet &c. 200
COROLL. 1. Pendulum circa punctum aliquod ſuſpenſum, & ad puncti ſuſpenſionis altitudinem adductum, libereque demiſſum, ad locum infimum pondere ſuo deſcendit, illudque tranſgrediens, ad æqualem ex alia parte altitudinem aſcendit. 201
COROLL. 2. Pendulum libere oſcillans arcus circulares deſcribit ea ratione, ut dum ad infimum uſque punctum deſcendit, motum ſuum acceleret, ab eo puncto recedens motum uniformiter retardet. 202
COROLL. 3. Omnes penduli, vibrationes ſunt inter ſe æquales, quantumvis inæquales circuli arcus ſingulis vibrationibus percurrantur. 202
COROLL. 4. Pendulum eodem tempore totum ſpatium a puncti ſuſpenſionis altitudine uſque ad locum infimum numeratum percurrit, quo idem, vel aliud grave diametrum circuli, cujus radius eſſet longitudo penduli, percurreret. 203.
COROLL. 5. Si eadem ubique ſit corporis gravitas; idem pendulum eundem oſcillationum numerum æquali tempore ubique locorum conficeret. 203
PROP. 49. Pendulorum inæqualium & per ſimiles arcus excurrentium longitudines ſunt inter ſe, ut quadrata temporum, quibus oſcillationes conficiuntur. 204
SCHOL. Numeri oſcillationum, quas inter idem, aut æquale tempus, duo inæqualia pendula abſolvunt, ſunt in ratione inverſa temporum, quibus ſingulæ perficiuntur, &c. 205

L E C T I O N O N A.

De Corporum Solidorum gravium ſuſtentatione, & lapſu, ſeu Centrobarica Phyſica, ubi etiam de modo inveniendi centrum gravitatis corporum phyſice agitur. 207
PROP. 50. Cujuſcumque corporis gravis centrum gravitatis per

per lineam rectam ab eo ad centrum terræ ductam deſcendere ſemper nititur, &c. 209

PROP. 51. Corpus, illiuſque centrum gravitatis non tantum perpendiculariter, verum etiam oblique deſcendere nititur &c. 210

COROLL. 1. Quodcumque corpus grave, niſi ab externo obſtaculo impediatur, recte aut oblique ad horizontem, ſeu terræ centrum deſcendet. 210

COROLL. 2. Si Corpus quodcumque grave fulcro, in acutiſſimum licet cuſpidem deſinenti, innitatur, ita ut linea ex centro gravitatis ipſius corporis per fulcri cuſpidem ducta ad centrum terræ dirigatur: ſtabit corpus, & a fulcro penitus ſuſtentabitur. 211

PROP. 52. Corpus quodcumque grave alteri corpori, ſeu plano impoſitum, & innixum penitus quieſcet, ſi linea directionis gravitatis intra corporis baſim cadat, illamque pertranſeat: ruet autem, ſi extra baſim cadat. 211

Phænom. ad Centrobaricam phyſicam ſpectantia. 215. 16. 17. 218.

LECTIO DECIMA.

De ſolidorum corporum æquilibrio, ſuſtentatione, & elevatione, ſeu ſtatica phyſica: ubi primum & univerſale mechanicæ traditur principium. 219

DEFINITIONES libræ, ſtateræ, æquilibrii &c. 220. 221

Princip. & Lex 1. Mobilis cujuſcumque vires ſunt, & exprimuntur recte per factum ex corporis ipſius maſſa in ejus velocitatem ducta. 221

Princip. & Lex 2. Duo quæcumque corpora libræ horizontalis extremitatibus impoſita, ſi moveantur, celeritatum habent rationem, quam inter ſe habent ipſius libræ, aut ſtateræ brachia. 222

PROP. 53. Ea corpora univerſim libræ, aut ſtateræ appenſa, & horizontaliter diſpoſita, ſunt in æquilibrio, ſi pondus unius ſit ad pondus alterius, ut hujus velocitas ad velocitatem primi. 222

COROLL. 1. Si duo corpora ejuſdem ponderis in æqualibus ab axe diſtantiis ſtatuantur, momenta habebunt æqualia. 225.

COROLL. 2. Si duo corpora in æqualibus ab axe diſtantiis ſtatuta ſint in æquilibrio, æqualia habebunt pondera. *ibid.*

PROP. 54. Si corpora quæcumque ſtateræ, aut libræ impoſita ſint

ſunt in æquilibrio; erunt eorum celeritates in ratione ponderum reciproce. 225
COROLL. 3. Æqualia pondera in inæqualibus ab axe diſtantiis ſuſpenſa, æquilibrium non habent; ſed remotius proximiori prævalet. 226
COROLL. 4. Si duo pondera æqualia ſtateræ appenſa habeant æquilibrium, in imparibus ab axe diſtantiis ſunt ſuſpenſa. *ibid.*
COROLL. 5. Si duo inæqualia pondera ſtateræ brachiis appendantur in paribus ab axe diſtantiis: nullum erit æquilibrium. 226
COROLL. 6. Si duo pondera in paribus ab axe diſtantiis ſuſpenſa non maneant in æquilibrio, non erunt æqualia. 227.
SCHOL. Ubi de modo inveniendi Centrum gravitatis corporum. *ibid.*

§. 5.

Staticæ inſtrumentorum uſus, examen, fallaciæ. 228

LECTIO SECUNDA.

Mechanica, ſeu de machinis ſimplicibus. 233
DEFINIT. Machinæ &c. *ibid.*
DEFINIT. Machinæ ſimplicis &c. 234

§.

Principium univerſale Mechanicæ. 235
De Vecte. 237
Augmentum potentiæ in vecte. 237
COROLL. Potentia quæcumque datum pondus quodcumque ſuſtentabit; ſi ſit potentia ad pondus, ut reciproce diſtantia ponderis ad diſtantiam potentiæ. 238
COROLL. In caſu æquilibrii in 1. vecte erunt pondus, & potentia modo æqualia, modo potentia major, modo minor abſolute: in 2. ſemper potentia erit major abſolute, quam pondus: in 3. ſemper abſolute minor. 238
PHÆNOM. Aliqua quæ ex ſupra dictis ſponte derivantur. 240. 241.
PROP. 55. In vecte cujuſcumque generis potentia agens perpendiculariter ad ipſum vectem longe efficacior eſt, quam ſi agat oblique &c. 241

§.

Axis in Peritrochio. 243
TROCHLEA. 245
PROP. 56. Per trochleam immobilem neque augetur, neque minuitur potentia. 245
PROP. 57. Per trochleas mobiles multipliciter augetur, aut minuitur pondus. 246

§ § §.

COCHLEA. 247

§ § § §.

CUNEUS. 249
Hydroſtatica Phyſica, ſeu de fluidorum corporum ſtatu, natura, pondere, æquilibrio, preſſione. 254

LECTIO XII. Prolegomena.

De fluidi & humidi corporis natura, ubi etiam corporum firmitas & levitas doctrinæ gratia phyſice explicantur. *ibid.*
DEFINIT. Hydroſtaticæ. 255
DEFINIT. Fluidi. 256
COROLL. Ubi de deſcrimine inter fluidum, liquidum, & humidum corpus. 257
COROLL. Corpora fluida & liquida ex partibus apprime duris conſurgunt. 258
PROP. 58. Phyſica corporum fluidorum natura in eo ſtat, quod illorum particulæ figuram habentes ad motum aptam, & exiguo ſeſe contactu attingentes, ſint a ſe invicem diviſæ, vel actu verſus omnes partes habeant motum. 259
PROP. 59. Licet ad phyſicam fluidorum naturam conſtituendam ſatis ſit, inſenſibiles corporis particulas figura ad motum habili præditas a ſe invicem eſſe diviſas, nullo licet motu ſint affectæ; plurima tamen ſunt, in quibus præter ſupra dicta, inſenſibilia ipſa elementa inteſtinum habent motum verſus omnes partes. 261
COROLL. 1. Licet inteſtinus particularum motus ad fluidum non requiratur, illo tamen accedente, majorem fluiditatem habet corpus. 264
COROLL. 2. Eo erit magis fluidum corpus, quo minutiores fuerint ipſius particulæ; ſi cætera ſint paria. *ibid.*

CO-

COROLL. 3. Fluidum perfecte fluidum, ſi quod exiſtat, particulis magnitudine minimis, maxime mobilibus, pernicifſimo motu concitatis conſtare neceſſe eſt. 264
PROP. 60. Corporum humiditas in eo conſiſtit, quod tenuiſſimarum particularum figuræ, & magnitudines eorum corporum, quorum reſpectu humida ſunt, poris, & corpuſculis conformentur, ita ut per ea inſinuentur; eorum particulis intermiſceantur &c. 265
Oppoſita arg. ſolvuntur. 266

§ 6.

Diſcuſſio incidens.

De corpore viſcoſo, fragili, & ductili. 276

LECTIO XIII.

De fluidorum corporum, quorum partes ſunt homogeneæ, ſeu æque graves, gravitate, & preſſione. 277
Aliquæ obſervationes proponuntur ex quibus gravitas, & preſſio fluidorum eruitur. 278. 279
PROP. 61. Omnium corporum fluidorum partes ſunt graves, & ſubjecta ipſis ſolida premunt. 279
PROP. 62. Fluida non ſolum in ſolida corpora, quibus incumbunt, ſed etiam in fluida, partes ſcilicet aquæ ſuperiores in cæteras inferiores gravitant, & elevare nituntur. 280
COROLL. 1. Si fluidum in vaſe contentum ductis planis horizonti parallelis mente dividas, eo magis erunt compreſſæ particulæ, quo magis a ſuperiori ſuperficie erunt remotæ. 281.
COROLL. 2. Quo inferiores erunt fluidi partes; eo majorem, cæteris paribus, habebunt denſitatem. 282
COROLL. 3. Rariores fluidi particulæ, & idcirco leviores, in partes magis denſas, & graves gravitant, eaſque premunt. 282
Solvuntur arg. oppoſ. 283
PROP. 63. Fluidorum partes, ſeu columnæ ſeorſim ab aliis aliæ deorſum gravitant. 285
COROLL. Si in fundo cujuslibet vaſis aqua pleni foramen aperiatur, quod digito occludas, & aquam ne exiliat impedias; ſolius columnæ foramini reſpondentis gravitatem ſuſtinebis. 286

PROP. 64. Licet fluidorum corporum integra maſſa deorſum tantum deſcendere nitatur; eorum tamen partes gravitatem ſuam verſus omnes partes exercent. 287
PROP. 65. Si fluidum quodcumque corpus homogeneum mente dividas in columnas horizonti perpendiculares, cujuſcumque columnæ pondus ejus altitudini reſpondet. 288
PROP. 66. Fluidorum corporum particulæ ſe ſe ad invicem verſus omnes partes ita premunt, ut tamen perpetuum inter ſe æquilibrium ſervent. 290
COROLL. 1. Fluidorum corporum particulæ proprio earum pondere ſpectato, & omni exteriori cauſſa ſecluſa, penitus quieſcunt. 291
COROLL. 2. Fluida omnia in ſphæricam circa ſuæ gravitatis centrum conformantur ſuperficiem. 291
COROLL. 3. Quantumvis ſtagnantis aquæ ſuperficiem planam eſſe judicemus; ſenſuum fallaciæ id eſt tribuendum. 292
COROLL. 4. Inferiores liquoris partes a ſuperioribus compreſſæ, eas viciſſim comprimunt. *ibid.*
PROP. 67. Fluidorum corporum preſſiones, quibus quaquaverſum corpora fluida, vel ſolida comprimunt, in eadem profunditate, ſeu altitudine ſunt æquales in fluidis homogeneis. 292
PROP. 68. Fluida homogenea in quibuſcumque vaſis communicantibus ad eandem altitudinem ſeu ſuperficiem horizontalem aſcendunt. 293
PROP. 69. Fluida corpora, & ſe ipſa, & ſolida, quibus inſiſtunt, ſeu vaſorum baſes, pro ratione baſeos, & altitudinis comprimunt. 294
COROLL. 1. Si loco baſeos alicujus vaſis convergentis manum ſubſtituas, eaque incumbentem aquam ſuſtentes; parem in manu preſſionem ſenties, ac ſi vas aliquod ejuſdem a baſi uſque ad ſummum amplitudinis aqua eſſet plenum. 296.
COROLL. 2. 3. Ubi de eadem preſſione fluidorum agitur. 298.
PROP. 70. Si ſint duo, vel plura vaſa liquoribus homogeneis ad eandem altitudinem repleta; preſſiones integræ in baſium fundis rationem baſium habebunt. 299
PROP. 71. Si fluida, ſeu vaſa eandem habeant, ſeu æqualem baſim, altitudinem vero diverſam; erunt preſſiones in vaſorum fundo in ratione altitudinum. *ibid.*
PROP. 72. Si liquores & baſim, & altitudinem habuerint inæqualem; erunt eorum preſſiones in ratione compoſita baſium, & altitudinum. 299

§.

De liquorum denſitate diſſimilium pondere, & æquilibrio. 300.

PROP. 73. Si duo, aut plures liquores heterogenei in vaſis contenti baſes, & altitudines habuerint æquales; erunt eorum preſſiones in ratione denſitatis. *ibid.*

PROP. 74. Liquores heterogenei in eodem vaſe quieſcente ita ſeparatim immiſſi, ut graviores deorſum quæ leviora ſunt ſurſum, diſponantur; eo pacto inter ſe diſtincti vi gravitatis perſiſtunt &c. 300

PROP. 75. Si in vaſis communicantibus diverſæ gravitatis ſpecificæ liquores infundantur, & in uno quidem vaſe gravior, levior in altero, quin permiſceantur, ſubſiſtant; erunt in æquilibrio, ſi altitudines a communi baſi ad liquorum ſuperficies ſint reciproce, ut fluidorum gravitates. 302.

COROLL. Denſior, & gravior liquor levius fluidum, in tubis communicantibus cujuſcumque figuræ eo uſque elevabit, quoad altitudines ſint gravitatibus reciproce proportionales. 304.

LECTIO XIV.

De ſolidorum in fluida corpora immerſione, ſuſtentatione, æquilibrio. 305

PROP. 76. Liquores immerſum in ipſis ſolidum corpus perinde comprimunt, ac paris voluminis fluidum, ſolidi in loco repoſitum, comprimerent. 305

COROLL. Solidum fluido immerſum eo fortius premitur, quo altius fuerit liquori immerſum, & quo major fuerit denſitas, & gravitas ipſius fluidi. 306

PROP. 77. Solidum quodcumque corpus fluido immerſum tantundem ſui ponderis amittit, quanta eſt fluidi volumine paris gravitas. 307

COROLL. 1. Solidum ejuſdem, ac fluidum, denſitatis, & ſpecificæ gravitatis, fluido ipſo immerſum, omnem ſuam gravitatem amittit. 307

COROLL. 2. Solidum quodcumque pluribus ſeorſim fluidis ſpecifice levioribus, & diverſæ inter ſe gravitatis immerſum, plus de ſua gravitate abſoluta in graviori, quam leviori fluido amittit. 308

COROLL. 3. Duo Solida pondera tum gravitate, tum volumine æqualia, & in bilancis brachiis æquilibrata, ſi alterum bilancis brachium, & pondus illi appenſum in aliquem diverſæ gravitatis liquorem immittatur; æquilibrium illico amittunt. *ibid.*

COROLL. 4. Duo aut plura quæcumque ſolida mole quidem paria; gravitate inæqualia, ſed eo, cui immerguntur, fluido graviora, eandem in illo gravitatem amittunt. 308

COROLL. 5. Licet idemmet corpus mole, & denſitate haud mutatum, in vacuo, poſtea in aere ſuſtineamus; non idem tamen pondus in vacuo ac in aere ſuſtentabimus. 309

COROLL. 6. Duo, aut plura corpora ſolida pondere quidem paria, ſed mole inæqualia, fluidis quibus immerguntur ſpecifice graviora, inæqualem in fluido gravitatem amittunt. 309.

PROP. 78. Solidum corpus liquido ſpecifice gravius, ab eo ſuſtineri non poteſt, ſi vel in totum, vel ex parte ſolum ſit fluido immerſum, ſed ad liquoris fundum deſcendet. 310.

COROLL. 1. Qui ſolidum fluido immerſum eoque gravius, filo v. gr. ſuſtentat, relativa ſolum ejus ſolidi gravitate premitur. *ibid.*

COROLL. 2. Naturalis omnium gravium corporum prope tellurem deſcenſus a gravitate ſolummodo relativa provenit. 310

PROP. 79. Corpora quæcumque ſolido fluido leviora ea ſolummodo ſui parte immerguntur, quam mole adæquat fluidum, eamdem, ac integrum ſolidum gravitatem habens. 311.

COROLL. 1. Corpus quodcumque ſolidum liquido ſpecifice levius, mergi nequit, ſed aliqua ſemper ex parte ſupernatat. 311

COROLL. 2. 3. 4. 5. 6. 7. Aliqua ulterius proponuntur ad ſolidorum immerſionem ſpectantia. 312. uſque ad 315.

PROP. 80. Probl. Ex ſupradictis ratio deducitur, qua ſpecificam fluidorum omnium gravitatem metiri, & inter ſe conferre poſſumus &c. 315

Phænomena aliqua paſſim obvia explicantur. 316

PROP. 81. Specificæ fluidorum quorumcumque gravitates ſunt inter ſe directe, ut pondera, quæ ſolidum fluidis ſpecifice gravius in iis demerſum amittit. 316

PROP. 82. Specificæ fluidorum gravitates ſunt inter ſe inverſe, ut ejuſdem ſolidi, fluidis levioris, partes demerſæ. *ibid.*

PROP.

PROP. 83. Probl. Auri, aut monetæ bonitatem hydroſtaticè explorare. 320
PROP. 84. Probl. Onerarias, aut alterius generis naves, in fluminibus, aut pelago demerſas hydroſtaticæ beneficio extrahere. 322

HYDRAULICA

PHYSICA.

De fluxu, viribus, & menſura aquarum fluentium. 324

PARS PRIMA.

De Fluidis e vaſe fluentibus; ſeu de Aquæ fluxione ex vaſis. 325
DEFIN. &c. HYPOTHESIS &c. 325. 326
PROP. I. Si in eodem vaſe ad eamdem altititudinem plura aperiantur foramina æqualia perpendicularia in fundo, lateralia, aut etiam ſurſum aquam emittentia; eadem omnino celeritate per hæc omnia effluet aqua. 327
PROP. II. Eadem etiam celeritate ab eodem, aut diverſis vaſis per foramina inæqualia ad eandem altitudinem aperta effluunt aquæ, manente ſcilicet eadem aquæ in vaſe altitudine, quantumvis arctentur, aut amplientur foramina. 328
PROP. III. Celeritates aquarum per foramina ad diverſas altitudines aperta effluentium ſunt inter ſe in ratione ſubduplicata altitudinum. 330
THEOREMATA circa eamdem materiam, tempora, velocitates, quantitates &c. 331. 332. 333
PROP. IV. Vis, & celeritas, qua aqua e vaſe per foramen effluet, illa eadem eſt, quam eademmet aqua acquireret, ſi per altitudinem prementis aquæ ſupra foramen libere, & gravitate ſua deſcenderet. 333
THEOREMATA ad propoſitionem ſpectantia, vires &c. aquarum fluentium. 334. 335. 336. 337
PROP. V. Velocitas, & vis aquarum per foramina e vaſis ſeu receptaculis effluentium ſunt effectus preſſionis aquæ foramini incumbentis. 338
PROP. VI. PROBL. Data Aquæ quantitate, quæ per datum foramen in data altitudine effluit, invenire altitudinem, ad

quam

quam idem aperiendum ſit foramen, ut per illud aqua effluat in data quacumque ratione. 342

PROP. VII. PROBL. Data utriuſque foraminis altitudine & inſimul aqua effluente ex uno in dato tempore, invenire quantum aquæ eodem tempore effluet per aliud. 343

PROP. VIII. Aqua e vaſe perpendiculariter effluens deorſum, aut proſiliens ſurſum, lineam rectam deſcribit: exiliens horizontaliter, aut oblique deſcribit ſenſibiliter parabolas. 343

PROP. IX. Amplitudines parabolarum, quas aqua, diverſis foraminibus per eaſdem directiones proſiliens deſcribit, ſunt inter ſe in ratione ſubduplicata altitudinum aquæ ſupra foramina. 344

§. Proportio temporum, quibus vaſa, aut aquarum receptacula deplentur. 344

PROP. X. Si tuborum amplitudines, & fluidorum in iis altitudines ſupra foramina fuerint æquales, depletionum tempora ſunt inter ſe inverſe, ut foramina. 345

PROP. XI. Si aquarum ſupra foramina altitudines, & foramina ipſa fuerint æqualia: erunt tempora depletionis tuborum directe, ut ipſorum baſes. 345

PROP. XII. Si in tubis baſes, ſeu amplitudines, & foramina ipſa fuerint æqualia, aqua tamen in iis ad diverſas altitudines exiſtat; erunt depletionum tempora in ratione ſubduplicata altitudinum aquæ ſupra foramina. 346

PROP. XIII. Si tempus, quo vaſa cylindri, aut pryſmata in fundo perforata evacuantur, in partes æquales dividamus; erunt aquæ quantitates æqualibus temporibus effluentes a fine effluxionis computatæ, ut numeri impares &c. 347

§. Aliqua in communi uſu animadvertenda. 348

HYDRAULICÆ.

PARS SECUNDA.

De aquarum fluentium, ſeu fluminum viribus, & menſura. 352.

PROP. XIV. In fluminibus, ſeu fluentibus quibuſcumqne liquidis aqua viva, ſeu fluens ſuperior & fundum, & aquam inferiorem mortuam, aut vivam ſeu fluentem premit. 355

PROP. Naturalis fluminum, & aliarum quarumcumque fluentium aqua-

aquarum velocitas ab his duabus cauſis pendet, alvei declivitate, & aquæ vivæ altitudine. 359
COROLL. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 360. ad 365
PROPOS. Per alveum non declivem fluere poſſunt flumina, & fluunt reapſe plurima, licet per verum Horizontis planum volvi nequeant, niſi per modicos tantum alvei tractus. 366
PROBLEMA Aquarum molem, & velocitatem cujuſcumque dati Fluminis, aut canalis metiri. 368

Finis Indicis Tomi III.

VO

VOLUMINIS III. ERRATA CORRIGE:

Pag.	lin.	Errata	Corrige
8	11	celeritate	claritate
19	18	cuntuſionem	contuſionum
ibid.	20	fig. 4.	fig. 1.
32	34	velocitate	velocitates
36	23	BP	CP
39	8	medietationis	meditationis
41	4	figura	figuræ
ibid.	15	AP	AX
49	6	vaſibus	vaſis
51	37	EXdCX	EX ad CX
52	38	ab illo	ab alio
65	25	alium	aliud
72	9	vacuam	vacuum
75	12	occurrere	accurrere
80	3	GE	QE
ibid.	38	PG	PQ
91	35	poleſt	poteſt
99	38	ſecundam	ſecundum
100	1	craſſiores	craſſioris
ibid.	25	qua	quæ
120	5	RIS	RLS
132	10	corporis	corpori
ibid.	17	fit	fit
134	13	pronunciaret	pronunciarat
138	30	inverſæ	inverſe
153	19	eoſdem enim	eoſdem
ibid.	32	BET	BEA
162	11 12	G	Q
167	4	praxis	*deleatur*
169	31	in v	in r
170	15	ng	nq
ibid.	27	Ttq	tq
174	13	BAC	VAC
180	33	horizontem	horizonti
184	4	planum	plano
ibid.	6	planum & rectam	planum eſt rectum
199	8	de miſſum	*deleatur*
205	22	numeros	numerus
215	3	deorſum	dorſum
217	17	ſuccenſim	ſucceſſione
ibid.	38	pedem alteri	pedi alteri
241	1	eum	cum

Pag.

ERRATA.			CORRIGE.
Pag. 241	lin. 6	percurſo	percurſus
242	18	ab A in V	ab A in Q
ibid.	30	impeditur	impenditur
243	4	at	ad
245	10	Non	Rem tamen
251	16	PG	PQ
252	4	SS	S 60
273	10	quamvis	quam vis
277	14	rumpitur	rumpatur
280	29	comprimere errori	comprimere. Errori
285	38	qualibet	quælibet
286	13	ſuppoſitum	oppoſitum
293	38	vaſibus	vaſis
ibid.	44	mutuo	multo
299.300.302.303		vaſibus	vaſis
303	12	ſed ut	ſeu ut
311	32	fluidi	fluido
330	18	propoſitionalis	proportionalis
ibid.	20	Beſaguliers	Deſaguliers
334	19	CG	C
336	32	HG	HC
342	30	quantum aqua	quantum aquæ
349	6	par ſolida	per ſolida.
353	15	intelligentia	intelligentiæ
355	5	......	citetur fig. 44. tab. 3.
356	15	recta	recte
365	33	aqua	aquæ

NOI

NOI RIFORMATORI

Dello Studio di Padova.

AVendo veduto per la Fede di Reviſione ed Approvazione del *P. Filippo Roſa Lanzi* Inquiſitor Generale del Sant' Officio di *Venezia* nel Libro intitolato, *Philoſophia Libera ſeu Eclectica, Rationalis, ac Mechanica Auctore P. Ig. Monteiro Soc. J. &c. Stamp.* non v' eſſer coſa alcuna contro la Santa Fede Cattolica, e parimente per Atteſtato del Segretario Noſtro, niente contro Principi, e buoni coſtumi, concediamo Licenza ad *Antonio Zatta* Stampator *di Venezia*, che poſſi eſſere ſtampato, oſſervando gli ordini in materia di Stampe, e preſentando le ſolite Copie alle Pubbliche Librarie di Venezia, e di Padova.

Data li 6. Febbraro 1771. M. V.

(Sebaſtian Zuſtinian Rif.

(Alviſe Valareſſo Rif.

(Franceſco Moroſini 2. Kav. Proc. Rif.

Regiſtrato in Libro a Carte 87. al Num. 721.

Davidde Marcheſini Segr.

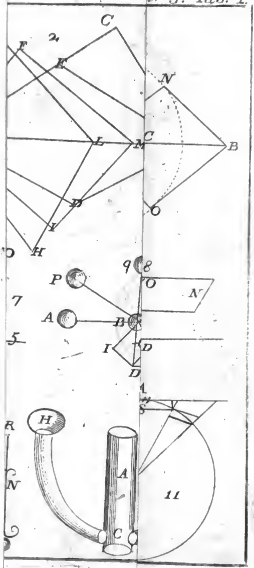
Addi 15. Febbraro 1772.

Regiſtrato al Magiſtrato contro la Beſtemmia in libro a Carte 40.

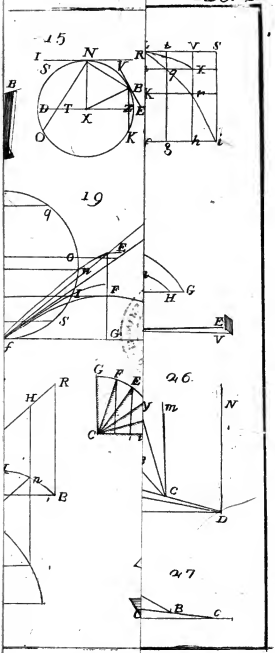
Andrea Gratarol Segr.

A01 1453390

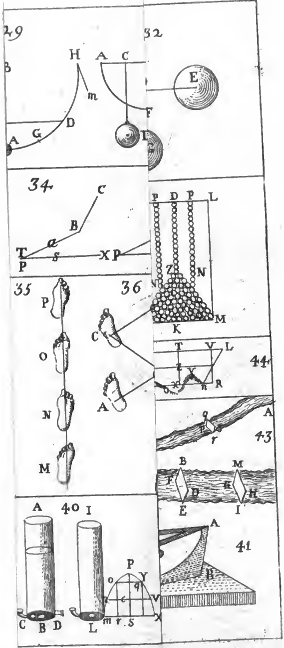
Digitized by Google

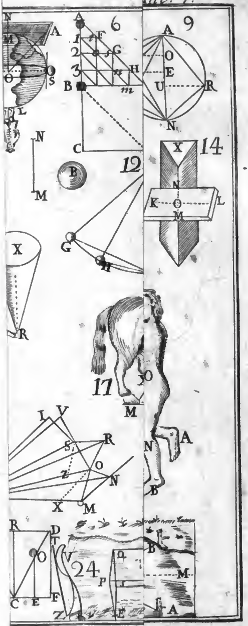

2
C
F
E
N
C
L
M
B
D
O
I
H
9
8
P
O
N
7
A
B
5
I
D
D
R
H
N
A
11
C

Tab. 2.

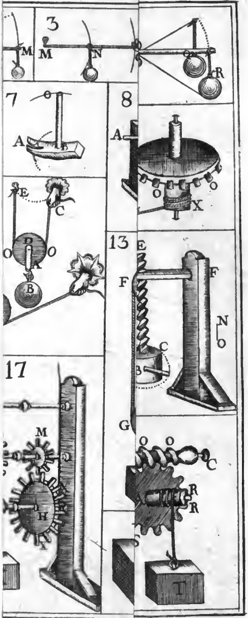


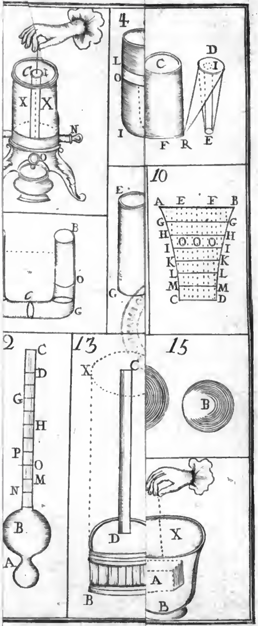
Digitized by Google


29
32
34
35
36
40
41
43
44



Tab. 4.


3
M
M
N
R
7
A
8
A
O
O
X
E
C
D
O
O
A
B
13
E
F
F
N
O
C
B
17
M
H
G
O
O
C
R
R
T


4
10
2
13
15
C I
X X
N
O
L
O
I
C
D
I
F R E
E
A E F B
G G
H H
I I
K K
L L
M M
C D
B
O
C
G
G
C
D
G
H
P
O
M
N
B
A
X
C
D
B
B
X
A
B

Digitized by Google